Variata 3

2) Lema: Orice arbore T cu cel puțin 3 noduri are o mulțime de noduri independente (neadiacente 2 câte 2) de cardinal maxim ce conține toate frunzele.

Demonstrație: Fie J setul cu această proprietate și cu numărul cel mai mare de frunze, dar nu pe toate.

Fie v o frunză, $v \notin J$ și fie w tatăl lui v.

Cazul I: $w \notin J$, atunci $J \cup \{v\}$ este ~~ctr~~ independent și $|J \cup \{v\}| > |J|$

=> contradicție cu ipoteza.

Cazul II: $w \in J$

Fie $J' = \{J \setminus \{w\} \cup \{v\}$ -> set independent, de aceeași cardinalitate ca J

$|T| \geq 3 \Rightarrow deg(w) \geq 2 \Rightarrow$ w nu este frunză.

=> J' conține mai multe frunze decât J => contradicție

dar J setul cu cel mai mare număr de frunze

=> setul trebuie să conțină toate frunzele.

~~Definim următorul algoritm pentru determinarea~~

P(1): Avem nodul u frunză (subarbore cu un nod)

Îl adăugăm la set -> corect:

P(n): Presupunem că până la pasul curent ~~toți~~ subarborele cu rădăcina în u ~~are este~~ are ~~marcat nodul~~ determinat subsetul J_{fii}

Demonstrăm că pentru ~~to~~ nodul n+1, dacă toți cei n ~~vecini~~ ai săi au ~~n~~ J_i calculat corect, atunci și n+1 este calculat corect.

Cazul I ~~n~~ niciun ~~vecin~~ fiu al lui u nu este marcat (nu face parte din J)

Dacă niciun fiu nu este marcat, atunci $J = J \cup \{u\}$

P.p ~~că $\exists J'$~~ Dacă nu l-am include pe u și J ar rămâne neschimbat atunci $J' = J \cup \{u\}$ este un ~~set~~ independent maximal mai mare decât J => abs => trebuie adăugat n+1

Cazul II: cel puțin un fiu al lui n+1 este marcat

=> nu îl putem marca deoarece ~~atuncele~~ setul rezultat ~~nu ar fi resp~~ nu ar respecta cerința.

~~Presupunem că J o configurație în care n+1 nu este marcat, iar toate celelalte noduri sunt (corespund marcajele cu cele făcute de noi).~~

~~Atunci J U fo~~

Scanned with CamScanner