

# Operacijska Istraživanja - Prva lab. vježba

Branimir Ivić, 0036516863

## Tekst zadatka

*Poduzeće Gricko pravi tri vrste mješavina grickalica. Za različite mješavine potrebno je različito vrijeme pripreme mješavine. Za prvu je potrebno 0.125 sati, za drugu 0.15 sati, a za treću 0.1 sata za svaku vrećicu. Svaka vrećica je iste zapremine koja iznosi pola litra. Troškovi proizvodnje vrećica su 3 eura za prvu, 3.5 eura za drugu i 3 eura za treću mješavinu. Mješavine se skladište u prostor veličine 0.15 m<sup>3</sup> i šalju u prodaju jednom tjedno. Stroj za miješanje može raditi do 40 sati tjedno. Potrebno je napraviti tjedni plan proizvodnje kojim se ostvaruje maksimalna zarada (vodeći računa i o troškovima proizvodnje) ako su prodajne cijene jedne vrećice 7 eura za prvu, 8 eura za drugu i 6.5 eura za treću mješavinu.*

## Matematički model problema

Dakle, imamo dva ograničenja: prostor i radno vrijeme stroja. Prostor je ograničen na 150 dm<sup>3</sup> gdje je svaka vrećica 0.5 dm<sup>3</sup>, a stroj može raditi 40 sati tjedno. Trebamo maksimizirati profit (cijena jedne grickalice oduzimamo s cijenom proizvodnje).

### Primalna jednadžba

$$\max Z = (7 - 3)x_1 + (8 - 3.5)x_2 + (6.5 - 3)x_3 = 4x_1 + 4.5x_2 + 3.5x_3$$

*Ograničenja:*

$$0.125x_1 + 0.15x_2 + 0.1x_3 \leq 40 \text{ (ograničenje radnih sati)}$$

$$0.5x_1 + 0.5x_2 + 0.5x_3 \leq 150 \text{ (ograničenje prostora)}$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0 \text{ (ograničenje nenegativnih brojeva)}$$

### Dualna jednadžba

$$\min W = 40y_1 + 150y_2$$

*Ograničenja:*

$$0.125y_1 + 0.5y_2 \geq 4 \text{ (ograničenje } x_1 \text{)}$$

$$0.15y_1 + 0.5y_2 \geq 4.5 \text{ (ograničenje } x_2 \text{)}$$

$$0.1y_1 + 0.5y_2 \geq 3.5 \text{ (ograničenje } x_3 \text{)}$$

$$y_1, y_2 \geq 0 \text{ (ograničenje nenegativnih brojeva)}$$

## Rješenja

Numeričko rješenje je postignuto python ekstenzijom PuLP, dok je grafičko postignuto geogebrom. Softersko rješenje pythonom sadrži primalni i dualni model u svojem kodu.

### Funkcija cilja

Postoji jedan optimum i taj optimum funkcije cilja iznosi  $Z = W = 1250$  eura (€) profita.

### Primalne varijable

```
Result - Optimal solution found

Objective value:           1250.00000000
Enumerated nodes:           0
Total iterations:           0
Time (CPU seconds):         0.02
Time (Wallclock seconds):   0.02

Option for printingOptions changed from normal to all
Total time (CPU seconds):   0.03   (Wallclock seconds):   0.03

Grickalica_1 : 0.0
Grickalica_2 : 200.0
Grickalica_3 : 100.0
```

