

Tentamen
Mekanik fk MT1483
16 mars, 2016

Betyg: 0-11 = F, 12-14 = E, 15-18 = D, 19-22 = C, 23-26 = B, 27-30 = A .
Tillåtna hjälpmedel: räknare, matematik och fysiktabeller och formelsamlingar,
kursens formelsamling

1.

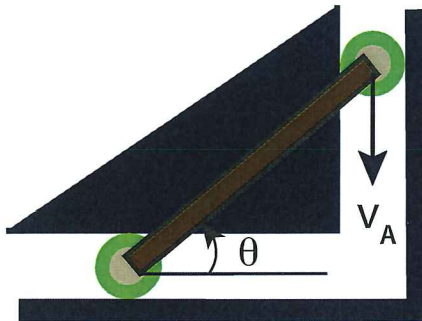
Övre änden av stängen har, när vinkeln $\theta = 30^\circ$, en hastighet $v_A = 2$ m/s nedåt.

Bestäm:

i) stängens vinkelhastighet ω , samt

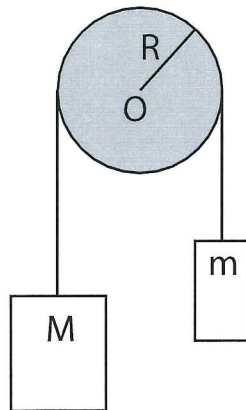
ii) hastigheten för stängens masscentrum G, dvs hastighetsvektorn \vec{v}_G !

Stängens längd $L = 0.20$ m.



2.

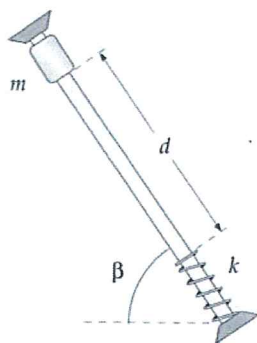
Två massor hänger runt en lätt trissa där $M > m$. De släpps från vila. Vad blir hastigheten hos massorna uttryckt som funktion av tiden ? (Att trissan är "lätt" betyder att vi försummar trissans massa och rotationströghet.)



3.

En hylsa med massan m kan glida på en fix rak stång som lutar vinkeln β mot horisontalplanet. Det dynamiska friktionstalet är μ . Hylsan släpps från vila. Bestäm hylsans fart just innan den når fjädern för a) $\mu = 0$ (3 p); och $\mu \neq 0$ (2 p) !

(Om man vet vad man gör så är det lättast att lösa b) först, och sedan sätta $\mu = 0$ för att få a.)

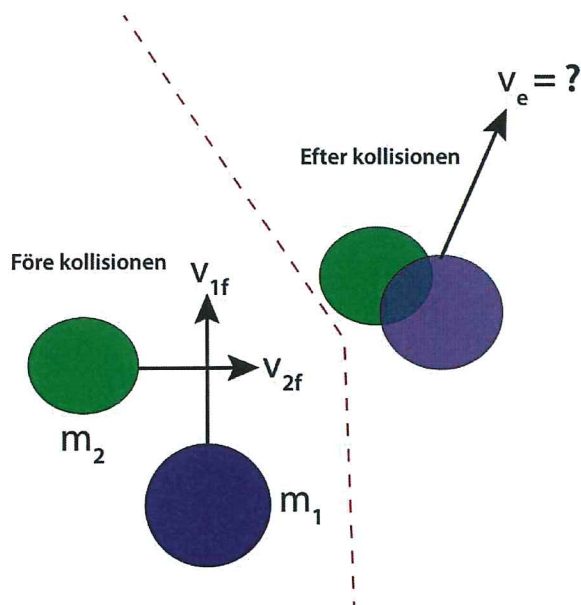


4.

Två lersfärer med massor $m_1 = 0.4$ kg och $m_2 = 0.2$ kg kolliderar, se bilden. Deras hastigheter före är $v_{1f} = 3$ m/s, och $v_{2f} = 2$ m/s vinkelrätt mot varandra (enligt figuren). Efteråt rör de sig tillsammans.

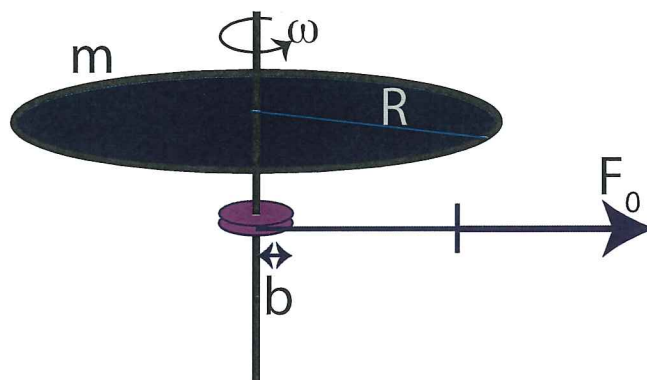
i) Vad blir deras hastighet (belopp och riktning) ?

ii) Hur mycket energi förloras i kollisionen ?



