VELIVOLO A REAZIONE

ESERCIZIO – Determinare la velocità minima e la velocità massima alla quota di 3000 m per un aereo avente le caratteristiche sottoelencate, sapendo che l'aereo è munito di due reni e che la portata in massa del gas espulso da ognuno di essi è $\dot{m} = 2.2$ kg/sec e la velocità di efflusso è $w = 1800$ m/sec.

Caratteristiche del velivolo:

- PESO TOTALE $W = 112700$ N
- COEFF. DI RESISTENZA MINIMO $C_{D0} = 0.018$
- ALLUNGAMENTO ALARE $AR = 6.3$
- CARICO ALARE $W/S = 2450$ N/m^2

SVOLGIMENTO – Alla velocità minima e massima di volo orizzontale rettilineo per l'equilibrio delle forze è:

$$L = W$$
$$T = D$$

- Calcoliamo la spinta prodotta dai due reni:

$$T = 2 \times \dot{m} \times w = 2 \times 2.2 \times 1800 = 7920 \text{ N}$$

Si ha:
$$E = \frac{L}{D} = \frac{W}{T} = \frac{112700}{7920} = 14.23$$

Scriviamo la polare del velivolo:
$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi AR e} \qquad (\text{con } e=1)$$

Si ha:
$$C_D = 0.018 + \frac{C_L^2}{\pi \times 6.3} \Leftrightarrow C_D = 0.018 + 5.05 \cdot 10^{-2} C_L^2$$

Dal sistema:
$$\begin{cases} C_D = 0.018 + 5.05 \cdot 10^{-2} C_L^2 \\ C_L = 14.23\, C_D \end{cases}$$

ricaviamo i coefficienti C_L e C_D:

$$C_D = 0.018 + 5.05\cdot10^{-2}\left(14.23\cdot C_D\right)^2 = 0.018 + 10.23\cdot C_D^2$$

ovvero:

$$C_D^2 - 9.77\cdot10^{-2}C_D + 1.76\cdot10^{-3} = 0$$

Quindi:

$$C_D = \frac{9.77\cdot10^{-2} \mp \sqrt{0.0095 - 0.00704}}{2} = \begin{cases} 0.074 \\ 2.405\cdot10^{-2} \end{cases}$$

a cui corrispondono:

$$C_L = \begin{cases} 1.053 = C_{L\,max} \\ 0.342 = C_{L\,min} \end{cases}$$

Con $\rho = 0.90913\ kg/m^3$ (per $z = 3000\ m$):

$$V_{min} = \sqrt{\frac{2\ W/S}{\rho\ C_{L\,max}}} = \sqrt{\frac{2\times 2450}{0.90913\times 1.053}} = 71.54\ \frac{m}{s} = 257.6\ km/h$$

$$V_{max} = \sqrt{\frac{2\ W/S}{\rho\ C_{L\,min}}} = \sqrt{\frac{2\times 2450}{0.90913\times 0.342}} = 125.5\ \frac{m}{s} = 452\ km/h$$

ESERCIZIO – Un aliante viene lanciato con un verricello da un campo al livello del mare. L'aliante è dotato di due razzi che vengono accesi simultaneamente appena l'aliante si sgancia alla quota di 200 m.

Ogni razzo fornisce una spinta costante di 830 N per una durata di 50 sec.

Le caratteristiche dell'aliante sono:

- peso totale (iniziale) $W = 3820\ N$
- carico alare $W/S = 245\ N/m^2$
- coeff. di resistenza minimo $C_{D0} = 0.015$

- allungamento $AR = 16$
- coeff. di portanza massimo $C_{L_{max}} = 1.6$

Nell'ipotesi che l'aliante si porti istantaneamente all'assetto di massima salita, appena vengono accesi i razzi, determinare:

1) la massima velocità ascensionale;
2) l'angolo di rampa corrispondente;
3) la quota raggiunta al termine del volo propulso;
4) la diminuzione di peso dell'aliante per effetto del consumo di propellente, sapendo che la velocità di scarico del gas è di 2000 m/sec.

SVOLGIMENTO - Su una traiettoria rettilinea in salita è:

$$T = D + W \sin\beta$$

Per $w = w_{max}$ (salita rapida) è:

$$V_{RAP} = \sqrt{\frac{T + \sqrt{T^2 + 12AB}}{6A}}$$

dove:

$$A = \frac{1}{2}\rho S C_{D_0} \qquad e \qquad B = \frac{2W}{\rho S \pi e AR} \qquad (e = 1)$$

Per $z = 200\,m$ è $\rho = 1.2023\ kg/m^3$

Poiché $W = 3820\ N$ e $W/S = 245\ N/m^2$ risulta:

$$S = \frac{W}{W/S} = \frac{3820}{245} = 15.6\ m^2$$

$$A = \frac{1}{2} \times 1.2023 \times 15.6 \times 0.015 = 0.1407 \quad ; \quad B = \frac{2 \times 245}{1.2023 \times 3.14 \times 16} = 8.112$$

$T = 2 \times 830 = 1660 N$ (ognuno dei due razzi genera una spinta di 830 N)

$$V_{RAP} = \sqrt{\frac{1660 + \sqrt{1660^2 + 12 \times 0.1407 \times 8.162}}{6 \times 0.1407}} = 62.7 \text{ m/s}$$

$$w_{max} = \frac{T V_{RAP} - D V_{RAP}}{W} = \frac{T - D}{W} V_{RAP}$$

Ricordiamo che: $V = \sqrt{\frac{2 W/S}{\rho C_L}} \Rightarrow V^2 = \frac{2 W/S}{\rho C_L} \Rightarrow C_L = \frac{2 W/S}{\rho V^2}$

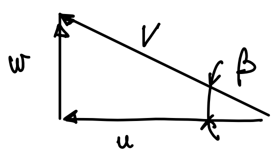
- $C_L|_{V_{RAP}} = \frac{2 W/S}{\rho V_{RAP}^2} = \frac{2 \times 245}{1.2023 \times 62.7^2} = 0.10$

- $C_D|_{V_{RAP}} = C_{D_0} + \frac{C_L|_{V_{RAP}}^2}{\pi AR} = 0.015 + \frac{0.10^2}{3.14 \times 16} = 0.01520$

$$D = \frac{1}{2} \rho V_{RAP}^2 S \, C_D|_{V_{RAP}} = \frac{1}{2} \times 1.2023 \times 62.7^2 \times 15.6 \times 0.01520 = 560.4 \text{ N}$$

e quindi, finalmente:

- $w_{max} = \frac{T - D}{W} V_{RAP} = \frac{1660 - 560.4}{3820} \times 62.7 = 18.05 \text{ m/s}$



$$V_{RAP} \sin \beta_{max} = w_{max} \rightarrow \beta_{max} = \arcsin\left(\frac{w_{max}}{V_{RAP}}\right)$$

- $\beta_{max} = \arcsin\left(\frac{18.05}{62.7}\right) = 16.73°$

□ L'aliante viene lanciato da $z=0$, mentre i razzi vengono accesi a quota $z=200$m e funzionano per un tempo $\Delta t = 50$ sec., si ha:

$$z_f = z_0 + w_{max} \Delta t = 200 + 18.05 \times 50 = 1102.5 \text{ m}$$

Dalla formula che fornisce la spinta del razzo, ricaviamo la portata del propellente:

$$T = \dot{G} \cdot V_{GAS} \iff \dot{G} = \frac{T}{V_{GAS}} = \frac{2 \times 830}{2000} = 0.83 \; kg/s$$

La diminuzione del peso dell'aliante corrisponde al consumo del carburante nei 50 sec, ovvero:

$$\Delta W = \dot{G} \cdot \Delta t \cdot g = 0.83 * 50 \times 9{,}81 = 407\,N$$

ESERCIZIO – Tracciare il diagramma W(u) alla quota z = 3000 m sapendo che il velivolo è dotato di un turboreattore che alla quota z=0 fornisce la seguente spinta in funzione della velocità:

V [m/sec]	65	80	100	140	180
T (N)	7100	7056	7056	7497	8036

Le caratteristiche del velivolo sono le seguenti:

