

# A Física nos Esportes\*

M.A.F. Gomes e E.J.R. Parteli

*Departamento de Física, Universidade Federal de Pernambuco  
50670-901, Recife, PE, Brasil*

Recebido em 1 de setembro de 2000. Aceito em 4 de janeiro de 2001.

Neste artigo, apresentamos um exame de diversas atividades esportivas do ponto de vista da Física, utilizando para isso conceitos básicos como os de força, trabalho, potência, leis de escala, entre outros. Atividades físicas importantes como andar, correr, nadar e pular são estudadas e, em particular, o desempenho destas com o tamanho do atleta é examinado. Além da conceituação física, argumentos evolutivos e comparações diversas entre a fisiologia humana e a animal, entre outros, são também apresentados e discutidos.

Several aspects connected with sports (e.g. football, sprints, swimming) and with physical activities (e.g. jumping, walking) are examined from the point of view of basic physics. The analysis stresses the concepts of force, work, power, and scaling among others, almost all of them at the level of the secondary school. Scaling laws relating divers physical quantities of interest are obtained from first principles and from dimensional analysis. Human and animal physiologic data are commented in some cases and evolutionary aspects as well are mentioned. Some olympic records are discussed and nontrivial scaling laws concerning these records are reported.

## I Introdução

A maioria dos esportes como o basquete, o boxe, as corridas, o futebol, a natação, o tênis e o vôlei requer de seus praticantes atividades físicas como correr, pular, deslocar-se na água, golpear e arremessar com as mãos e os pés. O primeiro objetivo do presente trabalho é o de ilustrar didaticamente os aspectos físicos fundamentais desses diversos tipos de atividades esportivas. Faremos uso quase exclusivamente de conceitos mecânicos simples, como o de trabalho, que faz parte do conhecimento dos alunos do curso secundário, e o de análise dimensional ou argumentos de escala, cuja origem remonta aos trabalhos de Galileu[1] e, conseqüentemente, se confunde com o início da própria ciência física. Nosso segundo objetivo é o de motivar os estudantes de física, sejam estes do segundo grau ou universitários. Apesar de sua simplicidade, de seu interesse intrínseco e da motivação que poderá ser dada aos estudantes, os exemplos aqui discutidos não fazem parte, em geral, dos assuntos tratados nos livros textos, tanto os do curso secundário, quanto os de física básica para estudantes universitários. Uma exceção neste aspecto é o livro *General Physics with Bioscience Essays*, de J.B. Marion[2], que contém vários dos exemplos discutidos aqui, embora numa forma diferente e por vezes mais simplificada. Uma fonte permanente de inspiração para os estudiosos das relações entre a biologia e a física é o clássico *On*

*Growth and Form*, de D'Arcy W. Thompson[3], referência quase obrigatória para nossos leitores interessados, e bibliografia de grande importância para o presente trabalho.

Apesar de quase todos os resultados discutidos aqui serem resultados já conhecidos e muito básicos de Física aplicada a seres vivos, os mesmos são ainda muito pouco conhecidos da comunidade dos físicos e dos professores de Física, em geral. O terceiro objetivo deste artigo é, então, o de tentar preencher esta lacuna no conhecimento. Vale salientar todavia que, em certos aspectos muito básicos, ainda não conhecemos teorias exatas como, por exemplo, no problema da relação potência versus massa nos animais, que só bem recentemente (1973) teve uma primeira explicação teórica satisfatória, como discutido na seção II. Nesse aspecto, em particular, podemos dizer que temos um modelo muito bom, embora não exato. Finalmente, o presente trabalho reporta nas seções V e VII algumas leis de escala não-triviais, aparentemente não citadas na literatura, envolvendo tempo e distância em recordes olímpicos.

Os principais resultados discutidos neste artigo podem igualmente ser aplicados a todos os animais de sangue quente desempenhando atividades físicas análogas às examinadas aqui. Daí o interesse em, sempre que possível, fazer comparações numéricas envolvendo outros tipos de animais. No entanto, a motivação

\*Trabalho financiado em parte pela CAPES, CNPq, FINEP e PRONEX.

inicial dos autores foi a de focalizar a importância da argumentação física nos esportes e, em particular, a de responder a perguntas do tipo: “Por que os nadadores olímpicos são de altura cada vez mais elevada?”; “Por que o mesmo não pode ser dito dos corredores olímpicos ou dos jogadores de futebol?” Tais perguntas certamente já ocorreram a vários leitores deste artigo, quando estes assistiam a Jogos Olímpicos ou a competições diversas.

A estrutura deste trabalho é a seguinte: Na seção II, estudaremos os aspectos básicos relacionados à potência dissipada ou à taxa de perda de calor nos animais de sangue quente em geral. A seção III é dedicada a aspectos ligados à dissipação de energia nos seres humanos. As seções IV e V discutem, respectivamente, as atividades físicas de andar e correr. Na seção VI apresentamos os aspectos físicos principais ligados à atividade de pular. Nesta seção, é feito um estudo complementar à análise de Tan e Zumerchik para o salto em distância[4], sendo explorado aqui o pulo vertical. A natação é estudada ainda na seção VII. Um breve resumo dos principais resultados deste trabalho é dado na seção VIII.