$$\begin{aligned}x_1 &= 0 \\x_2 &= 200 \\x_3 &= 100\end{aligned}$$

### Dualne varijable

```
Result - Optimal solution found

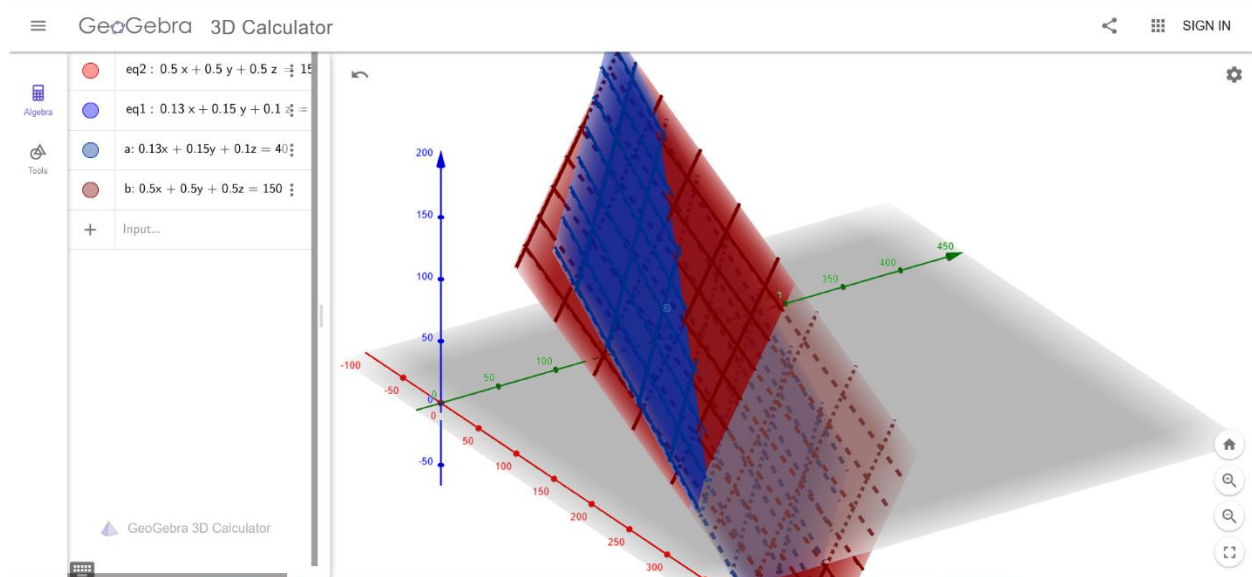
Objective value:           1250.00000000
Enumerated nodes:           0
Total iterations:           0
Time (CPU seconds):         0.02
Time (Wallclock seconds):   0.02

Option for printingOptions changed from normal to all
Total time (CPU seconds):   0.04   (Wallclock seconds):   0.04

y1 : 20.0
y2 : 3.0
```

$$\begin{aligned}y_1 &= 20 \\y_2 &= 3\end{aligned}$$

## Grafičko (Geogebra) rješenje



U geogebri ograničenje prostora je crvena ploha dok je ograničenje radnih sati plava ploha. Rešetke na plohama su izjednačenje funkcije cilja sa ograničenjem tj  $0.5x + 0.5y + 0.5z = 4x + 4.5y + 3.5z$  gdje su  $x = x_1$ ,  $y = x_2$ ,  $z = x_3$  te radimo samo sa nenegativnim vrijednostima (ograničenje nenegativnih brojeva). Isto tako i za ograničenje radnih sati. Presjek ovih dvaju ploha daje (pravac) feasible space odnosno prostor svih rješenja koji zadovoljavaju ograničenja. Optimum je točka za koju pravac ima najveću vrijednosti, a to je  $x = 0, y = 200, z = 100$ .

## Resursi

### Iskorištenost resursa

Resursi su u potpunosti iskorišteni jer je prostor od  $0.15 \text{ m}^3$  i radno vrijeme stroja od 40 sati u potpunosti iskorišteni da bi se dostigao optimum. Dakle, nema slobodnog prostora niti vremena.

*Ograničenje prostora:*

$$0.125x_1 + 0.15x_2 + 0.1x_3 \leq 40 \text{ (ograničenje radnih sati)}$$

$$0.5x_1 + 0.5x_2 + 0.5x_3 \leq 150$$

$$0.5 * 0 + 0.5 * 200 + 0.5 * 100 \leq 150$$

$$100 + 50 \leq 150$$

$$150 \leq 150$$

*Ograničenje radnih sati:*

$$0.125x_1 + 0.15x_2 + 0.1x_3 \leq 40$$

$$0.125 * 0 + 0.15 * 200 + 0.1 * 100 \leq 40$$

$$30 + 10 \leq 40$$

$$40 \leq 40$$

### Analiza osjetljivosti

Za analizu osjetljivosti mijenjamo vrijednosti ograničenja te gledamo shadow price.

$$\text{Shadow Price (SP)} = \frac{Z_B - Z_A}{C_B - C_A}$$

gdje postoje strojevi A i B. A je originalni stroj dok je B stroj s novim ograničenjima.

$$SP(+1 \text{ radni sat}) = \frac{1270 - 1250}{41 - 40} = 20$$

$$SP(-1 \text{ radni sat}) = \frac{1230 - 1250}{39 - 40} = 20$$

$$SP(+1 \text{ dm}^3) = \frac{1253 - 1250}{151 - 150} = 3$$

$$SP(-1 \text{ dm}^3) = \frac{1247 - 1250}{149 - 150} = 3$$

Vidimo da svaki dodatna radni sat dodaje po 20 eura profita i obratno. Također vidimo da svaki dodatni  $\text{dm}^3$  prostora dodaje 3 eura profita i obratno.

### Cijeli brojevi

Potrebno je koristiti cijele brojeve jer stroj ne može proizvesti pola vrećice grickalice, već za istu vrstu grickalice mora praviti međusobno identične grickalice (tj bez varijacija).