- coefficiente di resistenza minimo $C_{D_0} = 0.022$
- allungamento $AR = 6.5$
- peso totale $W = 61780\,N$
- superficie alare $S = 24\,m^2$
- coefficiente correttivo $i = 1.1$

SVOLGIMENTO – La spinta, in funzione della velocità, è data a quota z=0; per conoscerla a quota z = 3000 m osserviamo che:

$$T_0 = \frac{1}{2}\rho_0 S v^2 C_D \quad \leadsto \quad T_{z=3000\,m} = \frac{1}{2}\rho_0 S v^2 C_D \frac{\rho}{\rho_0} = T_0 \frac{\rho}{\rho_0}$$

Dalle tabelle è z=3000 m, $\rho = 0.9091\;kg/m^3$ e $\rho/\rho_0 = 0.7424$

V [m/sec]	65	80	100	140	180
T_0 (N)	7100	7056	7056	7497	8036
T_{8000}	5269	5237	5237	5563	5964

- A partire dai dati forniti, valutiamo la polare del velivolo:

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi AR e} \qquad \text{NOTA} \quad i = \frac{1}{e} \to e = 0.91$$

$$C_D = 0.022 + \frac{C_L^2}{\pi \times 0.91 \times 6.5} \qquad \text{ovvero} \qquad C_D = 0.022 + 0.0538\, C_L^2$$

* Per calcolare w occorre valutare la resistenza D, perché:

$$w = \frac{T-D}{W} V$$

Osserviamo che:

$$C_L S \frac{1}{2} \rho V^2 = W \to C_L = \frac{2W}{S \rho V^2}$$

Quindi:

$$C_L = \frac{2 \times 61770}{24 \times 0.9091} \frac{1}{V^2} \Leftrightarrow \boxed{C_L = 5660 \frac{1}{V^2}}$$

Allora:

$$D = C_D S \frac{1}{2} \rho V^2 = \frac{1}{2} \times 0.9091 \times 24 \times C_D V^2 = 10.91\, C_D V^2$$

$$\boxed{D = 10.91\, C_D V^2} \qquad \boxed{\sin\beta = \frac{w}{V}}$$

$$\boxed{w = \frac{T-D}{W} V} \qquad \boxed{u = V \cos\beta}$$

$$\boxed{\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1 \Rightarrow \cos\beta = \sqrt{1 - \sin^2\beta}}$$

V [m/s]	65	80	100	140	180
C_L	1.34	0.88	0.57	0.29	0.17
C_D	0.12	0.064	0.039	0.027	0.024
D [N]	5531	4469	4255	5774	8484
T [N]	5269	5237	5237	5563	5964
w	−0.28	0.995	1.59	−0.48	−7.35
$\sin\beta$	$-4.3 \cdot 10^{-3}$	0.012	0.016	$-3.43 \cdot 10^{-3}$	$-4.08 \cdot 10^{-2}$
$\cos\beta$	~ 1	0.999	0.998	1	0.999
u	65	79,99	99,98	140	178,90

ESERCIZIO – Un aereo avente peso totale $W = 102000\ N$ e superficie alare $S = 41.6\ m^2$, vola alla quota di $z = 5000\ m$. Il velivolo è dotato di due turboreattori ognuno dei quali alla quota di 5000 m fornisce le seguenti spinte in funzione della velocità:

V	60	80	100	120	140
T	6278	5935	5788	5984	6376

I coefficienti di portanza e resistenza sono i seguenti:

C_L	0.21	0.30	0.48	0.80	1.12	1.40	1.50
C_D	0.042	0.044	0.050	0.070	0.106	0.158	0.194

Determinare la velocità minima e massima in volo, la massima velocità ascensionale, la velocità massima di salita e il massimo angolo di rampa.

SVOLGIMENTO – Alla quota di $z = 5000\ m$, è $\rho = 0.736\ kg/m^3$

Risulta:

$$V = \sqrt{\frac{2W/S}{\rho C_L}}$$

Nel caso in esame è:

$$W/S = \frac{102000}{41.6} = 2452\ N/m^2$$

Ovvero

$$V = \sqrt{\frac{2W/S}{\rho}}\ \frac{1}{\sqrt{C_L}} = 81.6\ \frac{1}{\sqrt{C_L}}$$

Inoltre:

$$D = C_D S \frac{1}{2} \rho V^2 = 15.315 \times C_D V^2$$

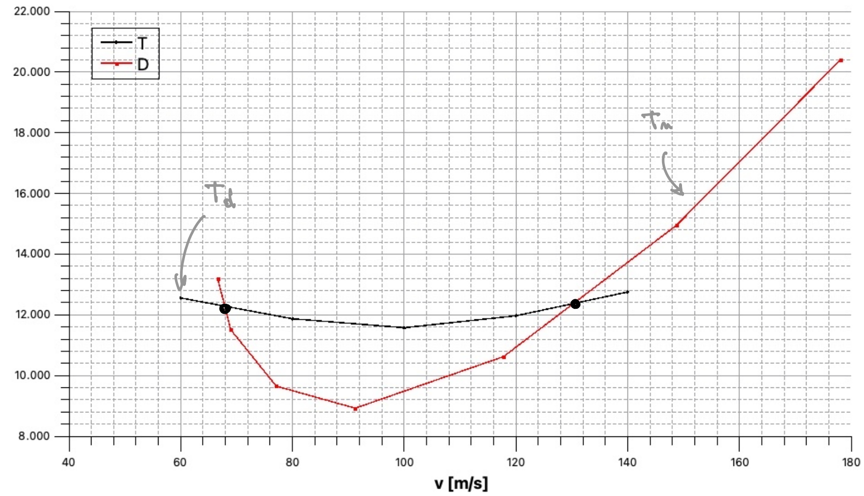
Si ha:

C_L	0.21	0.30	0.48	0.80	1.12	1.40	1.50
C_D	0.042	0.044	0.050	0.070	0.106	0.158	0.194
V	178,06	148,98	117,78	91,23	77,10	68,96	66,63
D	20394	14956	10623	8923	9650	11507	13190

Poiché il velivolo è dotato di due turboreattori è:

V	60	80	100	120	140
T	6278	5935	5788	5984	6376
$T_d = 2T$	12556	11870	11576	11968	12752

Per la V_{max} e V_{min} valutiamo le condizioni per cui $T_n = T_d$



L'analisi del grafico risulta, in VOLO:

$$V_{min} = 67{,}9 \text{ m/s} = 244{,}4 \text{ km/h}$$

$$V_{max} = 130{,}3 \text{ m/s} = 469{,}1 \text{ km/h}$$

Per determinare w_{max} scriviamo:

$$w = V \frac{T - D}{W}$$

V	67.9	70	80	90	100	110	120	130.3
T	12303	12239	11879	11731	11583	11774	11964	12388
D	12303	11244	9487	8978	9487	10122	10969	12388
$T-D$	0	995	2392	2753	2096	1652	995	0
w	0	0.68	1.87	2.43	2.05	1.78	1.17	0

Si ha:

$$w_{max} = 2.43 \text{ m/s}$$

a cui corrisponde una velocità massima ascensionale di

$$V_{m,s} = 90 \text{ m/s} \equiv 324 \text{ km/h}$$

Per valutare β è

$$\sin\beta = \frac{w}{V} \quad \text{ovvero} \quad \sin\beta_{max} = \frac{w_{max}}{V}$$

da cui:

$$\beta_{max} = \arcsin\left(\frac{w_{max}}{V}\right) = \arcsin\left(\frac{2.43}{90}\right) = 1.55°$$

ESERCIZIO - Determinare quale spinta deve fornire il turboreattore affinché il velivolo avente le caratteristiche sottoelencate voli alla quota di 5000 m alla velocità di $V = 490$ km/h su una traiettoria rettilinea in salita con un angolo di rampa $\beta = 4°$.