## II Lei de escala para a potência dissipada nos mamíferos

Freqüentemente se usa que a potência dissipada  $\mathcal{P}$  ou, equivalentemente, a taxa de perda de calor,  $dQ/dt$ , de um mamífero de tamanho característico  $L$  é proporcional à sua área total  $A \sim L^2$  e, conseqüentemente, teríamos que  $\mathcal{P}$  escala com a massa  $M \sim L^3$  do animal como

$$\mathcal{P} = dQ/dt \sim A \sim L^2 \sim M^{2/3}. \quad (1)$$

No entanto, a Eq. 1 não representa exatamente a dependência da potência com a massa do animal. A partir de 1930, os fisiologistas, em particular M. Kleiber[5], fizeram medidas mais detalhadas do dispêndio energético em animais,  $\mathcal{P}$ , em função de suas respectivas massas corporais,  $M$ . O resultado experimental, hoje conhecido como lei de Kleiber, mostra que  $\mathcal{P}$  (Watts) =  $3,6 M(\text{kg})^{0,73}$ , ao longo de quase seis décadas de variação de massa[2, 5, 6]. Assim, um homem de 70 kg consome, em média, 80 Watts de potência. Esta lei tem sido confirmada por muitas medidas, e é amplamente discutida na literatura zoológica[7]. A lei de Kleiber é muitas vezes aproximada como[2, 6]

$$\mathcal{P} \sim M^{3/4}. \quad (2)$$

A massa  $m$  do cérebro adulto dos mamíferos também escala com a massa total  $M$  do corpo, como  $m \sim M^{3/4}$ ; ou seja,  $m$  escala linearmente com a potência dissipada[8]. A expressão 2 é ligeiramente diferente de (1), já que o expoente da lei de potência (2) é 12,5% maior. Uma explicação da origem da lei

de escala (2) foi dada em 1973 por McMahon[9], e esta pode ser sumarizada do seguinte modo: assumimos que a massa de um animal pode ser aproximada como a soma das massas de partes cilíndricas do mesmo, como o tronco, os membros e a cabeça. Cada uma destas partes  $i$  possui um comprimento  $l_i$  e um diâmetro  $d_i$ , de tal forma que

$$M = \sum_i [\pi \times (d_i/2)^2 \times l_i \times \rho] \\ = \text{constante} \times \pi \times (d/2)^2 \times l \times \rho, \quad (3)$$

onde  $\rho$  é a densidade, e  $l$  e  $d$  são os comprimentos longitudinal e transversal característicos do animal. McMahon assume, baseado em dados empíricos, que  $l \sim d^{2/3}$ [9], chegando ao resultado

$$M \sim l \times d^2 \sim d^{8/3}. \quad (4)$$

Por outro lado, de acordo com a lei de Hill da potência muscular,  $\mathcal{P}_{\text{mus}}$ , esta última quantidade física escala apenas com a força muscular  $F_{\text{mus}} \sim d^2$ , já que a velocidade de contração muscular é constante para todos os músculos, e independe da espécie e tamanho[6]:

$$\mathcal{P}_{\text{mus}} \sim F_{\text{mus}} \sim d^2. \quad (5)$$

A força muscular, como é sabido, escala com  $d^2$ , i.e. com a área transversal do membro, já que ela é proporcional ao número de fibras musculares[6]. Como a potência muscular é mantida pela potência dissipada, i.e.  $\mathcal{P}_{\text{mus}} \sim \mathcal{P}$ , usando (4) e (5), obtemos

$$\mathcal{P} \sim d^2 \sim M^{3/4}, \quad (6)$$

essencialmente (mas não exatamente) o resultado encontrado experimentalmente por Kleiber.

Em 1997, West, Brown e Enquist[10] apresentaram uma elegante argumentação para explicar a razão de o expoente em (6) ser 3/4, e não 2/3, como exposto em (1). O modelo WBE, por eles proposto, baseia-se no raciocínio de que, para todas as partes do animal serem continuamente abastecidas com a devida quantidade de nutrientes necessários à sobrevivência, deverá existir minimização da energia dissipada numa rede interna de transporte, com uma estrutura de vasos ramificados, de natureza fractal, onde os menores tubos não dependem do tamanho do animal. O modelo WBE é válido não só para o sistema cardiovascular dos mamíferos, mas também para o dos outros vertebrados, para sistemas respiratórios, sistemas vasculares de plantas, tubos traqueais de insetos e outras redes de distribuição.

### III A dissipação de energia nos seres humanos

O corpo humano funciona, em geral, como uma fonte de calor à temperatura fisiológica de aproximadamente  $T_f = 309\text{ K}$ . Supondo que ele esteja mergulhado no meio ambiente à temperatura  $T$ , haverá um fluxo de calor, do corpo para o meio ambiente se  $T < T_f$ , e na direção contrária se  $T > T_f$ ; sendo que a primeira situação quase sempre prevalece. A taxa com que

o calor ou a energia flui do corpo para o ambiente (ou vice-versa),  $dE/dt$ , é dada pela lei de Stefan-Boltzmann[11]:

$$dE/dt = b \times \epsilon \times A \times (T_f^4 - T^4), \quad (7)$$

onde  $b = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$  é a constante de Stefan-Boltzmann,  $\epsilon$  é a emissividade, e  $A$  é a área que emite radiação. Para um adulto humano,  $\epsilon = 1$ ,  $A \simeq 1,6 \text{ m}^2$ , de tal sorte que (7) nos dá, para  $T = 300 \text{ K}$ , o seguinte resultado:

$$dE/dt = (5,67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}) \times (1) \times (1,6 \text{ m}^2) \times [(309 \text{ K})^4 - (300 \text{ K})^4] \simeq 90 \text{ W}. \quad (8)$$

A resposta encontrada em (8) é, na verdade, um limitante superior para a perda de calor, uma vez que as roupas diminuem a área efetiva de radiação, bem como dificultam a troca de calor com o meio ambiente. Ao multiplicarmos o resultado dado em (8) pelo número de segundos existentes em um dia, acharemos uma energia de cerca de 1800 Cal (1 Cal = 1000 calorias), um valor bem próximo da quantidade de energia necessária para assegurar a sobrevivência de um adulto. Note que a energia calculada em (8) é aquela para repor apenas a perda de energia por radiação. Esta quantidade de energia se constitui na maior fração do nosso consumo energético diário. Em outras palavras, temos um baixo rendimento termodinâmico.

