

# Fizika

## Veličine, konstante i formule

Petar Katić

### 1 Brzina i kretanje - Uvod

Srednja brzina	$v_{sr} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$
Trenutna brzina	$v = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$
Razlaganje intenziteta brzine	$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$
Srednje ubrzanje	$\vec{a}_{sr} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$
Trenutno ubrzanje	$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}}$
Razlaganje intenziteta ubrzanja	$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

### 2 Pravolinijsko kretanje

Pređeni put	$x - x_0 = v(t - t_0)$
-------------	------------------------

#### 2.1 Jednako-ubrzano kretanje

Brzina	$v - v_0 = a(t - t_0)$
Pređeni put	$x - x_0 = \int_{t_0}^t (v_0 + at) dt$
Pređeni put ( $x_0 = 0 \wedge t_0 = 0$ )	$x = v_0 t + \frac{at^2}{2}$

### 3 Krivolinijsko kretanje

Ubrzanje	$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$
Normalno ubrzanje	$a_n = \frac{v^2}{R}$
Tangencijalno ubrzanje	$a_t = \frac{dv}{dt} = \dot{v}$

### 3.1 Kružno kretanje

Pređeni put	$\Delta x = R \Delta \Theta$
Period kretanja	$T = 2\pi$
Frekvencija/Učestalost	$f = \frac{1}{T}$
Ugaona brzina	$\omega = \frac{d\Theta}{dt} [\frac{\text{rad}}{\text{s}}]$
Ugaono ubrzanje	$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\Theta}{dt^2}$
Linearno ubrzanje	$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$
Veza između $\vec{a}$ , $\vec{\omega}$ i $\vec{v}$	$\vec{a} = \vec{\omega} \times \vec{v}$
Normalno linearno ubrzanje	$a_n = \omega v = R\omega^2 = \frac{v^2}{R}$
Tangencijalno linearno ubrzanje	$a_t = \frac{dv}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\alpha$

### 3.2 Ravnomjerno kretanje

Linearna brzina	$v = \omega R$ $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$
Obiđeni ugao	$\theta - \theta_0 = \omega(t - t_0)$

### 3.3 Jednako-ubrzanje

Ugaona brzina	$\omega - \omega_0 = \alpha(t - t_0)$
Obiđeni ugao	$\theta - \theta_0 = \int_{t_0}^t (\omega_0 + \alpha t) dt$

## 4 Kosi hitac

Kretanje po x-osi je ravnomjerno pravolinijsko, a po y-osi jednako-ubrzanje.

Komponente početne brzine	$V_{0x} = V_0 \cos \alpha$ $V_{0y} = V_0 \sin \alpha$
Komponente brzine	$V_x = V_{0x}$ $V_y = V_{0y} - gt$
Koordinate	$x = V_{0x}t$ $y = V_{0y}t - \frac{gt^2}{2}$
Trajanje leta	$t_{\max} = \frac{2V_0 \sin \alpha}{g}$
Domen	$D = \frac{V_0^2 \sin(2\alpha)}{g}$
Maksimalna visina	$h_{\max} = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$
Jednačina putanje	$y = \tan \alpha x - \frac{gx^2 \tan \alpha}{2V_0^2 \cos^2 \alpha}$

### 4.1 Ostali hici

Hitac naniže	$\vec{a} = \vec{g}$ $v = v_0 + gt$ $h = v_0 t + \frac{gt^2}{2}$ $v^2 = v_0^2 + 2gh$	Hitac naviše	$\vec{a} = -\vec{g}$ $v = v_0 - gt$ $h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$ $v^2 = v_0^2 - 2gh$	Slobodan pad	$\vec{a} = \vec{g}$ $v = gt$ $h = \frac{gt^2}{2}$ $v = \sqrt{2gh}$
--------------	--	--------------	---	--------------	---

## 5 Njutnovi zakoni

Bitna formula se nalazi u drugom Njutnovom zakonu:  $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$ .