Caratteristiche del velivolo:

peso totale	$W = 52500$ N
carico alare	$W/S = 3240$ N/m^2
allungamento	$AR = 5.9$
coefficiente di resistenza minimo	$C_{D0} = 0.023$

SVOLGIMENTO - Si ha:

$$T = D + W\sin\beta$$

Dobbiamo valutare la D, ovvero il coefficiente C_D. Valutiamo il coefficiente C_L:

$$L = W\cos\beta \Leftrightarrow C_L S \frac{1}{2}\rho V^2 = W\cos\beta$$

Quindi:

$$C_L = \frac{2\,W/S}{\rho V^2}\cos\beta$$

con $V = 490$ km/h $= 136.11$ m/s e $\rho = 0.736$ kg/m^3

$$C_L = \frac{2 \times 3240}{0.736 \times 136.11^2} = 0.47$$

Quindi:

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi AR} = 0.023 + \frac{(0.47)^2}{\pi \times 5.9} = 3.49 \cdot 10^{-2}$$

Si ha:

$$S = \frac{W}{W/S} = \frac{52\,500}{3240} = 16.20\ m^2$$

$$D = C_D\, S\, \frac{1}{2} \rho V^2 = 3.48 \cdot 10^{-2} \times 16.20 \times \frac{1}{2} \times 0.736 \times (136.4)^2 = 3854\ N$$

Quindi:

$$T = D + W \sin\beta = 3854 + 52500 \times \sin 11 = 13871{,}5\ N$$

ESERCIZIO - Un aereo avente le caratteristiche sottoindicate vola su una traiettoria rettilinea in salita alla quota di 7000 m a un assetto corrispondente a $C_L = 0.3$. Sapendo che la spinta fornita dal turboreattore è $T = 12260\ N$, determinare l'angolo di rampa.

Caratteristiche dell'aereo:

peso totale	$W = 83600\ N$
carico alare	$W/S = 2355\ N/m^2$
coeff. di resistenza minimo	$C_{D0} = 0.021$
allungamento	$AR = 7.7$

SVOLGIMENTO - Si ha:

$$\beta = \arcsin\left(\frac{T - D}{W}\right)$$

Risulta:

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi AR} = 0.021 + \frac{0.3^2}{\pi \times 7.7} = 2.47 \cdot 10^{-2}$$

Si ha, ancora:

$$L = W \cos\beta \quad \text{ovvero} \quad C_L S \frac{1}{2} \rho V^2 = W \cos\beta$$

Quindi:

$$V = \sqrt{\frac{2\,W/S}{\rho\, C_L}}\sqrt{\cos\beta}$$

con $\rho = 0.5895\ kg/m^3$ per $z = 7000\ m$.

Non conoscendo l'angolo di rampa, poniamo $\cos\beta = 1$ (in prima approssimazione):

$$V = \sqrt{\frac{2 \times 2355}{0.5895 \times 0.3}} = 163{,}2\ m/s$$

Ora:

$$S = \frac{W}{W/S} = \frac{83400}{2355} = 35.41\ m^2$$

Ovvero:

$$D = C_D S \frac{1}{2}\rho V^2 = 2.47\cdot 10^{-2} \times 35.41 \times 0.5 \times 0.5895 \times (163.2)^2 =$$
$$= 6866\ N$$

Da cui:

$$\beta = \arcsin\left(\frac{12260 - 6866}{83400}\right) = 3.71^\circ$$

Il valore così ricavato non è però preciso, avendo assunto, in prima approssimazione, $\cos\beta = 1$. Quindi iteriamo il procedimento ponendo, adesso, $\beta = 3.71^\circ$. Si ha:

$$V = \sqrt{\frac{2\,W/S}{\rho\, C_L}}\sqrt{\cos\beta} = 163{,}2 \times \sqrt{\cos 3.71} = 163\ m/s$$

Quindi:

$$D = 2.47\cdot 10^{-2} \times 35.41 \times 0.5 \times 0.5895 \times (163)^2 = 6849\ N$$

ovvero

$$\beta = \arcsin\left(\frac{12260 - 6849}{83400}\right) = 3.72^\circ$$

MOTO ELICA

ESERCIZIO – Tracciare il diagramma della potenza necessaria in funzione della velocità a quota z=4000 m per un aereo avente le seguenti caratteristiche:

PESO TOTALE	$W = 112800 N$
SUPERFICIE ALARE	$S = 91.7 m^2$
APERTURA ALARE	$b = 28,90 m$
COEFF. DI RESIST. MINIMO	$C_{D_0} = 0.019$
COEFF. DI PORTANZA MASSIMO	$C_{L,max} = 1.6$

SVOLGIMENTO – In VORU, la $\boxed{\Pi_n = DV = C_D S \frac{1}{2} \rho V^3}$. Poiché

$$C_D = C_{D_0} + \frac{C_L^2}{\pi AR}$$

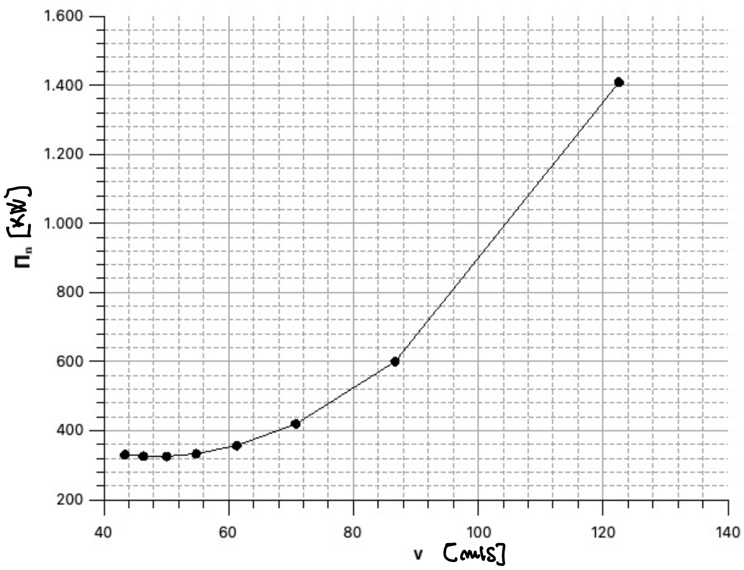
- Valutiamo l'allungamento alare, AR:

$$AR = \frac{b^2}{S} = \frac{(28.9)^2}{91.7} = 9.11$$

- Per $z = 4000$ m è $\rho = 0.819$ Kg/m³.
- In V.O.R.U. è: $V = \sqrt{\dfrac{2W}{S \rho C_L}} = \dfrac{54.8}{\sqrt{C_L}}$
- $C_D = 0.019 + 3.49 \cdot 10^{-2} C_L^2$

Assumiamo i valori di C_L con un intervallo di 0.2 da 0.2 fino a $C_{L max}$

C_L	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.4	1.6
C_D	0.0204	0.0246	0.0316	0.0414	0.0539	0.0693	0.087	0.108
V	122.5	86,65	70.75	61.27	54.8	50.03	46.31	43.32
Π_n	1408	600	418	357	333	325	326	331



ESERCIZIO - Tracciare la curva della potenza in funzione della velocità alle quote $z=0$ m; $z=3000$ m; $z=6000$ m per una motoelica avente peso totale $W = 150100$ N e superficie alare $S=72\,m^2$, sapendo che la polare è la seguente:

C_L	0.2	0.6	1	1.3	1.4	1.3
C_D	0.018	0.038	0.08	0.135	0.190	0.260

SVOLGIMENTO - Si ha, in VORU:

$$\Pi_n = DV = C_D S \frac{1}{2}\rho V^2$$

Ancora:

$$V = \sqrt{\frac{2(W/S)}{\rho C_L}}$$

Per:

$z=0$ è $\rho = 1.2250\ kg/m^3$ $\rightsquigarrow V_0$

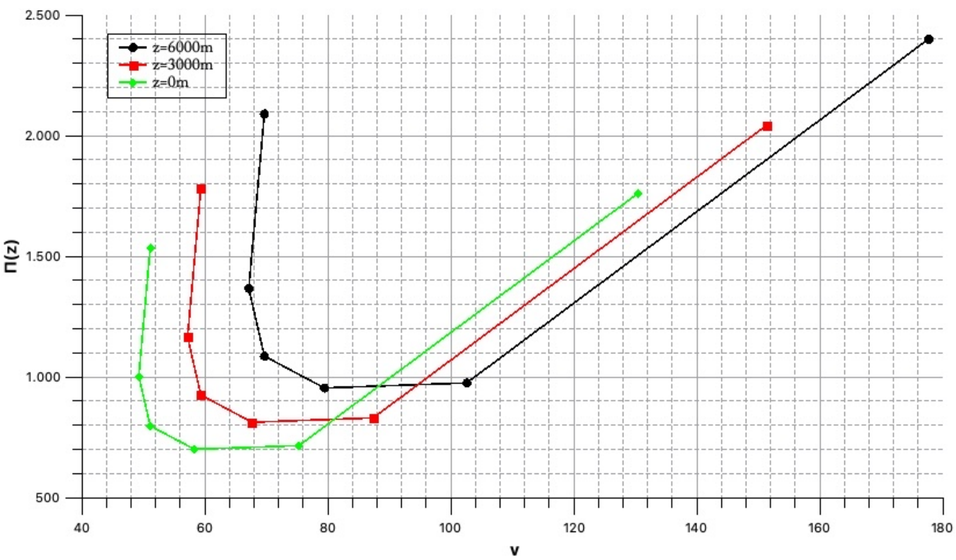
$z=3000$ è $\rho = 0.909\ kg/m^3$ $\rightsquigarrow V_3$

$z=6000$ è $\rho = 0.659\ kg/m^3$ $\rightsquigarrow V_6$

Con $W/S = 150100/72 = 2085\ N/m^2$

Risulta:

C_L	0.2	0.6	1	1.3	1.4	1.3
C_D	0.018	0.038	0.080	0.135	0.190	0.260
V_0	130.4	75.3	58,31	51.14	49,28	51.14
$\Pi_{n,0}$	1760	715	700	797	1003	1534
V_3	151,36	87,39	67,69	59,37	57,21	59,37
$\Pi_{n,3}$	2043	830	812	925	1165	1781
V_6	177,70	102,60	79,47	69,70	67,16	69,70
$\Pi_{n,6}$	2400	975	954	1086	1367	2090



ESERCIZIO - Di un velivolo avente peso totale $W = 76520\,N$, superficie alare $S = 31\,m^2$ è nota la polare:

C_L	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.4	1.35
C_D	0.019	0.020	0.027	0.038	0.054	0.074	0.088	0.153	0.181

Determinare, a quota zero:

1) la potenza necessaria minima e la velocità corrispondente;
2) la velocità economica e la potenza necessaria corrispondente;
3) la velocità di stallo e la potenza necessaria corrispondente.

SVOLGIMENTO - La potenza necessaria minima corrisponde all'assetto di

$$E\sqrt{C_L}\,\Big|_{max}$$

mentre la velocità economica corrisponde all'assetto di

E_{max}.

Dai dati è:

C_L	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.4	1.35
C_D	0.019	0.020	0.027	0.038	0.054	0.074	0.098	0.153	0.181
E	0	10	14.81	15.79	14.81	13.51	12.24	9.15	7.46
$E\sqrt{C_L}$	0	4.47	9.37	12.23	13.25	13.51	13.41	10.83	8.67

Quindi:

$$E_{max} = 15.79 \quad e \quad E\sqrt{C_L} = 13.51$$

Per $E = E_{max}$ è $C_L = 0.6$ e $C_D = 0.038$

Per $E\sqrt{C_L}\big|_{max}$ è $C_L = 1$ e $C_D = 0.074$

Si ha:

- $E_{max} \rightarrow$

$$V = \sqrt{\frac{2\,(W/S)}{\rho\ C_L}} = \sqrt{\frac{2\,(76520/31)}{1.2250 \times 0.6}} = 81.95\ m/s$$
$$= 295.04\ km/h$$

$$\Pi_n\big|_{E_{max}} = D\,V = C_D\,S\,\tfrac{1}{2}\rho\,V^3 = 0.038 \times 31 \times \tfrac{1}{2} \times 1.2250 \times (81.95)^3$$
$$= 397\ kW$$

- $E\sqrt{C_L}\big|_{max} \rightarrow$

$$V = \sqrt{\frac{2\,(W/S)}{\rho\ C_L}} = \sqrt{\frac{2\,(76520/31)}{1.2250 \times 1}} = 63.5\ m/s$$
$$= 228.54\ km/h$$

$$\Pi_n\big|_{E\sqrt{C_L}} = D\,V = C_D\,S\,\tfrac{1}{2}\rho\,V^3 = 0.074 \times 31 \times \tfrac{1}{2} \times 1.2250 \times (63.5)^3$$
$$= 360\ kW$$

Per la velocità di stallo è:

$$V = \sqrt{\frac{2\,(W/S)}{\rho\ C_{L_{max}}}} = \sqrt{\frac{2\,(76520/31)}{1.2250 \times 1.4}} = 53.65\ m/s \equiv 193.15\ km/h$$

e cui corrisponde una potenza necessaria pari a:

$$\Pi_n = DV = C_D S \tfrac{1}{2}\rho V^3 = 0.153 \times 31 \times \tfrac{1}{2} \times 1.2250 \times 53,65^3$$
$$= 448.61\,\mathrm{kW}$$

Osserviamo che, dai dati sperimentali forniti è possibile valutare la polare teorica secondo Prandtl notando che:

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi AR}$$

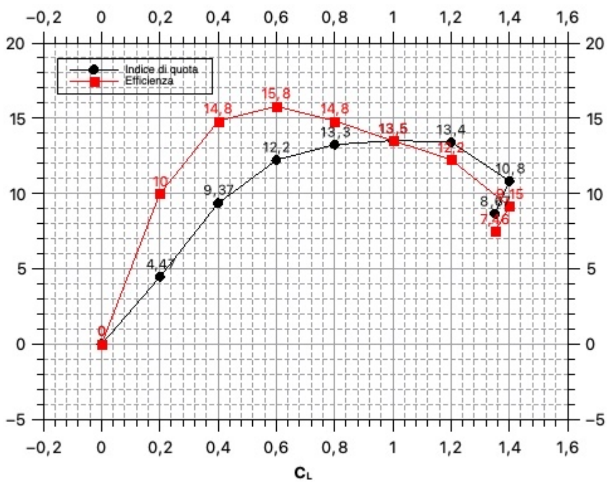
Quindi:

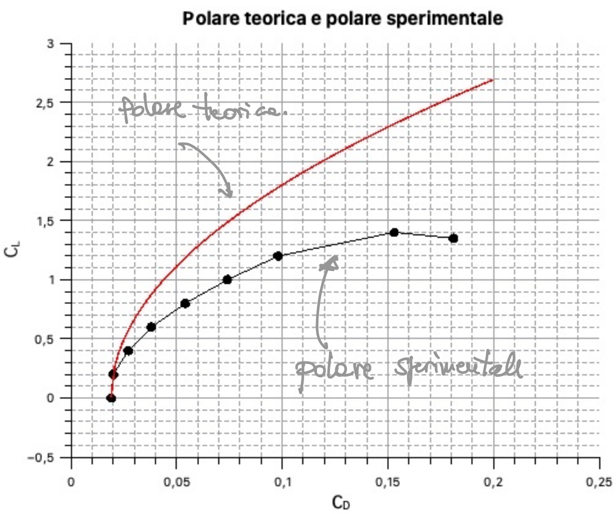
$$C_{D0} = 0 \quad \text{e} \quad C_D = 0.020 \;\text{per}\; C_L = 0.2$$

da cui, con semplici calcoli, è:

$$C_D = 0.019 + 0.025\, C_L^2$$

con $AR = 12.74$.