Em geral, quase toda a energia de que necessitamos é convertida em calor. Para se ter uma idéia mais clara de nossas exigências diárias de energia e potência, um jogador de futebol consome cerca de 750 Cal numa partida (ou seja, o jogador deve dispor, em média, de uma potência próxima a 0,75 HP), o que corresponde a aproximadamente 40% da energia requerida para assegurar o funcionamento do corpo humano ao nível basal (1800 Cal/dia). Os seres humanos podem dispor de potências mais elevadas do que esta, desde que em tempos bem mais reduzidos. Assim, um adulto poderá dispor de uma potência máxima de 1,09 HP durante 1 minuto, e de uma potência de 1,87 HP durante 10 segundos.

Uma das constantes fisiológicas mais importantes é a potência específica máxima disponível a um ser humano; ela vale  $\sigma = 9,93 \text{ cal/kg}\cdot\text{s} = 0,0557 \text{ HP/kg}$ , ou seja, 3,9 HP para um indivíduo de 70 kg[12]. Tal nível de potência, contudo, só pode ser mantido por um tempo da ordem de 1 segundo. Essa potência-limite é empregada usualmente na largada das corridas de 100 e 200 metros rasos, e no momento do arranque, nas provas de levantamento de peso (nas quais o levantador tem um tempo da ordem de 1 s para levantar uma massa tipicamente de 140 kg a uma altura acima da sua cabeça, com os braços esticados!). Desnecessário dizer

que dispendar energia a essa taxa é uma atividade de altíssimo risco para a maior parte das pessoas, podendo facilmente levar à morte.

É oportuno dizer aqui, para finalizar esta seção, que a perda de 0,001 kg de gordura do corpo através de oxidação requer 10 Cal de trabalho muscular[2]. Portanto, se uma pessoa deseja perder  $m$  (kg) de gordura através de malhação a uma potência média de 700 W (0,93 HP), ela deverá investir cerca de  $t$  (horas) =  $17 \times m$  (kg) nos exercícios; ou seja, cerca de 17 horas de malhação para cada kg de gordura a diminuir. Conclui-se desta estimativa que a melhor forma de se livrar da gordura no corpo é controlar a ingestão de alimentos.

### IV A atividade de andar

Há mais de 150 anos atrás, foi notado que a importante atividade de andar consegue uma grande economia de energia se as pernas oscilam sob a ação da gravidade, como se estas fossem pêndulos simples de comprimento  $l$ [3]. Rigorosamente, as pernas têm diversas articulações, e a idéia de considerá-las como pêndulos simples é uma aproximação típica das que usamos na Física quando estamos de face com um problema complexo. Bem, nesta aproximação podemos dizer que a velocidade no andar,  $v_a$ , é dada por

$$v_a = y/(T/2), \quad (9)$$

onde  $y$  é o comprimento do passo, e  $T$  é o período das pernas;  $y = 2l \sin(\theta/2)$ ;  $T = 2 \times \pi \times (l/g)^{1/2}$  e  $\theta$  é o ângulo de abertura das pernas, considerado fixo, aproximadamente independente da altura  $L$  da pessoa[7]. Dessas definições, concluímos que

$$v_a = \frac{2}{\pi} [\sin(\theta/2)] (g \times l)^{1/2}. \quad (10)$$

A equação 10 implica que  $v_a$  escala com a raiz quadrada da altura  $L$  da pessoa (uma vez que  $l$  é proporcional

a  $L$ ):  $v_a \sim L^{1/2}$ . Ou seja, quanto maior a altura da pessoa, maior a velocidade no andar. Como veremos na próxima seção, esta lei de escala entre  $v_a$  e  $L$  não se mantém na corrida. Vejamos agora se a equação 10 prevê corretamente a velocidade média no andar para um adulto. Para tanto, usando  $\theta = 40^\circ$  (0,7 rad),  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  e  $l = 0,9 \text{ m}$  em (10), obtemos  $v_a = 0,65 \text{ m/s}$  (2,3 km/h) – um valor, de fato, da mesma ordem da marca freqüentemente adotada de 4 km/h. Para finalizar esta seção, vamos estimar a potência necessária para fazer um adulto andar. Como sabemos da Física básica, potência = força  $\times$  velocidade. No caso de andar, a força é aquela provida pelos músculos para colocar as pernas em movimento. Usando o fato de que as pernas de um adulto correspondem a cerca de 35% de seu peso total ( $P = 686 \text{ N}$ , para um adulto de 70 kg) e adotando uma velocidade no andar de 4 km/h ou 1,1 m/s, temos que a potência exigida para andar deve ser próxima a  $0,35 \times 686 \text{ N} \times 1,1 \text{ m/s} = 264 \text{ W}$ . Este valor é muito próximo da medida, freqüentemente tabelada, de 290 W[2].

## V A corrida

Diferentemente do andar, para o qual os pés estão fora de contato com o chão cerca de 40% do tempo, na corrida, cada pé está fora de contato com o chão por um tempo bem maior. Assim, cada pé toca o chão por uma fração de 30% do tempo numa corrida a 5 m/s, e por uma fração de apenas 20% do tempo quando a velocidade aumenta para 9 m/s. Paralelamente, na corrida, o comprimento do passo é muito maior, alcançando em média 2,4 m para corredores no regime de velocidade máxima (da ordem de 10 m/s)[13]. A seguir, mostraremos como a velocidade máxima escala com o tamanho dentro de uma mesma espécie; depois, discutiremos como a velocidade varia entre espécies. Comentaremos também sobre os recordes olímpicos e apresentaremos uma lei de escala não-trivial que aparece nesse caso. Por fim, examinaremos aspectos básicos ligados à aceleração nas corridas.