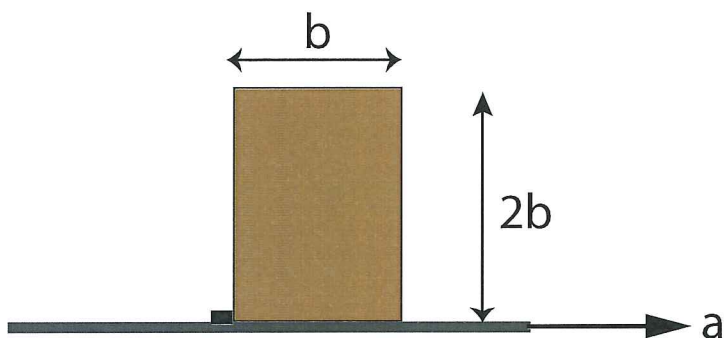
5.

En snurra består bla av en tunn skiva med massa m som dras upp av ett snöre vilket sitter fast på radien b från rotationsaxeln. Dragkraften är konstant F_0 . Vad får snurran för vinkelhastighet ω om man drar under tiden t_2 ?



6.

En fyrkantig låda med massa m_0 står på ett band som plötsligt accelererar med $a = g$ framåt så lådan börjar välta. Vad blir lådans vinkelacceleration precis när accelerationen börjar ? - dvs finn $\alpha = \dot{\omega}$!



Lösningssutkast TENA Dynamik 16 Mars 2016

Claes
Hedberg

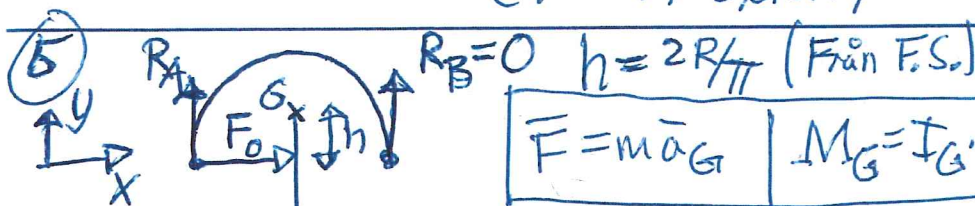
④ Inga yttre krafter på systemet ($m_1 + m_2$)

$$\int \vec{F} \cdot dt = \Delta(m\vec{v}) \Rightarrow \Delta(m\vec{v}) = 0 \Rightarrow (m\vec{v})_f = (m\vec{v})_e$$

$$\begin{cases} x: v_{2f} \cdot m_2 = (m_1 + m_2) v_{ex} \\ y: v_{1f} \cdot m_1 = (m_1 + m_2) v_{ey} \end{cases}$$



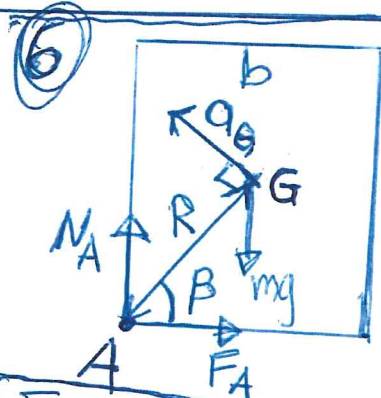
$$\vec{v}_e = (v_{ex}, v_{ey}) = \left(\frac{2 \cdot 0.2}{0.2 + 0.4}, \frac{3 \cdot 0.4}{0.2 + 0.4} \right) = \left(\frac{2}{3}, 2 \right) \text{ m/s}$$



$$\vec{F} = m\vec{a}_G \quad M_G = I_G \ddot{\theta}$$

$$\begin{aligned} \text{---} \vec{D}: F_0 &= m\ddot{x}_G = ma \quad (1) \\ \text{---} \vec{G}: F_0 \cdot \frac{2R}{\pi} - R_A \cdot R &= I_G \ddot{\theta} = 0 \quad (2) \\ \text{---} \vec{I}: R_A + R_B - mg &= m\ddot{y}_G = 0 \quad (3) \end{aligned}$$

$$(2) \Rightarrow R_A = mg \text{ in } (3) \Rightarrow F_0 = mgR \cdot \frac{\pi}{2R} = \frac{mg\pi}{2}$$



$$R^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + b^2 = \frac{5}{4}b^2 \Rightarrow R = \frac{\sqrt{5}}{2}b$$

$$\begin{aligned} \vec{a}_B &\equiv \vec{a}_{B/A} = \vec{a}_{G/A} \quad (a_r = 0) \\ \vec{a}_G &= \vec{a}_A + \vec{a}_{G/A} \quad \vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{a}_{A/B} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{---} \vec{x}: a_{Gx} &= a_A - a_B \sin \beta \quad (1) \\ \text{---} \vec{y}: a_{Gy} &= a_B \cos \beta \quad (2) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \sin \beta &= \frac{2}{\sqrt{5}} \\ \cos \beta &= \frac{1}{\sqrt{5}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{F} &= m\vec{a}_G \\ M_G &= I_G \alpha \end{aligned}$$