## 6 Sile trenja

$\mu$  - Koeficijent trenja

Sila trenja	$F = \mu N$
Odnos koef. statičkog i dinamičkog trenja	$\mu_s > \mu_d$
Trenje kotranja	$F_{tr} = k \frac{N}{R}$

## 7 Elastične sile

$E [\frac{N}{m^2} = Pa]$  - Jungov modul elastičnosti

Napon	$\sigma = \frac{F}{S}$
Relativna deformacija	$\delta = \frac{\Delta x}{L}$
<b>Hukov zakon</b>	$F = E \frac{S}{L} \Delta x$
Koeficijent elastičnosti	$k = E \frac{S}{L}$
Sila elastičnosti	$F = -k \Delta x$

## 8 Sile kod krivolinijskog kretanja

Sila	$\vec{F} = \vec{F}_t + \vec{F}_n$
Tangencijalna sila	$F_t = ma = m\vec{v}$
Normalna sila	$F_n = ma_n = m \frac{v^2}{R}$
Centripetalna sila	$F_{cp} = -m \frac{v^2}{R}$ $\vec{F}_{cp} = -m\omega^2 \vec{R}$
Centrifugalna sila	$\vec{F}_{cf} = -\vec{F}_{cp}$

## 9 Sistemi materijalnih tačaka

Radijus vektor centra mase	$\vec{r}_{cm} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{m}$
Brzina centra mase	$\vec{v}_{cm} = \dot{\vec{r}}_{cm} = \frac{\sum m_i \dot{\vec{r}}_i}{m}$
Odnos ubrzanja centra mase i sile koje djeluju na mat. tačke	$m \vec{a}_{cm} = \sum \vec{F}_i$

## 10 Mehanički rad. Snaga

Elem. rad na dijelu pomjeranja $d\vec{r}$	$dA = \vec{F} d\vec{r} [J = Nm]$
Elem. rad na dijelu puta $ds$	$dA = F_t ds$
Ukupan rad	$A = \int_A^B F_t ds = \int_A^B F \cos \alpha ds$
Srednja snaga	$P_{sr} = \frac{\Delta A}{\Delta t} [W = \frac{J}{s}]$
Trenutna snaga	$P = \frac{dA}{dt} = \dot{A}$
Trenutna snaga data preko sile i brzine	$P = \frac{\vec{F} d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \vec{v}$

## 11 Kinetička i potencijalna energija

Kinetička energija	$E_K = \frac{mv^2}{2}$
Potencijalna energija	$E_P = mgh$
Karakteristika konzervativnih sila	$\oint F_K ds = 0$

## 12 Zakoni održanja

KTNKR - Klizanje tijela niz kosu ravan

Zakon održ. impulsa	$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = \text{const.}$
Zakon održ. energije (slobodan pad)	$E_{K1} + E_{P1} = \text{const.}$
Zakon održ. energije (KTNKR, $\mu = 0$ )	$E_B = E_A$
Zakon održ. energije (KTNKR, $\mu \neq 0$ )	$E_B = E_A - A_{tr} = E_A - sF_{tr}$

## 13 Sudar dva tijela

Brzina novog tijela (neelastični sudar)	$v = \frac{m_1 v_{10} + m_2 v_{20}}{m_1 + m_2}$
Izraz elastičnog sudara	$v_{10} + v_1 = v_{20} + v_2$

## 14 Moment sile. Moment inercije

Moment sile (skalar)	$M = Fl = Fr \sin \Theta$
Moment sile (vektor)	$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$
Moment sile (preko ugaonog ubrzanja)	$\vec{M} = \vec{\alpha} I$
Moment inercije	$I = mr^2$
Štajnerova teorema	$I = I_c + md^2$

## 15 Moment impulsa. Zakon održanja

Moment impulsa	$\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v} = I\vec{\omega}$
Zakon održanja momenta impulsa	$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{L} = \text{const.}$

## 16 Karakteristične pojave rotacionog kretanja

Elementarni rad	$dA = M d\Theta$
Snaga	$P = \vec{M} \vec{\omega}$
Kinetička energija (bez translacije)	$E_K = \frac{I\omega^2}{2}$
Kinetička energija (opšti slučaj, translacija i rotacija)	$E_K = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$

## 17 Harmonijske oscilacije

Dif. jed. kretanja	$ma = -kx \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$
Elongacija	$x = A \sin(\omega_0 t + \Phi)$
Brzina	$v = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \Phi) = A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \Phi + \frac{\pi}{2})$
Ubrzanje	$a = -A\omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \Phi) = A\omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \Phi + \pi)$
Kružna frekvencija	$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$
Period	$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$
Energija harm. osc.	$E = E_P + E_K = \frac{kA^2}{2}$