**(A)** Como a velocidade máxima depende do tamanho dentro de uma mesma espécie.

Na seção anterior, mostramos que a velocidade no andar escala com a raiz quadrada da altura  $L$  da pessoa. Consideremos agora um animal (mamífero) de massa  $M$  que sai do repouso e atinge a sua velocidade máxima,  $V$ , após um certo tempo. A potência média necessária na corrida,  $\langle P \rangle$ , pode ser escrita como  $\langle P \rangle = \langle v \rangle \cdot \langle F \rangle \sim M^{3/4}$ . Como a velocidade média  $\langle v \rangle = V/2$  e a força muscular média  $\langle F \rangle \sim d^2$  (lembre-se de que o comprimento  $d$  foi definido na seção II), podemos concluir, usando as leis de escala da seção II, que:

$$V \sim \langle v \rangle = \langle P \rangle / \langle F \rangle \sim [M^{3/4}] / d^2 \sim d^2 / d^2 = d^0 \sim L^0. \quad (11)$$

Ou seja, a velocidade máxima na corrida independe da altura ou do tamanho do animal. A equação 11 é uma relação universal, válida para todas as espécies de mamíferos. Naturalmente, para cada espécie em particular, deverá estar associado um parâmetro específico (a amplitude da lei de escala, na qual não estamos aqui particularmente interessados) característico da classe[14, 15]. Dessa forma, (11) é válida para todos os animais, dentro de uma mesma espécie. Uma das melhores confirmações disso está no fato de que em todas as espécies é possível observar uma certa variabilidade no tamanho  $L$  dos adultos[3, 7]. Fossem os indivíduos maiores, por exemplo, os mais rápidos (i.e. se  $V \sim L^\alpha$ ,  $\alpha > 0$ ), a evolução já teria filtrado suficientemente, pois haveria um desequilíbrio muito forte entre presa e predador, e todas as distribuições de tamanho, para cada espécie, seriam muito mais comprimidas do que as observadas, privilegiando apenas os animais de maior porte. O leitor poderá lembrar, também, que muitos dos melhores corredores olímpicos são de baixa estatura.

O mesmo resultado mostrado em (11) pode ser obtido com um raciocínio mais simples, baseado em análise dimensional e usando a hipótese de um único comprimento de escala  $L$ . Como a corrida exige do corredor uma série de movimentos coordenados e periódicos, seja  $W$  o trabalho feito em cada um desses ciclos;  $W \sim F_{\text{mus}} \times \text{distância} \sim L^2 \times L = L^3$  (a distância aqui é aquela na qual a força muscular atua, evidentemente). Supondo que  $V = V(M, W) \sim M^\gamma \times W^\delta$ , análise dimensional exige que  $\gamma = -1/2$  e  $\delta = 1/2$ . Como  $M \sim L^3$ , da mesma forma que  $W$ , conclui-se, como em (11), que  $V \sim L^0$ .

**(B)** A velocidade máxima entre as espécies.

A título de ilustração, mostramos na Tabela 1 as velocidades máximas de diversos mamíferos. Podemos observar nessa tabela a forte correlação existente entre as velocidades máximas de presas e predadores tradicionais (coelho/raposa, gazela/chitá, raposa/lobo) imposta pela evolução: presas e predadores tradicionais têm velocidades máximas muito próximas. Daí o velho ditado: “Um dia é da caça e o outro do caçador.” O exemplo da avestruz é particularmente interessante, pois mostra que o fato de o homem correr menos não está ligado à sua natureza bípede. Ao longo da evolução, as avestruzes, bem como todos os grandes corredores como os chitás e as gazelas, transferiram para os respectivos troncos muito da massa muscular necessária para a corrida, deixando suas pernas proporcionalmente muito mais leves do que as pernas humanas. Animais com pernas pesadas, como o homem, têm que pagar um alto custo energético para simplesmente colocá-las e mantê-las em movimento acelerado. Atentos a esses detalhes, os preparadores físicos dos corredores olímpicos de 100 e 200 metros, as mais rápidas provas de corrida,

têm realizado um verdadeiro trabalho de reengenharia muscular nas últimas décadas, com o resultado de fortalecer muito a massa muscular do tronco e os ligamentos perna-tronco desses atletas. Muitos especialistas acreditam que a barreira para o homem alcançar maiores velocidades nas provas olímpicas é mais psicológica do que fisiológica[16]; segundo eles, os melhores atletas, que teoricamente poderão um dia correr tanto quanto as avestruzes, não continuam se esforçando para diminuir os seus tempos, após baterem novos recordes.

Tabela 1. Velocidades máximas de alguns mamíferos em m/s e km/h. Veja seção V-B para maiores detalhes.

<i>Animal</i>	<i>Velocidade</i>	
	m/s	km/h
Avestruz	23,0	83
Cachorro	16,6	60
Cavalo	19,0	68
Chitá	30,5	110
Coelho	18,0	65
Elefante	11,1	40
Gazela	28,0	101
Girafa	13,8	50
Homem	11,5	41
Leão	22,2	80
Lobo	18,0	65
Raposa	20,0	72
Zebra	18,0	65

### (C) Observações sobre as corridas olímpicas

A velocidade média  $\langle v \rangle$  nas corridas depende naturalmente da distância a ser percorrida. Corridas mais longas têm  $\langle v \rangle$  menores, pois os corredores conseguem manter uma velocidade máxima por tempo muito limitado. A Fig. 1 mostra os recordes olímpicos masculinos de velocidade média em função da extensão total dessas corridas (100 m, 200 m, 400 m, 800 m, 1500 m, 5000 m, 10000 m e a maratona [42195 m]) até as Olimpíadas de Atlanta (1996). Os recordes olímpicos femininos para as mesmas provas possuem velocidades médias menores em valores entre 7,32% e 12,6%. O leitor interessado encontrará todos os registros de recordes olímpicos das provas de atletismo no site [www.hkkl.fi/~niininen/olympic.html](http://www.hkkl.fi/~niininen/olympic.html).