$$\vec{x}: F_A = m \cdot a_{Gx} \quad (3)$$

$$\vec{y}: N_A - mg = m \cdot a_{Gy} \quad (4)$$

$$\vec{G}: F_A \cdot b - N_A \cdot \frac{b}{2} = I_G \alpha \quad (5)$$

$$I_G = \frac{m}{12}(a^2 + b^2) = \frac{mb^2 \cdot 5}{12} \quad \text{F.S.}$$

$$G \text{ i cirkel bring } A: a_B = (r\ddot{\theta} + 2r\dot{\theta}) = R \cdot \alpha \quad (6)$$

$$(3) \text{ o } (4) \text{ och sen } (1) \text{ o } (2) \text{ o } (6)$$

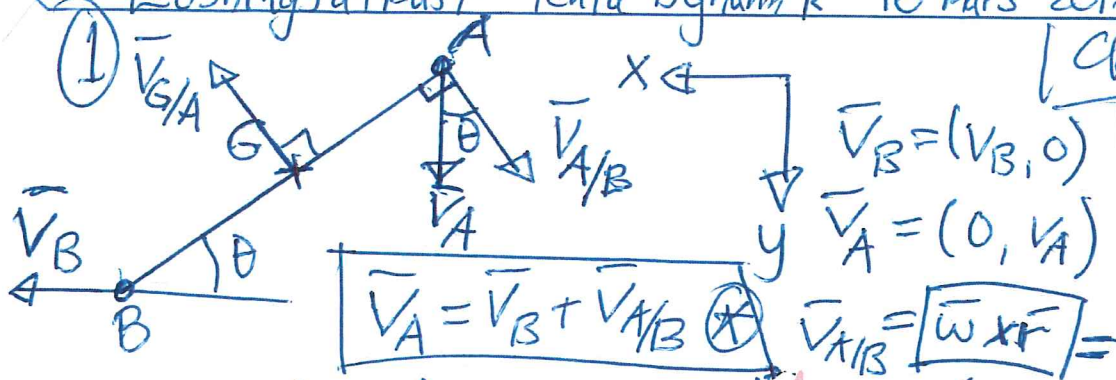
$$\begin{aligned} I_G \cdot \alpha &= m(a_A - a_B \sin \beta) b - (mg + m(a_B \cos \beta)) \frac{b}{2} \\ &= m a_A b - mg \frac{b}{2} - [m \sin \beta \cdot b + m \cos \beta \frac{b}{2}] \cdot R \alpha \end{aligned}$$

$$\alpha [I_G + m b R (\sin \beta + \cos \beta / 2)] = mg \frac{b}{2} \quad 3g / 10b$$

$$a_A = g$$

Lösningssutkast Tenta Dynamik 16 mars 2016

Chaos Hedberg

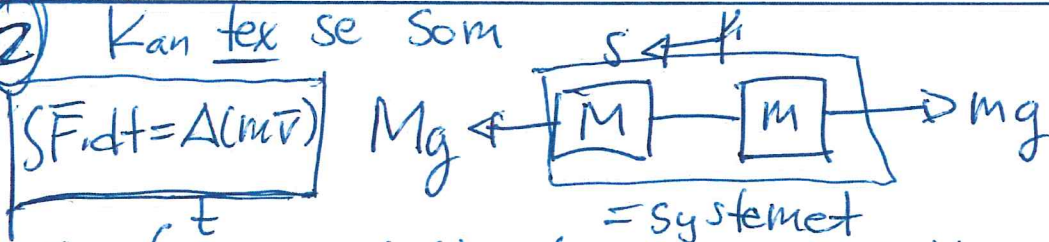


② $(0, V_A) = (V_B, 0) + \omega L(-\sin\theta, \cos\theta)$

$\Rightarrow y: V_A = 0 + \omega L \cos\theta \Rightarrow \omega = \frac{2}{0.2 \cdot \cos 30^\circ} = 11.55 \text{ rad/s}$

③ $\vec{V}_G = \vec{V}_A + \vec{V}_{G/A} \Rightarrow \vec{V}_G = (0, V_A) + \omega L(\sin\theta, -\cos\theta)$
 $= \vec{V}_G = (0.577, 1.00) \text{ m/s}$

② Kan tex se som



$S: \int_0^t (Mg - mg) dt = (M + m)V$
 $V = \frac{(M - m)g \cdot t}{M + m}$
 Riktningarna

③ $W^* = \Delta T + \Delta T_g + \Delta T_e$

$W^* = \left| \int \vec{F} \cdot d\vec{r} \right| = \int -F_p \cdot dx$
 $= - \int \mu N \cdot dx$ ①

$\Delta T = T_B - T_A = \frac{mV_B^2}{2} - 0$ ②

$\Delta T_g = [mgh] = -mgh = -mgd \cdot \sin\beta$ ③

$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow y: N - mg \cos\beta = m \cdot \ddot{y} = 0$ ④

$-\int_0^d \mu \cdot mg \cos\beta \cdot dx = \frac{mV_B^2}{2} - mg \cdot d \cdot \sin\beta$
 $V_B = \sqrt{2gd[\sin\beta - \mu \cos\beta]}$