ESERCIZIO 1 - Un velivolo presenta le seguenti caratteristiche:

- massa: $M = 12000$ kg. $\rightsquigarrow$ $W = 117720$ N
- carico alare: $3500\ N/m^2$
- polare: $C_D = 0.025 + 0.015\, C_L^2$

Determinare, per la quota di 500 m:

1) la spinta necessaria in volo orizzontale con efficienza $E = 5.5$;
2) la corrispondente velocità di volo;
3) la spinta necessaria per compiere il volo in salita, sempre alla stessa velocità, con un angolo di rampa $\gamma = 20°$

Soluzione

1) Calcolo della SPINTA NECESSARIA in VORU con $E = 5.5$

$$VROU: \begin{cases} D = T_{no} \\ L = W \end{cases} \Rightarrow T_{no} = D = \frac{L}{E} = \frac{W}{E} = \frac{12000 \cdot 9.81}{5.5}\ N$$

$$\boxed{T_{no} = 21403{,}6\ N}$$

2) Calcolo della velocità in VROU a $E = 5.5$:

$$\boxed{V_0 = \sqrt{\frac{2\, m\, g}{\rho\, S\, C_L}}} \qquad (*)$$

Occorre calcolare ρ S C_L.

A $z = 500$ m è: $\rho_z = \rho_0\left(1 - 0.0000226 \cdot z\right)^{4{,}256} \simeq 1.167\ kg/m^3$

$$\boxed{\rho_{z=500m} = 1.167\ kg/m^3}$$

$$S = \frac{W}{W/S} = \frac{12000 \cdot 9.81}{3500}\ m^2 = 33{,}63\ m^2 \qquad \boxed{S = 33{,}63\ m^2}$$

- Calcolo del C_L:

$$\begin{cases} 1) \; C_D = 0.025 + 0.015\, C_L^2 \\ 2) \; E = \dfrac{L}{D} = \dfrac{C_L}{C_D} \rightarrow C_L = E\, C_D \end{cases}$$

ovvero:

$$\begin{cases} C_D = 0.025 + 0.015\, C_L^2 \\ C_L = 5.5\, C_D \end{cases} \Longrightarrow \quad 0.015\, C_L^2 - \frac{C_L}{5.5} + 0.025 = 0$$

ovvero: $0.015\, C_L^2 - 0.18\, C_L + 0.025 = 0$

Quindi:

$$\boxed{C_L^2 - 12\, C_L + 1.7 = 0}$$

$$C_L = \frac{12 \mp \sqrt{144 - 6.8}}{2} \simeq \frac{12 \mp 11.7}{2} = \begin{cases} \boxed{0.15} \\ \cancel{11.85} \end{cases}$$

no questo non realistico.

$C_L = 0.15$ e $C_D = 0.03$

Risulta, dalla (*):

$$V_0 = \sqrt{\frac{2mg}{\rho_0 C_L S}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 12000 \cdot 9.81}{1.167 \cdot 0.15 \cdot 33.63}} \cong 200\ m/s = 720\ km/h$$

3) Spinta necessaria in salita con $\gamma = 20°$

Risulta: $\boxed{T_{n,S} = W \sin\gamma + T_{n,0}}$ da cui:

$$T_{n,S} = mg \sin\gamma + T_{n,0} = (12000 \cdot 9.8 \cdot 0.342 + 21403.6)\,N = 61666.2\,N$$

Osservazione: $V_S = V_0 = \sqrt{\dfrac{2W/S}{\rho C_L}}\sqrt{\cos\gamma} \rightarrow C_L = \dfrac{2 * W/S}{\rho * V_S^2} * \cos\gamma = 0.15$

$C_D = 0.03$

ANCHE IN SALITA, L'ASSETTO È UGUALE A QUELLO IN VOLO

$D = D_0 = T_0$

ESERCIZIO 2 - Un velivolo a getto ha le seguenti caratteristiche:

- Massa a pieno carico: $m = 7350$ kg.
- Superficie alare: $S = 25.4\, m^2$
- Allungamento alare: $AR = 5$.