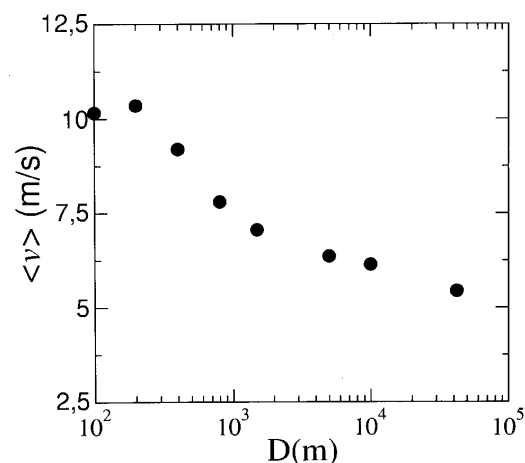


Figura 1. A velocidade média dos atuais recordes olímpicos  $\langle v \rangle$ , em função das respectivas distâncias  $D$ , para todas as provas de corrida. Observe que o eixo horizontal está em escala logarítmica. Veja a seção V-C para maiores detalhes.

O matemático J. Keller mostrou em 1973[12] que a estratégia para se conseguir o menor tempo na corrida de 200 m, quase tão rápida quanto a de 100 m, consiste em se alcançar a velocidade máxima, de cerca de 11 m/s, em aproximadamente 3,5 s, e daí para a frente manter essa velocidade máxima; ele também mostrou que a estratégia otimizada para ganhar a corrida de 400 m, consiste em o corredor atingir a velocidade máxima, de cerca de 9,5 m/s, em pouco menos de 2,5 s, e de manter essa velocidade até 0,86 s antes da linha de chegada. Nos últimos 0,86 s dessa corrida, a energia de que o atleta dispõe é essencialmente zero, e sua velocidade cai do valor máximo para perto de 6,7 m/s ao terminar a prova. De fato, podemos observar nessa prova magnífica que o estado final do corredor é completamente diferente do estado final nas provas de 100 e 200 metros: enquanto na primeira o corredor chega quase desabando devido ao estado de fadiga energética, nas duas últimas notamos que o corredor ainda tem uma reserva de energia e que ele poderia correr um pouco mais no mesmo ritmo. As corridas de 100 e 200 metros são as mais rápidas, pois o atleta pode dispor mais adequadamente da reserva de oxigênio que ele armazenou nos tecidos, além da respiração durante a prova. Por outro lado, antes de concluir a prova dos 400 m, já não existe mais oxigênio nos tecidos. A previsão teórica de Keller para o tempo mínimo na corrida de 200 m é de 19,25 s[12], enquanto o recorde atual é de 19,32 s, obtido por Michael Johnson (USA), em Atlanta, em 1996. Mais importante, Keller mostrou que existe uma distância crítica nas corridas,  $D_c = 291$  m, tal que para as corridas em distâncias menores do que  $D_c$ , o atleta deverá atingir a velocidade máxima com aceleração máxima, e daí para frente manter essa velocidade até o final; enquanto que para as corridas em

distâncias maiores do que  $D_c$ , o atleta deve dispor de aceleração máxima por um tempo entre 1 e 2 segundos, chegando, ao final desse período, a um regime de velocidade constante, e finalmente desacelerar entre 1 e 2 segundos antes do final da prova. Recentemente, Mureika aperfeiçoou a teoria de Keller, introduzindo a perda de energia do atleta nas curvas[17], um aspecto importante já nas corridas de 200 e 400 metros.

Até agora, todas as equações vistas no presente trabalho são leis de escala simples, nas quais os expoentes que relacionam as diversas quantidades físicas são números inteiros ou fracionários que emergem de relações dinâmicas simples. Neste caso, podemos falar em expoentes de escala triviais. No estudo dos recordes olímpicos de corridas, encontramos uma lei de escala não-trivial, a qual relaciona o tempo de duração recorde de uma corrida,  $t_{\text{rec}}$ , com a extensão da corrida,  $D$ . Na Fig. 2, mostramos num gráfico log-log a dependência  $t_{\text{rec}}$  versus  $D$  para todas as corridas olímpicas masculinas. Como o leitor poderá observar,  $t_{\text{rec}}$  escala não-linearmente com a distância como

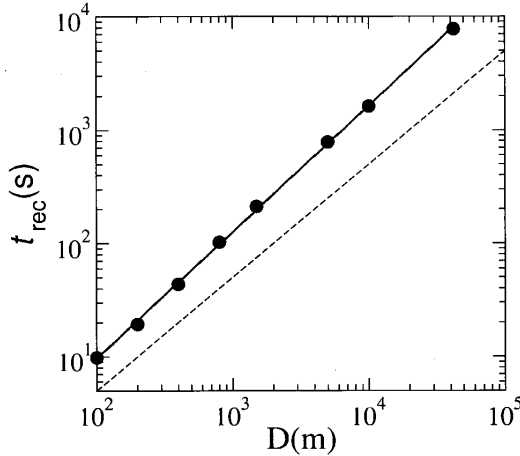


Figura 2. Gráfico log-log do tempo-recorde,  $t_{\text{rec}}$ , versus a distância na corrida,  $D$ , para as provas olímpicas. A reta contínua se refere ao melhor ajuste, dado por  $t_{\text{rec}} = 0,057 \times D^{1,115}$ . A linha tracejada representa, para comparação, uma reta com inclinação unitária. Veja a seção V-C para maiores detalhes.

$$t_{\text{rec}} = 0,057 \times D^{1,115}, \quad (12)$$

com um coeficiente de correlação de 0,9997 e ao longo de uma variabilidade de distância superior a um fator 420. Os recordes femininos são também descritos por uma lei de escala não-trivial muito parecida. Nesse último caso,  $t_{\text{rec}} = 0,068 D^{1,10}$ , com igual coeficiente de correlação. Esses dois últimos ajustes satisfazem  $t_{\text{rec}} \sim D^{10/9}$ , dentro de incertezas da ordem de 0,3% a 0,9%.