ESERCIZIO - Determinare alla quota $z = 3000\,m$ la velocità minima, la velocità massima di volo orizzontale, la velocità economica e le potenze necessarie corrispondenti, e la velocità ascensionale massima, per un bimotore avente peso $W = 75540\,N$, superficie alare $S = 48\,m^2$, allungamento $AR = 8,55$, coefficiente di resistenza minimo $C_{D0} = 0.02$.
È assegnata la curva delle potenze disponibili in funzione della velocità:

$V\,(m/s)$	50	60	70	80	90	100	110
$\Pi_d\,(kW)$	220	400	550	660	700	660	590

SVOLGIMENTO – Per il bimotore in esame è:

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi AR}$$

con $C_{D0} = 0.02$ e $\frac{1}{\pi AR} = 3.72 \cdot 10^{-2}$; la polare è:

$$C_D = 0.02 + 3.72 \cdot 10^{-2}\, C_L^2$$

Ancora:

$$V = \sqrt{\frac{2(W/S)}{\rho\, C_L}}$$ con $\rho = 0.9091\ kg/m^3$ a $z = 3000\ m$

Risulta:

$$W/S = 75540/48 = 1573.75\ N/m^2$$

Ovvero:

$$V = 58.84 \frac{1}{\sqrt{C_L}}$$

$$\Pi_n = C_D\, S\, \frac{1}{2}\, \rho\, V^3 = 21.82\, C_D\, V^3$$

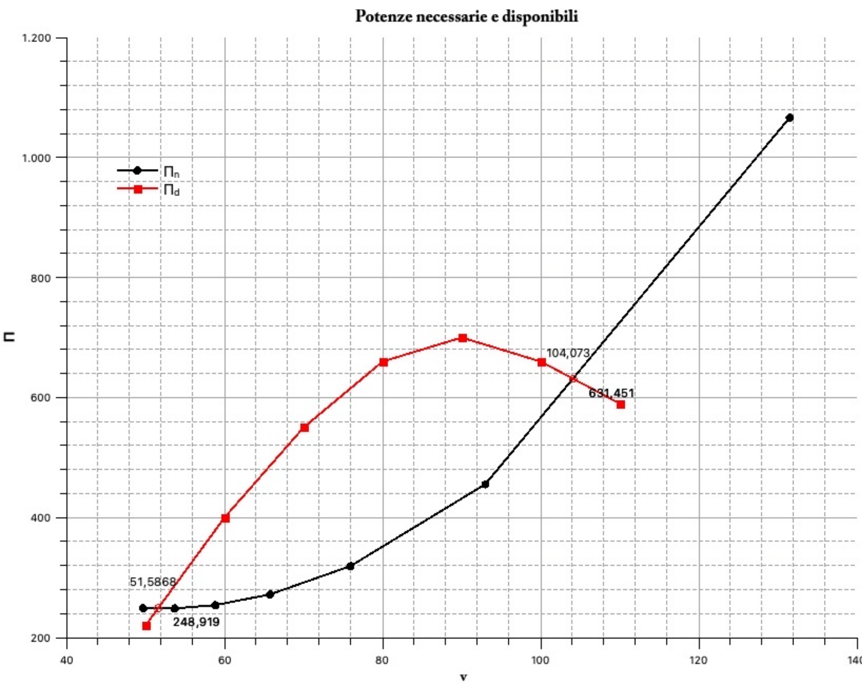
Si ha:

C_L	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.4
C_D	0.02149	0.02596	0.03340	0.04383	0.05723	0.07361	0.09297
V	131.51	92.99	75.93	65.76	58.81	53.69	49.71
Π_n	1066.9	455	319	272	254	248	249

L'analisi dei dati (riportati nel diagramma) dimostra che:

$V_{min} = 51.6\ m/s$ a cui corrisponde $\Pi = 249\ kW$

$V_{max} = 104\ m/s$ a cui corrisponde $\Pi = 631\ kW$



Si ha:

$$C_L\big|_{E_{max}} = \sqrt{\pi A R\, C_{D0}} = \sqrt{\pi \times 8.55 \times 0.02} = 0.733$$

$$C_D\big|_{E_{max}} = 2\, C_{D0} = 0.04$$

ovvero

$$V\big|_{E_{max}} = V_{ee.} = \sqrt{\frac{2(W/S)}{\rho\, C_L}} = 58.84 \frac{1}{\sqrt{C_L|_{E_{max}}}} = 68.7 \text{ m/s} = 247.4 \text{ km/h}$$

La velocità ascensionale massima è:

$$w_{max} = \frac{\Pi_d - \Pi_n\big|_{max}}{W}$$

Leggiamo nel diagramma il massimo valore della differenza fra potenza disponibile e potenza necessaria:

$$(\Pi_d - \Pi_n)_{max} = 309 \text{ kW} = 309000 \text{ N m/sec.}^*$$

e quindi

$$w_{max} = 309000/75560 = 4.1 \text{ m/sec.}$$

* In corrispondenza di $V = 80$ m/s si nota, dal diagramma, la massima distanza tra le due curve. L'equazione della retta per i punti

$$P_1(75.93,\ 319) \quad e \quad P_2(92.99,\ 455)$$

è:

$$y = 7.92x - 286,30$$

Quindi,

$$y(80) = 351,46\ kW \quad \text{ovvero} \quad 660 - 351,64 = 308.54\ kW$$

ESERCIZIO - Per un velivolo avente le caratteristiche sottoindicate è nota la polare e la curva delle potenze disponibili in funzione della velocità a quota zero:

C_L	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.3	1.2
C_D	0.023	0.028	0.044	0.065	0.099	0.138	0.173	0.233

V (m/s)	60	70	80	90	100	110
Π_d (kW)	515	650	720	735	660	410

Tracciare il diagramma $w(u)$ a quota zero.
Caratteristiche del velivolo:

peso totale $\qquad W = 73600\ N$

carico alare $\qquad W/S = 2750\ N/m^2$

SVOLGIMENTO - Risulta:

$$w = \frac{\Pi_d - \Pi_n}{W} = \frac{T - D}{W} V$$

Si ha:

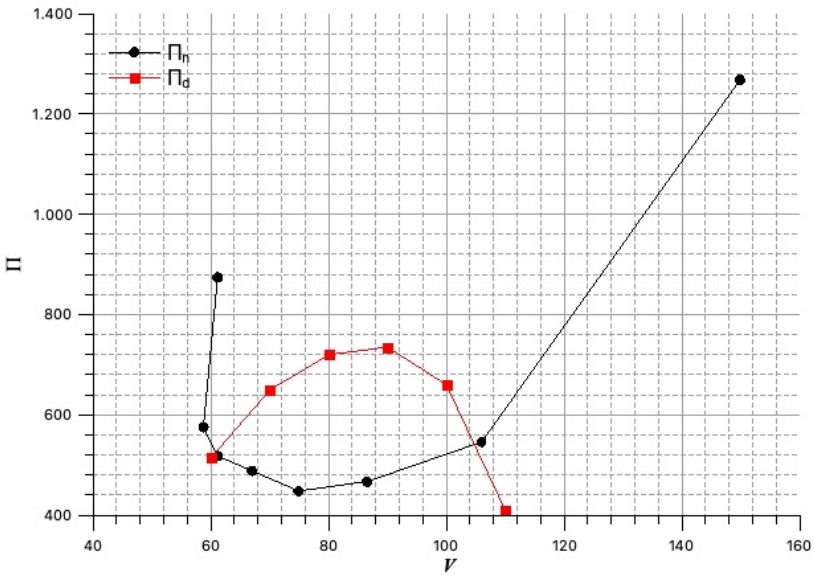
$$V = \sqrt{\frac{2(W/S)}{\rho\ C_L}} = \sqrt{\frac{2 \times 2750}{1.2250 \times C_L}} = \frac{67}{\sqrt{C_L}}$$

$$S = W/(W/S) = 26.76\ m^2$$

$$\Pi_n = \frac{1}{2}\rho V^3 S C_D = \frac{1}{2} \times 1.2250 \times 26.76 \times V^3 C_D = 16.4 \times V^3 \times C_D$$

Si ha:

C_L	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.3	1.2
C_D	0.023	0.028	0.044	0.065	0.099	0.138	0.173	0.233
V (m/s)	60	70	80	90	100	110		
Π_d (kW)	515	650	720	735	660	410		
V (m/s)	149,67	105,83	86,41	74,83	66,93	61,10	58,70	64,70
Π_n (kW)	1265	545	466	454	487	516	574	872



Dai diagrammi leggiamo le velocità massima e minima di volo rettilineo uniforme: tali velocità sono date dai punti di intersezione delle due curve di potenza necessaria e di potenza disponibile.