## 18 Matematičko klatno

$\Phi$  - ugao između trenutnog i srednjeg položaja niti

Moment sile klatna	$M = -mgl \sin \Phi$
Moment inercije	$I = ml^2$
Dif. jed. harm. osc.	$\frac{d^2\Phi}{dt^2} + \omega_0^2\Phi = 0$
Kružna frekvencija klatna	$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$
Period oscilovanja klatna	$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$

## 19 Fizičko klatno

Kružna frekvencija	$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgs}{I}}$
Period	$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgs}}$

## 20 Prigušene oscilacije

$e^{\gamma t}$  - Stepen prigušenja

Faktor prigušenja	$\gamma = \frac{\lambda}{2m}$
Vlastita (prirodna) frekvencija	$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$
Dif. jed. kretanja	$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\lambda}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = 0$ $\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$
Amplituda, po vremenu	$x = A_0 e^{-\gamma t} \cos(\omega t + \Phi)$
Logaritamski dekrement	$\delta = \ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right) = \gamma t$
Faktor dobrote	$Q = \frac{E_1}{E_1 - E - 2} \approx \frac{1}{2\gamma}$

## 21 Prinudne oscilacije

Dif. jed. kretanja	$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma \frac{dx}{dt} + \omega^2 x = f_0 \cos(\omega t)$
Sila po jedinici mase	$f_0 = \frac{F_0}{m}$
Faktor prigušenja	$\gamma = \frac{\lambda}{2m}$
Vlastita (prirodna) frekvencija	$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

## 22 Talasi

$\vec{k}$  - Talasni vektor

$E$  - Jungov modul elastičnosti

Fazna brzina talasa	$v = \frac{\lambda}{T}$
Talasni broj	$k = \frac{2\pi}{\lambda}$
Jendačina kretanja	$\varepsilon(x, t) = A \sin(\omega t + kx)$
Talasna jednačina	$\frac{\partial^2 \varepsilon(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \varepsilon(x, t)}{\partial t^2}$
Jed. ravn. tal. koji sa osama $x/y/z$ zaklapa uglove $\alpha/\beta/\gamma$	$\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2}$
Prethodna jednačina, Laplasovim operatorom	$\Delta \varepsilon = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2}$
Funkcija ravnog talasa	$\varepsilon(\vec{r}, t) = A e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$
Brzina prositranja talasa	$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$
Energija jedne čestice talasa	$E_1 = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2$
Ukupna energija čestica u zapremini $\Delta V$	$\Delta E = \frac{1}{2} \omega^2 A^2 \rho \Delta V$
Gustina energije (En. po jedinici zapremine)	$\epsilon = \frac{\Delta E}{\Delta V} = \frac{1}{2} \omega^2 A^2 \rho = \frac{1}{2} A^2 \rho (2\pi\nu)^2$
Snaga talasa	$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = S v \epsilon$
Intenzitet talasa	$I = \frac{\Delta E}{S \Delta t} = v \epsilon$
Fazna razlika talasa (interferencija, maks. pojačanje)	$\Delta r = n \lambda$
Fazna razlika talasa (interferencija, min. pojačanje)	$\Delta r = (2n + 1) \lambda$
Mjesto gdje se nalaze čvorovi stojećih talasa	$x_n = (2n + 1) \frac{\lambda}{4}$

## 23 Zvuk

Zvuk je mehanički longitudinalni talas.

$\kappa$  ("kapa") - Adijabatska konstanta

$I [\frac{W}{m^2}]$  - Objektivna jačina zvuka

$L [db]$  - Subjektivna jačina zvuka

Brzina zvuka kroz čvrsto tijelo	$v_z = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$
Brzina zvuka kroz gas	$v_z = \sqrt{\frac{p\kappa}{\rho}}$
Subjektivna jačina zvuka	$L = 10 \log \frac{I}{I_0}$

### 23.1 Doplerov efekat

Izvor se kreće ( $u_p = 0$ )	$f = \frac{u}{u - u_i} f_0$
Prijemnik se kreće ( $u_i = 0$ )	$f = \frac{u + u_p}{u} f_0$
Oba se kreću	$f = \frac{u + u_p}{u - u_i} f_0$