#### (D) Aceleração

Para encontrarmos como a aceleração  $a$  disponível a um animal escala com o seu tamanho  $L$  ou com a sua

massa  $M$ , basta lembrar a segunda lei de Newton e as equações 4 e 5 da seção II:

$$a = \frac{F}{M} \sim \frac{d^2}{L d^2} = L^{-1}. \quad (13)$$

Em (13),  $F$  é o mesmo que a força muscular da seção II. Esta equação mostra que quanto maior o tamanho do animal, menor a aceleração. Muitos mamíferos, como os gatos (pequenos e grandes, incluindo os leões), têm pernas muito musculosas, que privilegiam a aceleração no momento do bote, em detrimento da velocidade. Já as gazelas têm pernas muito leves, as quais privilegiam a manutenção de velocidades altas durante muito tempo, em detrimento simplesmente da aceleração. Por essa razão, os leões têm apenas uma ou duas dezenas de segundos para tentar alcançar essas suas rápidas presas. Se eles não o fazem nesse restrito intervalo, não conseguem acompanhar o ritmo de alta velocidade das gazelas por muito tempo. O chitá, o rei das corridas, também não consegue manter a sua grande velocidade máxima por muito tempo; esse animal vai de 0 a 108 km/h em apenas três segundos, o que corresponde a uma aceleração de  $10 \text{ m/s}^2$ , pouco maior do que a da gravidade, e maior do que a de carros de corrida, em geral. Devemos observar aqui que, comparativamente à pulga[18], que alcança 2 m/s em apenas 0,0015 s, com uma aceleração de 136 g, o chitá tem uma aceleração insignificante.

Nas corridas olímpicas mais curtas, de 100 e 200 metros, a arrancada inicial, fase de grande aceleração, ocupa uma fração apreciável da corrida (cerca de 20% do tempo total para a de 200 m e 40% para a de 100 m), por isso os músculos das pernas nos atletas que se dedicam a essas modalidades têm uma preparação bem diferente do que acontece para os corredores das demais modalidades. Esse aspecto fica patente ao examinarmos as diferenças de perfil físico entre os atletas dos diversos tipos de corridas. Corredores que aspiram a uma medalha de ouro nas provas olímpicas de 100 e 200 metros devem estar preparados para uma aceleração típica de  $8 \text{ m/s}^2$ , no primeiro segundo dessas corridas. Um cálculo elementar mostra que a potência por unidade de massa exigida desses atletas nessas arrancadas é próxima da potência humana máxima de 0,0557 HP/kg, definida na seção III.

## VI O pulo

### (A) Dependência com o tamanho

De grande importância nos esportes, no caso do homem, e na sobrevivência, no caso de outros animais, no pulo vertical, o animal retrai suas pernas de forma

que o seu centro de massa (CM) se abaixa de uma distância  $h$ . Na hora do pulo, uma força muscular  $F$  age ao longo dessa mesma distância e produz um trabalho  $W = F \times h$ , que faz com que o CM alcance, com velocidade final igual a zero (ponto de retorno), uma altura  $H > h$  acima da posição relaxada normal, ou seja, quando o CM está a uma altura  $h + H$  acima da posição mais retraída. Conservação da energia para um animal de peso  $M \times g$  nos diz que

$$W = F \times h = M \times g \times (h + H). \quad (14)$$

A altura do pulo,  $h + H$ , será dada por  $(F h / M g)$ . Como  $F \sim d^2$  (veja seção II), e como  $h \sim L$  e  $M \sim L \times d^2$ , a altura  $h + H$  que o CM sobe com o pulo escala com  $L$  como

$$h + H = \frac{F \times h}{M \times g} \sim \frac{d^2 \times L}{L \times d^2} \sim d^0 \times L^0, \quad (15)$$

i.e.  $h + H$  independe da altura do animal, como ocorre também com a velocidade máxima nas corridas. Esta é a razão pela qual muitos jogadores apesar de baixos, são excelentes na hora de pular para cabecear, encestar ou cortar uma bola.

Vale notar que a maior parte dos animais realiza pulos tais que  $H \gg h$ ; gatos, por exemplo, conseguem facilmente pulos com  $H/h = 20$ . O homem é uma exceção pois, na melhor das hipóteses, consegue  $H \gtrsim h$ . Consideremos o caso típico de um atleta com 70 kgf de peso que retraia a sua altura de uma distância  $h = 0,30$  m para pular, elevando o seu CM a uma distância  $H = 0,60$  m acima da posição usual. Neste caso, a equação 15 nos dá

$$F = M g (h + H) / h = 3 M g. \quad (16)$$

Supondo, ainda nesse caso, que a distensão dos músculos, e conseqüentemente  $F$ , dure  $t = 0,25$  s (o leitor poderá consultar, nesse particular, a Fig. 3 da referência[13]), a potência  $\mathcal{P}$  investida no salto será  $\mathcal{P} = M \times g \times (h + H) / t = 2470$  W ou 3,4 HP, que é praticamente o limite de potência disponível para os humanos, conforme comentado na seção III. Como corolário, nenhum atleta consegue dar dois grandes pulos em seguida.