Il velivolo vola in VORU a quota $z = 9000$ m alla velocità di $V_0 = 1000$ km/h con una spinta del reattore $T = 12557$ N.

Determinare:

1) la polare del velivolo secondo Prandtl
2) la max velocità ascensionale a $z = 9000$ m quando vola con un angolo di rampa $\beta = 12°$, con la spinta massima del turbogetto che è di 21 582 N.

Soluzione.

1) Calcolo della polare di Prandtl.

$$\boxed{C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi AR e}}$$

con $e = 0.8$ (coeff. di Oswald)

Dalle eq.ni del VORU $\begin{cases} D = T_{n,0} \\ L = W \end{cases} \Rightarrow T_{n,0} = D = 12557 N \quad (*)$

Dalle tabelle della ISA si ricava: $\rho_{z=9000m} \simeq 0.465\, kg/m^3$

Da $L = W$ è: $C_L S \frac{1}{2} \rho_z V^2 = W$ ovvero:

$$C_L = \frac{2W}{\rho_z S V^2} = \frac{2 \cdot 7350 \cdot 9.81}{0.465 \cdot 25.4 \cdot \left(\frac{1000}{3.6}\right)^2} = 0.158$$

Dalla (*) è:

$$C_D S \frac{1}{2} \rho V^2 = D \Rightarrow C_D = \frac{2 \cdot D}{\rho_z S V^2} = \frac{2 \cdot 12557}{0.465 \cdot 25.4 \cdot \left(\frac{1000}{3.6}\right)^2} = 0.0275$$

Risulta:

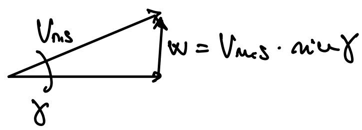
$$C_{D0} = C_D - \frac{C_L^2}{\pi\, AR\, e} = 0.0275 - \frac{(0.158)^2}{\pi \cdot 5 \cdot 0{,}9}$$

$$= 0.0258$$ (Coeff. di resistenza parassita = forma + attrito)

La polare è:

$$\boxed{C_D = 0.0258 + 0.070\, C_L^2}$$

2) Calcolo della velocità ascensionale con $\gamma = 12°$



occorre valutare V_{mS}.

$$V^2 = \frac{2L}{\rho_Z C_L S}$$

Essendo il moto rettilineo $\begin{cases} T_{m,S} = D + W\sin\gamma \\ L = W\cos\gamma \end{cases}$

$$\begin{cases} D = T_{mS} - W\sin\gamma \\ L = W\cos\gamma \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} D = 21582 - 7350 \cdot 9{,}81 \cdot \sin 12 = 6590{,}8\,N \\ L = 7350 \cdot 9{,}81 \cdot \cos 12 = 70\,572{,}8\,N \end{cases}$$

$$E = \frac{L}{D} = \frac{70572{,}8}{6590{,}8} = 10.70$$

Dalla polare e dall'efficienza possiamo valutare i coeff.ti aerodinamici C_L e C_D:

$$\begin{cases} C_D = 0.02581 + 0.07\, C_L^2 \\ \dfrac{C_L}{C_D} = 10.70 \quad \rightarrow \quad C_L = 10.70\, C_D \end{cases}$$

$$8.01\, C_D^2 - C_D + 0.026 = 0 \rightarrow C_D^2 - 0{,}125\, C_D + 3.25 \cdot 10^{-3} = 0$$

$$C_D = \frac{0.125 \mp \sqrt{0.016 - 0.013}}{2} = \begin{cases} 3.51 \cdot 10^{-2} \rightarrow C_L = 0{,}376 \\ 0.09 \rightarrow C_L = 1 \end{cases}$$

entrambi gli angoli sono realistici, per cui è:

$$V_1 = \sqrt{\frac{2L}{\rho S C_L}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 70527,8}{0,4664 \times 25,4 \times 1}} = 109,12 \ \frac{m}{s} \cong 393 \ km/h$$

$$V_2 = \sqrt{\frac{2L}{\rho S C_L}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 70527,8}{0.4664 \times 25,4 \times 0,376}} = 177,28 \ \frac{m}{s} \simeq 638 \ km/h$$