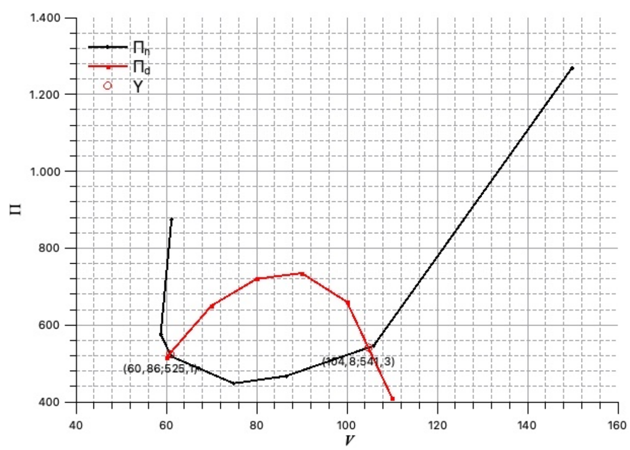
I valori che leggiamo sono:

$V_{min} = 60,86$ m/s

$\Pi_{min} = 525$ kW

$V_{max} = 104,8$ m/s

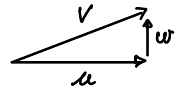
$\Pi_{max} = 541,3$ kW



Assumiamo le velocità tra V_{min} e V_{max} e calcoliamo i corrispondenti valori di $(\Pi_d - \Pi_n)$. Calcoliamo poi i corrispondenti valori delle velocità ascensionali:

$$w = \frac{\Pi_d - \Pi_n}{W} = 1000 \, \frac{\Pi_d - \Pi_n}{73600} = 0.0136 \, (\Pi_d - \Pi_n)$$

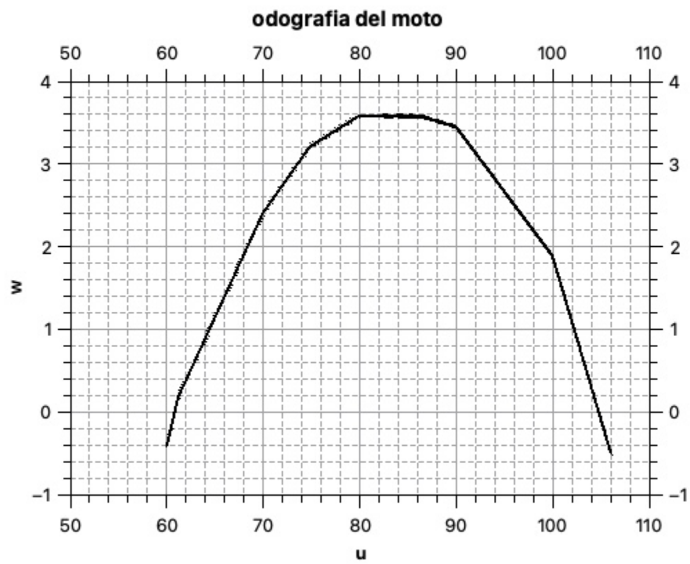
Possiamo poi ricavare le componenti orizzontali u dalla relazione:



$$u = \sqrt{V^2 - w^2}$$

Interpolando opportunamente i dati tra V_{min} e V_{max} otteniamo:

v (m/s)	61	70	80	90	100	106
$(\Pi_d - \Pi_n)$	7,26	176,8	263,5	254,86	137,8	-37
w	0.098	2,404	3,58	3,45	1,87	-0.5
u	61,01	69,95	79,9	89,91	99,99	106



ESERCIZIO – Un aereo, avente le caratteristiche sottoindicate, vola alla quota di 5700 m all'assetto $C_z = 0.6$ in volo rettilineo orizzontale uniforme. Determinare:

1) la trazione dell'elica;
2) la potenza necessaria;

3) la potenza del motore;

4) la coppia di reazione.

Caratteristiche del velivolo:

PESO TOTALE	$W = 81400\ N$
CARICO ALARE	$W/S = 2255\ N/m^2$
COEFF. DI RESIST. MINIMO	$C_{D0} = 0.022$
ALLUNGAMENTO	$AR = 7.1$
RENDIMENTO DEL RIDUTTORE	$\eta_r = 0.9$
RENDIMENTO DELL'ELICA	$\eta_e = 0.85$
NUMERO DI GIRI DEL MOTORE	$n_m = 2200$ giri/min.
RAPPORTO DI RIDUZIONE	$\tau_r = 3/4$

SVOLGIMENTO In VOLO è:

$$T = D$$

Per calcolare la resistenza occorre valutare il C_D corrispondente all'assetto di volo:

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi AR} = 0.022 + \frac{(0.6)^2}{\pi \times 7.1} = 3.815 \cdot 10^{-2}$$

Si ha:

$$V = \sqrt{\frac{2(W/S)}{\rho\, C_L}} = \sqrt{\frac{2 \times 2255}{0.6821 \times 0.6}} = 104{,}98\ m/s$$

essendo, a $z = 5700\ m$ $\rho = 0.6821\ kg/m^3$.

Ancora:

$$S = \frac{W}{W/S} = \frac{81400}{2255} = 36{,}09\ m^2$$

Quindi, finalmente:

$$T = D = C_D\, S\, \frac{1}{2} \rho V^2 = 3.815 \cdot 10^{-2} \times 36{,}09 \times \frac{1}{2} \times 0.6821 \times 104{,}98^2 =$$

$$= 5175\ N$$

La potenza necessaria al VOLO è:

$$T \cdot V = 5175 \times 104{,}98 = 543\ kW$$

In VOLO è:

$$\Pi_m = \Pi_d$$

Sappiamo che:

$$\Pi_d = \eta \, \Pi_m = (\eta_e \cdot \eta_r) \cdot \Pi_m$$

Ovvero:

$$\Pi_m = \frac{1}{\eta_e \cdot \eta_r} \Pi_d$$

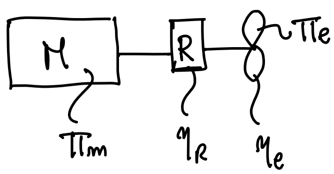
Allora:

$$\Pi_m = \frac{1}{0.9 \times 0.85} \times 543 = 710 \, kW$$

La coppia di reazione è uguale e contraria alla coppia dell'elica, ovvero:

$$C_r = C = \frac{\Pi_e}{\omega}$$

N.B. $\Pi_e = \eta_e \, \Pi_m = 710 \times 0.9 = 639 \, kW = 639000 \, N \, m/s$.



Il numero di giri dell'elica lo ricaviamo tenendo presente che:

$$n_e = n_m \cdot \tau_r = 2200 \cdot \frac{3}{4} = 1650 \text{ giri/min.}$$

Quindi

$$\omega_e = n_e \times \frac{2\pi}{60} = 1650 \times \frac{2 \times 3.14}{60} = 172{,}79 \text{ rad/s.}$$

Quindi

$$C_r = \frac{\Pi_e}{\omega} = \frac{639000}{172{,}79} = 3698 \, Nm$$

ESERCIZIO - Calcolare quale potenza deve fornire a quota zero il motore di una motoelica avente le caratteristiche sottoindicate affinché sia possibile effettuare un volo rettilineo uniforme alla quota $z = 4400$ m, alla velocità $V = 420$ km/h con un angolo di rampa di 6°.

Caratteristiche del velivolo:

peso totale	$W = 51000$ N
carico alare	$W/S = 2450$ N/m^2
coeff. di resistenza minimo	$C_{D_0} = 0.021$
allungamento	$AR = 8.9$
rendimento	$\eta = 0.85$

SVOLGIMENTO - Risulta, per l'equilibrio delle forze nella direzione perpendicolare alla traiettoria:

$$L = W \cos\beta$$

ovvero:

$$C_L = \frac{2\, W/S \, \cos\beta}{\rho \quad V^2}$$

A $z = 4400$ m è:

$$\rho = 0.7854 \ \text{kg/m}^3$$

Inoltre:

$$V = 420 \ \text{km/h} = 116{,}67 \ \text{m/s}$$

Osserviamo che $S = W/(W/S) = 51000/2450 = 20.82 \ \text{m}^2$

Si ha:

$$C_L = \frac{2 \times 2450 \times \cos 6}{0.7854 \times 116{,}67^2} = 0.4558$$

Ancora, per Prandtl, è:

$$C_D = C_{D_0} + \frac{C_L^2}{\pi AR} = 0.021 + \frac{(0.4558)^2}{\pi \times 8.9} = 2.84 \cdot 10^{-2}$$