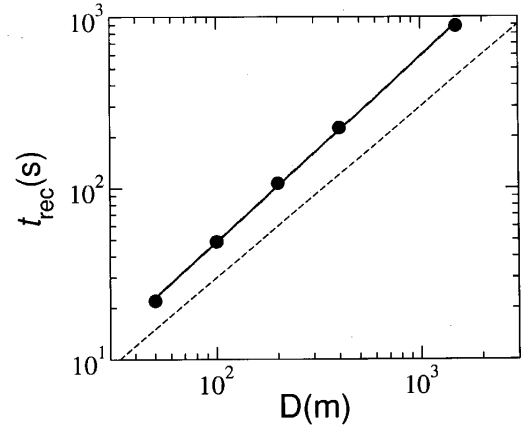


Figura 3. Gráfico log-log do tempo-recorde,  $t_{\text{rec}}$ , versus a distância  $D$  nas provas olímpicas de nado livre. A reta contínua se refere ao melhor ajuste, dado por  $t_{\text{rec}} = 0,326 \times D^{1,09}$ . A linha tracejada representa, para comparação, uma reta com inclinação unitária. Veja a seção VII para maiores detalhes.

### (B) Considerações sobre a resistência dos ossos humanos nos saltos

Vamos agora examinar os limites físicos impostos pela resistência dos ossos no caso de um salto ou queda a partir de uma altura  $H$ . Providências especiais para amortecer a queda de atletas têm que ser introduzidas, por exemplo, nas competições de salto com varas, onde as alturas alcançadas excedem os 6 m acima do nível do solo. O osso humano mais vulnerável numa queda vertical é a tíbia, a qual possui, num adulto, uma área transversal  $\mathcal{A}$  de cerca de 3 cm<sup>2</sup>, no seu ponto de maior estreitamento. O módulo de compressão[19] da tíbia é  $Y = 1,7 \times 10^8$  N/m<sup>2</sup>. Humanos têm, em geral, módulos de compressão maiores do que os de outros mamíferos. Uma tíbia tenderá, então, a fraturar-se quando submetida a forças maiores que  $\mathcal{A}Y = 51000$  N. Duas tíbias, portanto, suportarão um esforço  $F_c = 2\mathcal{A}Y = 10^5$  N, aproximadamente 130 vezes o peso de um ser humano de 75 kgf. Equivalentemente, as duas tíbias suportarão, no impacto vertical com o piso, uma desaceleração de até 130g. Se uma pessoa em queda de uma altura  $H$  amortecer o impacto, diluindo a desaceleração ao longo de uma distância  $h$  (por exemplo, flexionando as pernas), deveremos ter  $H \leq (F_c \times h) / \text{Peso} = 130h$ , para não haver a fratura das tíbias. Assim, se  $h = 1$  cm, como se um impacto com o chão se processasse com as pernas essencialmente rígidas, uma altura  $H = 130$  cm já implicaria o risco de quebra das tíbias. Num outro extremo, se a desaceleração ocorrer ao longo de  $h = 0,6$  m, o limite para a queda de risco subirá para  $H = 78$  m, o que pode parecer superestimado. Na realidade, o que ocorre é que, nos saltos, as desacelerações são exercidas quase que inteiramente sobre os tendões e ligamentos,

os quais têm uma resistência à ruptura de cerca de  $1/20$  em relação aos ossos. Este fato reduz a altura máxima,  $H_{\max}$ , para colidir com o solo, a cerca de  $H_{\max} = 78\text{ m}/20 = 3,9\text{ m}$ . Materiais fofos como a neve permitem, no entanto, quedas de grandes alturas sem qualquer problema. Deve ser ainda notado que um dos aspectos mais perigosos nas quedas de grandes alturas se refere ao fato de o corpo humano tender a girar, e a cabeça, devido ao peso, tender a colidir com o chão.

## VII A atividade de nadar

Num meio denso como a água, o empuxo é grande e anula o peso; conseqüentemente, espera-se que a massa do nadador não desempenhe um papel importante como na corrida (veja o último parágrafo da seção V-A). Diferentemente das corridas humanas, a resistência do meio,  $R$ , é muito importante aqui, e nós devemos esperar que a velocidade máxima  $V$  do nadador dependa da quantidade de trabalho por ciclo,  $W$ , que ele pode fazer, e da aceleração da gravidade  $g$ , além, obviamente, de  $R$ . Note que  $g$  deve entrar na expressão de  $V$ , pois quanto menor  $g$  maior a dificuldade para o nadador avançar; em particular, no limite  $g = 0$ , não pode existir natação! Supondo  $V = V(g, W, R) \sim g^\gamma \times W^\delta \times R^\nu$ , encontramos através de análise dimensional que  $\gamma = 1/2$ ,  $\delta = 1/2$  e  $\nu = -1/2$ . Ou seja:

$$V \sim g^{1/2} \times (W/R)^{1/2}. \quad (17)$$

Na mecânica dos fluidos, a Eq. 17 é conhecida como a lei de Froude da correspondência de velocidades[3]. Como  $W \sim L^3$ , como visto na seção V-A, e como  $R \sim L^2$  (já que a resistência do fluido depende da área transversal do corpo), segue desse raciocínio que para a natação[3]

$$V \sim L^{1/2}; \quad (18)$$

ou seja, diferentemente das corridas, a natação privilegia os atletas de maior estatura. Por esta razão, os nadadores olímpicos são cada vez mais altos. Analogamente, peixes maiores também nadam mais rápido. Como um exemplo de (18), um nadador com 2,00 m de altura tem, em média, uma velocidade máxima maior do que a de um nadador, digamos, de 1,94 m por um fator de  $(2,00/1,94)^{1/2} = 1,015$  (1,5% maior), assumindo-se que ambos estejam igualmente preparados.