## 24 Hidrostatika

$\eta$  ("eta") - Koeficijent viskoznosti

Srednji pritisak	$p_{sr} = \frac{\Delta F}{\Delta S} [Pa]$
Pritisak u tački	$p = \frac{dF}{dS}$
Pritisak u horizontalnoj cijevi	$p_1 = p_2 = const.$
Pritisak u vertikalnoj cijevi	$p_1 = p_2 + \rho gh$
Arhmedov zakon	$dF_p = \rho g dV$ $F_p = \rho g V$
Odnos $G$ i $F_p$ (Arhimedov zakon)	$G > F_p$ - tijelo tone $G < F_p$ - tijelo pluta $G = F_p$ - tijelo lebdi
Jednačina kontinuiteta	$Sv = const.$
Bernulijeva jednačina	$p + \rho gh + \frac{1}{2}\rho v^2 = const.$
Ventruvijska cijev	$p + \frac{1}{2}\rho v^2 = const.$
Sila trenja	$F_{tr} = \eta S \frac{dv}{dx}$
Rejoldsov broj	$Re = \frac{\rho v l}{\eta}$
Opis kretanja fluida preko $Re$	$Re > 3000$ - turbulentno $Re < 2000$ - laminarno $2000 < Re < 3000$ - prelazno
Stoksov zakon	$F = 6\pi\eta r v$

## 25 Širenje čvrstih tijela pri zagrijavanju

$L_0/S_0/V_0$  - Dužina/površina/zapremina na  $0^\circ$

$\alpha/\beta/\gamma$  - Termički koeficijent linearnog/površinskog/zapreminskog širenja

Linearno širenje	$L = L_0(1 + \alpha t)$
Površinsko širenje	$S = S_0(1 + 2\alpha t) = S_0(1 + \beta t)$
Zapreminsko širenje	$V = V_0(1 + 3\alpha t) = V_0(1 + \gamma t)$
Promjena gustine tijela	$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \gamma t}$

## 26 Gasovi. Kinetička teorija gasova

Gej-Lisakov zakon	$p = const. \Leftrightarrow \frac{V}{T} = const.$
Šarlov zakon	$V = const. \Leftrightarrow \frac{p}{T} = const.$
Bojl-Mariotov zakon	$T = const. \Leftrightarrow pV = const.$
Univerzalna gasna konstanta	$R = 8.314 \frac{J}{Kmol}$
Jednačina stanja idealnog gasa	$pV = nRT$
Klapejronova jednačina	$\frac{pV}{T} = const.$
Bolcmanova konstanta	$k = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$
Broj molekula po jedinici zapremine	$n_0 = \frac{n}{V}$
Pritisak molekula gasa	$p = \frac{2}{3}n_0 E_k$
Kinetička energija molekula gasa	$E_k = \frac{3}{2}kT$
Najvjerojatnija brzina molekule gasa	$v_{vr} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}$

## 27 Širenje gasova pri zagrijavanju

Zapreminsko širenje	$V = V_0(1 + \gamma t)$
Koeficijent zapreminskog širenja	$\gamma = \frac{1}{273.15^\circ C}$

## 28 Rad pri širenju gasova

Rad pri širenju gasova	$A = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$ $A = nRT \ln \frac{p_1}{p_2}$
------------------------	--

## 29 Količina toplote. Speifična toplota

$c [\frac{J}{g^\circ C} \text{ ili } \frac{J}{kg^\circ C}]$  - Specifična toplotna konstanta, specifična toplota

Specifična toplota vode	$c = 4.186 \frac{J}{g^\circ C}$
Količina toplote, grijanje sa $t_1$ na $t_2$	$Q = mc(t_2 - t_1)$

## 30 Principi termodinamike

Prvi princip (zakon) termodinamike	$dQ = dU + dA = dU + p dV$
Stepen korisnog dejstva	$\eta = \frac{Q-Q_0}{Q} = \frac{Q_k}{Q}$ $\eta = \frac{T_1-T_2}{T_1}$

## 31 Optika

$n_{2,1}[\emptyset]$  - Relativni indeks prelamanja druge sredine u odnosu na prvu za dati monohromatski zrak

$\varepsilon$  - Dielektrična propustljivost neke prozračne sredine

$\mu$  - Magnetna propustljivost neke prozračne sredine

$\delta_D$  ("delta de") - Skretanje monohromatske komponente u srednjem dijelu spektra, žute D-linije

