

# Matematika 2

## Brojni i stepeni redovi

Petar Katić

### 1 Karakteristični brojni redovi

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty$$
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

### 2 Karakteristični stepeni redovi

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x} \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} (-x)^n = \frac{1}{1+x}$$

$$\ln(1-x) = \sum_{n=1}^{\infty} -\frac{x^n}{n} \Rightarrow \ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{x^n}{n}$$

$$\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+1}$$
$$\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{2n}$$

### 3 Lajbnicov kriterijum

Koristi se na redovima sa alterišućim članovima (npr.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n$ ).

- 1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$
- 2)  $a_{n+1} < a_n$

Ako je oboje tačno, stepeni red konvergira.

### 4 Poredbeni kriterijum

Ako  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = C$ ,  $0 < C < \infty$ , onda su stepeni redovi ekvikonvergentni.

### 5 Integralni kriterijum

Red  $\sum_{n=N}^{\infty} f(n)$  konvergira ako  $\int_N^{\infty} f(x) dx$  ima određeno rješenje. Ako nema, red divergira.