As provas olímpicas de natação mais rápidas são as de nado livre, em cinco distâncias, a saber: 50 m, 100 m, 200 m, 400 m e 1500 m. A velocidade média recorde nessas provas é de 2,282 m/s, nos 50 m; i.e. pouco mais do dobro da velocidade média no andar de

um adulto. Como visto na seção V-C para as corridas, os tempos dos recordes olímpicos,  $t_{\text{rec}}$ , nas provas de nado livre, também satisfazem uma lei de escala não-trivial envolvendo a distância  $D$  do percurso. Essas informações são mostradas no gráfico log-log da Fig. 3, onde a linha contínua representa o melhor ajuste lei de potência:  $t_{\text{rec}} = 0,326 \times D^{1,09}$ , num intervalo de variabilidade de 30 na distância e com um coeficiente de correlação igual ao das corridas (0,9997). Deve ser notado que o expoente de escala nessa última lei difere do correspondente para o caso das corridas por apenas 2,6%. O leitor interessado nos recordes olímpicos nas provas de natação encontrará todas as informações no sítio <http://www.swimnews.com/Rank/RecordsSub2/OlymRecM.shtml>.

## VIII Conclusão

Naturalmente, todas as leis de escala discutidas aqui são estatísticas. Elas não são equações determinísticas; a Eq. 18, por exemplo, não diz que um nadador de 1,94 m terá necessariamente que fazer um pior tempo que um de 2,00 m. A lei de escala (18) diz apenas que, se todos os outros aspectos estiverem igualmente bem resolvidos entre os nadadores, o favoritismo tenderá sempre a pesar para o lado do mais alto na natação, onde a velocidade escala com a raiz quadrada do tamanho  $L$  do nadador. O mesmo comportamento,  $v \sim L^{1/2}$ , ocorre na atividade de andar (seção IV), embora tanto nas corridas quanto na atividade de pular, a velocidade (Eq. 11) e a altura do pulo (Eq. 15) máximas, respectivamente, independam da altura do indivíduo.

Chamamos a atenção do leitor para o fato de que nem todas as leis de escala discutidas aqui são simples e bem compreendidas como as que acabamos de relembrar no parágrafo anterior. O exemplo mais importante nesse aspecto é a lei de Kleiber[5] discutida na seção II. Vale ressaltar, por fim, que as leis de potência envolvendo os tempos de recordes olímpicos em função da distância nas provas de corrida (Fig. 2) e nado livre (Fig. 3), discutidas nas seções V-C (Eq. 12) e VII, respectivamente, também são exemplos de leis de escala não-triviais, e pelo que sabemos, ainda não explicadas. O que mais impressiona na lei de escala (12) é que, apesar das diversas provas de corrida estarem associadas a estratégias bastante diferentes de minimização do tempo, estas marcas temporais seguem uma mesma lei de potência, independentemente do tipo de prova.

**Nota:** Após a correção das provas deste artigo, ficamos sabendo que B. Leroy publicou em 1977 um interessante artigo sobre a física no futebol, no qual o au-



tor discute mais particularmente a famosa “folha seca” do atacante Didi [20].

## References

- [1] G. Galilei, Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attenanti alla Meccanica ed i movimenti locali (1638), reproduzido como Dialogues Concerning the two New Sciences, em Great Books of the Western World (R.M.Hutchins, editor; Encyclopaedia Britannica, Chicago, 1952).
- [2] J.B. Marion, General Physics with Bioscience Essays (Wiley, New York, 1979).
- [3] D.W. Thompson, On Growth and Form - The complete revised edition (Dover, New York, 1992).
- [4] A. Tan, and J. Zumerchik, Phys.Teacher, **38**, 147 (2000).
- [5] M. Kleiber, Hilgardia, **6**, 315 (1932).
- [6] W. Hughes, Aspects of Biophysics (Wiley, New York, 1979).
- [7] K. Schmidt-Nielsen, Scaling: Why is animals size so important? (Cambridge U.P., Cambridge, 1993); W.A.Calder III, Size, Function, and Life Story (Dover, New York, 1996).
- [8] P.H. Harvey, and J.R. Krebs, Science, **249**, 140 (1990).
- [9] T. McMahon, Science, **179**, 1201 (1973).
- [10] G.B. West, J.H. Brown, and B.J. Enquist, Science, **276**, 122 (1997).
- [11] Veja, por exemplo, A.P. French, Principles of Modern Physics (Wiley, New York, 1958), ou qualquer outro livro de Física Moderna ou Estrutura da Matéria.
- [12] J.B. Keller, Phys.Today, **26** (9), 42 (1973).
- [13] R. Cross, Am.J.Phys., **67**, 304 (1999).
- [14] M.Y. Azbel, Proc.Natl.Acad.Sci., **91**, 12453 (1994).
- [15] M.Y. Azbel, Proc.R.Soc.Lond.-B, **263**, 1449 (1996).
- [16] H.W. Ryder, H.J. Carr, and P. Herget, Sc.Am., **234** (6), 109 (1976).
- [17] J.R. Mureika, Can.J.Phys., **75**, 837 (1997).
- [18] M. Rothschild, Y. Schlein, K. Parker, C. Neville, and S. Sternberg, Sc.Am., **229** (5), 92 (1976).
- [19] Veja, por exemplo, D. Halliday, R. Resnick e J. Walker, Fundamentos de Física, Volume 2 (Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro, 1996).
- [20] B. Leroy, Rev. Bras. Fis. **7**(3), 693 (1977).