Relativni indeks prelamanja	$n_{2,1} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2}$
Apsolutni indeks prelamanja	$n_1 = \frac{c}{v_1}$ $n_2 = \frac{c}{v_2}$
Ondos relativnih i apsolutnog indeksa prelamanja	$n_{2,1} = \frac{n_2}{n_1}$
Snelijus-Dekartov zakon	$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$
Odnos relativnih indeksa prelamanja	$n_{2,1} = \frac{1}{n_{1,2}}$
Brzina elektromag. hromatskih talasa u nekoj sredini	$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}} \Rightarrow n = \sqrt{\varepsilon \mu}$
Optička dužina puta	$l = l_0 n$
Paralelno pomjeranje upadnog zraka kroz planparalelnu ploču	$a = d \sin \alpha (1 - \frac{\cos \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}})$
Granični ugao totalne refleksije	$\sin \varphi = \frac{1}{n}$
Granični ugao totalne refleksije (iz optički rjeđe u optički gušću sredinu, $n_2 > n_1$ )	$\sin \varphi = \frac{n_1}{n_2}$
Disperzija prizme	$\delta_2 - \delta_1 = \gamma (n_2 - n_1)$
Disperziona moć (relativna disperzija) neke supstance	$\omega = \frac{\delta_2 - \delta_1}{\delta_D}$



## 32 Fotometrija

$dW$  - Elektromagnetna energija

$d\Omega$  - Prostorni ugao

$E [lx = \frac{lm}{m^2}]$  - Osjetljivost ["luks"]

$L [nt = \frac{cd}{m^2}]$  - Luminacija ["nit"]

Objektivna jedinica svjetlosnog fluksa je vat ( $W = \frac{J}{s}$ ), a subjektivna je lumen ( $lm$ ).

Osjetljivost opisuje stepen osjetljivosti neke površine  $dS$  na koju pada svjetlosti fluks  $d\Phi_{pad}$ .

Emitacija je emisiona sposobnost površine  $dS$  koja emituje svjetlosni fluks  $d\Phi_{em}$ .

Luminacija je karakteristika površine  $dS$  koja emituje svjetlost jačine  $I$ .

Svjetlosni fluks	$\Phi = \frac{dW}{dt}$
Jačina svjetlosti	$I = \frac{d\Phi}{d\Omega} [cd]$
Osjetljivost	$E = \frac{d\Phi_{pad}}{dS}$
Emitacija	$R = \frac{d\Phi_{em}}{dS}$
Luminacija	$L = \frac{I}{\Delta S_n} = \frac{I}{\Delta S \cos \alpha}$

## 33 Ogledala

Žižna daljina sfernog ogledala	$f = \frac{R}{2}$
Jednačina ogledala	$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l}$

## 34 Sočiva

$P/L$  - Visina predmeta i lika

$p/l$  - Udaljenost predmeta i lika od središnje linije sočiva

Jednačina sočiva	$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l}$
Linearno uvećanje sočiva	$\nu = \frac{l}{p} = \frac{L}{P}$
$f^{-1}$ , ako je $n_1$ ind. prel. sredine u kojoj je sočivo, a $n_2$ ind. prel. sočiva ("+" je za konkavna, a "-" za konveksna sočiva)	$\frac{1}{f} = (n_2 - n_1)(\frac{1}{r_1} \pm \frac{1}{r_2})$

## 35 Interferencija svjetlosti

Rastojanja tamnih linija ( $k = 0, 1, 2, \dots$ )	$x = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \frac{d}{a}$
Rastojanja svijetlih linija ( $k = 0, 1, 2, \dots$ )	$x = k \frac{\lambda}{a}$
Rastojanje između dve susjedne linije (tamne ili svijetle)	$\Delta x = \frac{\lambda}{2} \frac{d}{a}$

## 36 Difrakcija svjetlosti. Polarizacija svjetlosti. Optička aktivnost

Za optičku aktivnost supstance:

$[\alpha]$  - Specijalna moć rotacije,  $\alpha \sim \frac{1}{\lambda^2}$

$c$  - Koncentracija rastvora

$d$  - Dužina kivete

Bregov zakon	$\sin \varphi = k \frac{\lambda}{2d}$
Indeks prelamanja, dat preko polarizacionog ugla	$n_{2,1} = \operatorname{tg} \alpha$ $\alpha = \operatorname{arctg}(n_{2,1})$
Malusov zakon	$I = I_0 \cos^2 \Theta$
Optička aktivnost supstance	$\varphi = [\alpha]cd$