Le velocità ascensionali corrispondenti sono:

$$W = V \sin\beta = \begin{cases} 109,12 \cdot \sin 12 \cong 22,7 \ m/s \\ \\ 177,28 \cdot \sin 12 \cong 36,8 \ m/s \end{cases}$$

ESERCIZIO 3 - Un velivolo da trasporto passeggeri a medio e lungo raggio con propulsori a getto ha le seguenti caratteristiche:

- Peso massimo al decollo : $W = 1140\,KN$
- Spinta massima : $T_{d0} = 190\,KN$
- Superficie alare : $S = 260\,m^2$
- Apertura alare : $b = 44{,}84\,m$
- Coefficiente di resistenza minimo : $C_{D0} = 0{,}018$
- Coefficiente di portanza massimo : $C_{Lmax} = 1{,}10$

Per la quota di 30'000 ft = 9144 m, calcolare:

- la velocità massima del volo orizzontale;
- l'angolo di rampa massimo della salita;
- la massima velocità ascensionale;
- spinta per la massima distanza percorribile e per la massima durata di volo.

SVOLGIMENTO -

1) in VORU, calcoliamo la V_{max} - Alla quota $z = 30000\,ft = 9144\,m$

$$T_n = T_d = \begin{cases} W \dfrac{C_D}{C_L} = T_d \\ C_D = C_{D0} + \dfrac{C_L^2}{\pi A R e} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dfrac{C_L}{C_D} = \dfrac{W}{T_d} \\ C_D = C_{D0} + \dfrac{C_L^2}{\pi A R e} \end{cases} \quad (1)$$

$T_d(z = 9144\,m)$ è $\quad T_d(z) = T_{d0} \cdot \left(\dfrac{\rho_z}{\rho_0}\right)^{0.824} \quad$ con $\rho_z = 0.458\,kg/m^3$

$$\delta = \frac{\rho_z}{\rho_0} = 0.37 \rightarrow \boxed{T_d(z) = 190\,KN * 0.37^{0.824} = 84\,KN}$$

Dalla (1) è :

$$\begin{cases} C_D = C_{D0} + \dfrac{C_L^2}{\pi A R e} \\ E = \dfrac{C_L}{C_D} = \dfrac{L}{D} = \dfrac{W}{T_d} = \dfrac{1140\,KN}{84\,KN} = 13{,}5 \end{cases} \qquad e = 0.9$$

$AR = b^2/S = (44{,}84)^2/260 = 7.7 \rightarrow C_D = 0.018 + 0.046\, C_L^2$

Risulta:
$$\begin{cases} C_D = 0.018 + 0.046\, C_L^2 \\ C_L = 13{,}5 \cdot C_D \rightarrow C_D = 0.074\, C_L \end{cases}$$
ovvero:

$$0.074\, C_L = 0.018 + 0.046\, C_L^2 \rightarrow \boxed{C_L^2 - 1.61\, C_L + 0.39 = 0}$$

$$C_L = \frac{1.61 \pm \sqrt{2.59 - 1.56}}{2} = \frac{1.61 \pm 1.01}{2} = \begin{cases} 0.3 \\ \cancel{1.31} \end{cases}$$

Scarto perché superiore al $C_{L\,max} = 1.1$

Quindi:
$$V_{max} = \sqrt{\frac{2\,W/S}{\rho_8\, C_L\, S}} = \sqrt{\frac{2 * 1140000}{0.458 * 0.3 * 260}} = 252{,}6\ \frac{m}{s} \equiv 909{,}36\ km/h$$

2) Per l'angolo massimo di salita è:
$$\sin \beta_{max} = \frac{(T-D)_{max}}{W} = \frac{T_{max}}{W} - \frac{D_{min}}{W}$$

$T_{max} = 84000\ N$

D_{min} è quella che si ha in corrispondenza di E_{max}

$$E_{max} = \frac{C_L}{C_D} = \frac{L}{D} = \frac{W}{D} \rightarrow D = \frac{W}{E_{max}}$$

$$E_{max} = \sqrt{\frac{\pi\, e\, AR}{4\, C_{D0}}} = \sqrt{\frac{\pi * 0.9 * 7.7}{4 * 0.018}} = 17.38$$

$$D = \frac{1140000}{17{,}38} = 65\ kN$$

$$\beta_{max} = \arcsin\left[\frac{84}{1140} - \frac{65}{1140}\right] = 0.95°$$

☐ Per la salita rapida fai riferimento a quanto riportato a pag. 66 del manuale.

$$V_{rap} = \sqrt{\frac{T + \sqrt{T^2 + 12AB}}{6A}}$$

$B = \frac{C_{D0} W^2}{\pi A R}$

T è la spinta

$A = \frac{1}{2} \rho S C_{D0}$

Si calcoli i singoli termini e ottieni la V_{rap} ovvero, moltiplicando per il senβ, la w

* * *

Se vai a pag. 321 del manuale trovi la tabella con gli assetti caratteristici. Per cui Jet è la massima autonomia oraria ai ha all'assetto per cui l'efficienza è massima; l'assetto che ti permette di percorrere più spazio, invece, è quello per il quale $E\sqrt{C_L}$ max

La SPINTA È TALE CHE:

$$T = \frac{W}{E}$$

E_{max} → La spinta per la massima autonomia ORARIA

$E|_{E\sqrt{C_L}\,max}$ → La spinta per la massima autonomia chilometrica.

3) La massima velocità ascensionale si ha per la SALITA RAPIDA

$$V_{rap} = \sqrt{\frac{T + \sqrt{T^2 + 12AB}}{6A}} \qquad \text{dove} \quad AB = \frac{C_{D0} \cdot W^2}{\pi AR} = \frac{0.018 * 1140\,000^2}{\pi * 7.7} =$$

$$= 967\,524196 \; N^2$$

$$A = \frac{1}{2} \rho S C_{D0} = \frac{1}{2} * 0.458 * 260 * 0.018 =$$

$$= 1.07172$$

$$V_{rap} = \sqrt{\frac{84000 + \sqrt{84000^2 + 12 * 967524196}}{6 * 1.07172}} = 185{,}23 \; m/s$$

$$w = V \sin\beta = 185{,}23 * \sin 0.95 = 3.07 \; m/s$$

Jet max spazio percorso si ha per $E|\sqrt{C_L}|_{max}$

max durata percorso si ha per E_{max}

$$E|\sqrt{C_L}|_{max} \rightarrow C_D|_{E|\sqrt{C_L}|_{max}} = \frac{4}{3} C_{D0} = 0.024 \rightarrow E|_{E|\sqrt{C_L}|_{max}} = \sqrt{\frac{3\pi AR}{16 C_{D0}}}$$

$$\boxed{E|_{E|\sqrt{C_L}|_{max}} = 15{,}87}$$

$$E_{max} \rightarrow C_D|_{E_{max}} = 2\, C_{D0} = 0.036 \rightarrow \boxed{E_{max} = 17{,}38}$$

Nota: $E = \frac{C_L}{C_D} = \frac{L}{D} = \frac{W}{T} \rightarrow T = \frac{W}{E}$

Si ha:

$$T|_{E|\sqrt{C_L}|_{max}} = \frac{1140\,000}{15{,}87} = 71834 \, N \rightarrow$$ Spinta per la massima distanza percorribile.

$$T|_{E_{max}} = \frac{1140\,000}{17{,}38} = 65593 \, N \rightarrow$$ Spinta per la max durata di volo.