Calcoliamo la potenza necessaria al VOLO. È:

$$\Pi_n = T \cdot V = C_D S \frac{1}{2} \rho V^3 = 2.84 \cdot 10^{-2} \times 20.82 \times 0.5 \times 0.7854 \times (116{,}67)^3 = 369144 \, W$$

La componente verticale della velocità è:

$$w = V \sin\beta = 116{,}67 \times \sin 6 = 12.20\ m/s$$

La potenza disponibile per volare nelle condizioni stabilite è:

$$\Pi_d = \Pi_n + w\,W = 369144 + 12.20 \times 51000 = 991\ kW$$

A quota 4400, il motore dovrà fornire una potenza

$$\Pi_m = \Pi_d / \eta = 991000 / 0.85 = 1166\ kW$$

Si ha:

$$\Pi_{m,0} = \Pi_{m,z} / \delta^{1,12} \qquad \text{essendo} \quad \delta = \left(\frac{\rho_z}{\rho_0}\right)^{1,12}$$

Si ha:

$$\delta = \left(\frac{0.7854}{1{,}2250}\right)^{1,12} = 0.64^{1,12} = 0.607$$

ovvero:

$$\Pi_{m,0} = \frac{1166}{0.607} = 1921\ kW$$

ESERCIZIO - Una motoelica avente le caratteristiche sottoindicate vola in volo rettilineo unif. nella traiettoria in salita alla velocità $V = 490\ km/h$ alla quota $z = 5200\ m$. Sapendo che il motore funziona a 2500 giri/min. e fornisce la coppia $C_m = 7650\ Nm$, determinare la componente verticale della velocità, w.

Caratteristiche del velivolo:

PESO TOTALE	$W = 108000\ N$
CARICO ALARE	$W/S = 2300\ N/m^2$
ALLUNGAMENTO	$AR = 6.3$
COEFF. DI RESIST. MINIMO	$C_{D0} = 0.021$
RENDIMENTO	$\eta = 0.85$

SVOLGIMENTO -

$$w = \frac{\Pi_d - \Pi_n}{W}$$

Inoltre,

$$\Pi_{mot} = \frac{\Pi_d}{\eta} \Rightarrow \boxed{\Pi_d = \eta\, \Pi_{mot}}$$

Risulta:

$$\boxed{\Pi_m = C \times \omega} \quad ; \quad \omega = \frac{2\pi\, n_{mot}}{60} = \frac{2 \times \pi \times 2500}{60} = 261{,}7 \text{ rad/s}$$

La potenza fornita dal motore è:

$$\Pi_m = C \times \omega = 7650 \times 261{,}7 = 2001750 \text{ W}$$

Allora:

$$\Pi_d = 0.85 \times 2001750 = 1701487{,}5 \text{ W}$$

Per calcolare la potenza necessaria al volo rettilineo, dobbiamo valutare il C_L:

$$L = W \cos\beta \Rightarrow C_L = \frac{2\, W/S}{\rho\, V^2} \cos\beta$$

Si ha (per $z = 5200$ m) che:

$$\rho = 0.7205 \text{ kg/m}^3$$

$$S = W/(W/S) = 108000/2300 = 46{,}96 \text{ m}^2$$

$$V = 490 \text{ km/h} = 136.11 \text{ m/s}$$

☐ Poniamo $\cos\beta = 1$, è:

$$C_L = \frac{2\,(2300)}{0.7205 \times (136.11)^2} = 0.345$$

Per Prandtl è:

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi AR} = 0.021 + \frac{(0{,}345)^2}{\pi \times 6.3} = 0.027$$

Quindi

$$\Pi_n = D \cdot V = C_D S \frac{1}{2} \rho V^3 = 0.027 \times 46{,}86 \times \frac{1}{2} \times 0.7205 \times (136.11)^3$$

$$= 1'151'770 \text{ W}$$

In prima approssimazione è:

$$w = \frac{\Pi_d - \Pi_n}{W} = \frac{1701487{,}5 - 1151770}{108000} = 5.09 \text{ m/s}$$

Possiamo, ora, valutare l'angolo di rampa:

$$w = V \sin\beta \Rightarrow \beta = \arcsin \frac{w}{V} = 2.14$$

ovvero

$$\cos\beta = 0.9993$$

Passiamo a un calcolo in seconda approssimazione con $\cos\beta = 0.9993$.
È:

$$C_L = \frac{2(2300)}{0.7205 \cdot (136.11)^2} \times 0.9993 = 0.345 \times 0.9993 = 0.3448$$

Quindi:

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi\ AR} = 0.021 + \frac{(0.3448)^2}{\pi \times 6{,}3} = 0.027$$

Allora:

$$\Pi_n = C_D S \frac{1}{2} \rho V^3 = \frac{1}{2} \times 0.027 \times 46{,}96 \times 0.7205 \times (136{,}11)^3 =$$

$$= 1151770 \text{ W}$$

Da cui, in seconda approssimazione, è:

$$w = \frac{\Pi_d - \Pi_n}{W} = \frac{1701487{,}5 - 1151770}{108000} = 5.09 \text{ m/s}$$

ELICHE

ESERCIZIO - Tracciare i diagrammi del coefficiente di trazione e del coefficiente di coppia in funzione del rapporto caratteristico di funzionamento per un modello di un'elica avente diametro $D_H = 0.80$ m di cui sono stati rilevati i valori della trazione e della coppia in funzione della velocità in un'esperienza in galleria.
Durante tutte l'esperienze il modello dell'elica ruotava con velocità $n_H = 25$ giri/sec e le caratteristiche dell'aria erano quelle della aria tipo a quota zero.

V [m/s]	0	10	20	30	35	40	45
T [N]	100	96,1	83,4	77,5	57,9	35,3	14,7
C (Nm)	28,4	26,5	23,5	21,6	17,6	11,8	6,9

Calcolare la trazione e la coppia per un'elica geometricamente simile al modello avente diametro $D = 2{,}8$ m, $V = 530$ km/h, $n = 2100$ giri/min, alla quota $z = 3700$ m.

SVOLGIMENTO - Dalle formule di Renard di 1ª specie,

$$T = \tau \rho \omega^2 R^4 \quad e \quad C = \chi \rho \omega^2 \cdot R^5$$

ricaviamo:

$$\tau = \frac{T}{\rho \omega^2 R^4} \quad e \quad \chi = \frac{C}{\rho \omega^2 R^5}$$

Nel caso in esame è:

$$R = \frac{D_H}{2} = \frac{1}{2}\, 0.8 \text{ m} = 0{,}4 \text{ m}$$

$$\omega = 2 \times \pi \times n = 2 \times \pi \times 25 = 157{,}08 \text{ rad/sec}$$

$$\gamma = \frac{V}{V_p} = \frac{V}{\omega R} = \frac{V}{157{,}08 \times 0.4} = \frac{V}{62{,}83}$$

Calcoliamo, quindi, in tabella, i valori dei coefficienti di trazione e di coppia del modello in funzione del rapporto caratteristico:

V [m/s]	0	10	20	30	35	40	45
T [N]	100	96,1	83,4	77,5	57,9	35,3	14,7
C (Nm)	28,4	26,5	23,5	21,6	17,6	11,8	6,9
γ	0	0.1592	0.3183	0.4775	0.5570	0.6366	0.7162
τ	0.1292	0.1241	0.1089	0.1001	0.0747	0.0456	0.0190
χ	0.0918	0.0855	0.0760	0.0697	0.0570	0.0380	0.0222

Per calcolare la trazione e la coppia dell'elica geometricamente simile al modello, calcoliamo:

$$R = D/2 = 2.8/2 = 1.4 \ m$$

Trasformiamo la velocità di avanzamento in m/sec.:

$$V = 530 \ km/h = 147.22 \ m/s$$

Trasformiamo la velocità di rotazione in radianti al secondo:

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2 \times \pi \times 2100}{60} = 219.8 \ rad/sec.$$

Il rapporto caratteristico di funzionamento è:

$$\gamma = \frac{V}{V_p} = \frac{V}{\omega R} = \frac{147.22}{219.8 \times 1.4} = 0.4784$$

Con il valore del rapporto di funzionamento, entriamo nella tabella e valutiamo i valori dei coefficienti di τ e C. Usiamo l'interpolazione lineare:

$\gamma_1 = 0.4775$	$\tau_1 = 0.1001$	$\chi_1 = 0.0697$
$\gamma = 0.4784$	$\tau =$	$\chi =$
$\gamma_2 = 0.5570$	$\tau_2 = 0.0747$	$\chi_2 = 0.0570$

Si ha:

$$\frac{\tau-\tau_1}{\tau_2-\tau_1} = \frac{\gamma-\gamma_1}{\gamma_2-\gamma_1} \Rightarrow \tau = (\tau_2-\tau_1)\frac{\gamma-\gamma_1}{\gamma_2-\gamma_1}+\tau_1$$

$$\Rightarrow \tau = (0.0747 - 0.1001)\frac{0.4784-0.4775}{0.5170-0.4775}+0.1001$$

$$= 9.98\cdot 10^{-2}$$

$$\frac{\chi-\chi_1}{\chi_2-\chi_1} = \frac{\gamma-\gamma_1}{\gamma_2-\gamma_1} \Rightarrow \chi = 0.0696$$

Dalle tabelle della ISA, leggiamo il valore di ρ a 3700 m:

$$\rho = 0.8457 \ kg/m^3$$

Calcoliamo, finalmente, la trazione e la coppia:

$$T = \tau\rho\omega^2R^4 = 9.98\cdot10^{-2}\times 0.8457\times 219.8^2\times 1.4^4 = 15664 \ N$$

$$C = \chi\rho\omega^2R^5 = 0.0696\times 0.8457\times 219.8^2\times 1.4^5 = 15294 \ N\cdot m$$

ESERCIZIO - Un'elica avente diametro $D=3.2$ m è comandata da un motore che ruota a 2500 giri/min tramite un riduttore con rapporto di riduzione $\tau_r = 3/4$ e rendimento $\eta_r = 0.9$.
Calcolare con quale velocità ascensionale (w) potrebbe salire un aereo avente le caratteristiche sottoindicate, nell'ipotesi che voli alla velocità $V = 520$ km/h, a quota $z=3600$ m.
Determinare inoltre la potenza che il motore dovrebbe fornire in queste condizioni.
Caratteristiche del velivolo:

PESO TOTALE	$W = 47380$ N
SUPERFICIE ALARE	$S = 21 \ m^2$
COEFFICIENTE DI RESIST. MINIMO	$C_{D0} = 0.022$

ALLUNGAMENTO $\quad AR = 5.7$

Sono assegnati τ e χ in funzione di γ:

γ	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
τ	0.072	0.071	0.068	0.061	0.059	0.043	0.021	0.02
χ	0.040	0.038	0.037	0.033	0.031	0.027	0.016	0.05

SVOLGIMENTO – Si ha:

$$w = \frac{\Pi_d - \Pi_n}{W}$$

▫ Calcoliamo la potenza necessaria al volo rettilineo orizzontale uniforme $(\cos\beta = 1)$ alla quota e alla velocità assegnate.

$$\Pi_n|_{or} = \frac{1}{2}\rho V^3 C_D S$$

$V = 520$ km/h $= 144{,}44$ m/s ; $\rho = 0.8546$ kg/m^3 a $z = 3600$ m.

Si ha : $L = W \Rightarrow C_L S \frac{1}{2}\rho V^2 = W \Rightarrow C_L = \dfrac{2(W/S)}{\rho V^2}$

Quindi:
$$C_L = \frac{2(47380/21)}{0.8546 \times 144{,}44^2} = 0.2531$$

Dalla polare di Prandtl, otteniamo:

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi AR} = 0.022 + \frac{(0.2531)^2}{\pi \times 5.7} = 2.558 \cdot 10^{-2}$$

Quindi
$$\Pi_n|_{or} = \frac{1}{2}\rho V^3 C_D S = \frac{1}{2} \times 0.8546 \times (144{,}44)^3 \times 2.558 \times 10^{-2} \times 21 =$$

$$= 692 \text{ kW}$$

▫ Per calcolare la potenza disponibile dobbiamo calcolare la trazione dell'elica e moltiplicarla per la velocità di volo:

$$\Pi_d = T \cdot V$$

dove (formula di Renard):

$$T = \tau \rho \omega^2 R^4$$

Valutiamo la velocità di rotazione dell'elica:

$$n_e = n_m \cdot \tau_r = 2500 \times \frac{3}{4} = 1875 \text{ giri/min.}$$

$$\omega = \frac{2 \times \pi \times n_e}{60} = \frac{2 \times \pi \times 1875}{60} = 196{,}25 \text{ rad/sec.}$$

Il raggio dell'elica è:

$$R = \frac{D}{2} = \frac{3.2}{2} = 1.6 \text{ m}$$

Valutiamo, quindi il rapporto di funzionamento:

$$\gamma = \frac{V}{V_p} = \frac{V}{\omega \times R} = \frac{144{,}44}{196{,}25 \times 1.6} = 0.46$$

Per interpolazione, valutiamo i valori di τ e χ

$\gamma_1 = 0.4$	$\tau_1 = 0.059$	$\chi_1 = 0.031$
$\gamma = 0.46$	$\tau =$	$\chi =$
$\gamma_2 = 0.5$	$\tau_2 = 0.043$	$\chi_2 = 0.027$

Si ha:

$$\frac{\tau - \tau_1}{\tau_2 - \tau_1} = \frac{\gamma - \gamma_1}{\gamma_2 - \gamma_1} \quad \text{e} \quad \frac{\chi - \chi_1}{\chi_2 - \chi_1} = \frac{\gamma - \gamma_1}{\gamma_2 - \gamma_1}$$

da cui

$$\tau = 0.0494 \quad \text{e} \quad \chi = 0.029$$

Quindi:

$$\Pi_d = T \cdot V = (\tau \times \rho \times \omega^2 \times R^4) \times V =$$

$$= 0.0494 \times 0.8546 \times (186{,}25)^2 \times 1.6^4 \times 144{,}44$$

$$= 1539134\ W = 1539\ kW$$

Scriviamo, finalmente,

$$w = \frac{\Pi_d - \Pi_n}{W} = \frac{1539134 - 692000}{47380} = 17{,}88\ m/s$$

Volendo procedere al calcolo al secondo ordine, valutiamo l'angolo di rampa (avendo per ora supposto $\beta = 0$):

$$\beta = \arctan \frac{w}{V} = \arctan \frac{17{,}88}{144{,}44} = 7.11 \Rightarrow \cos\beta = 0.992$$

Quindi:

$$L = W\cos\beta \Rightarrow C_L = \frac{2\ W/S}{\rho V^2} \cos\beta = 0.2531 \times 0.992 = 0.2511$$

Allora $$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi AR} = 0.022 + \frac{(0.2511)^2}{\pi \times 5.7} = 2.552 \times 10^{-2}$$

Quindi

$$\Pi_n = \frac{1}{2} \rho V^3 C_D S$$

$$= \frac{1}{2} \times 0.8546 \times (144{,}44)^3 \times 2.552 \times 10^{-2} \times 21 =$$

$$= 690\ kW$$

e allora

$$w = \frac{\Pi_d - \Pi_n}{W} = \frac{1539134 - 690000}{47380} = 17.92\ m/s$$

(in seconda approssimazione).

Il rendimento dell'elica è:

$$\eta_e = \frac{\tau}{\chi} \gamma = \frac{0.0494}{0.0286} \times 0.4598 = 0.7942$$

Quindi, poiché è:

$$\Pi_d = \Pi_m(\eta_e \cdot \eta_r)$$

scriviamo:

$$\Pi_m = \frac{\Pi_d}{\eta_e \times \eta_r} = \frac{1539134}{0.7942 \times 0.9} = 2153298\,W$$

ESERCIZIO – Tracciare la curva delle potenze disponibili alla quota $z=3300\,m$ per una motoelica sapendo che il motore funziona a 2000 giri/minuto, il diametro dell'elica è $D_e = 2,9\,m$ e il rapporto di riduzione è 3/4. È assegnata per punti la curva di τ in funzione di γ:

γ	0.121	0.161	0.200	0.240	0.280	0.319
τ	0.0242	0.0278	0.0283	0.0251	0.0186	0.0109

SVOLGIMENTO – La potenza disponibile si può calcolare come:

$$\Pi_d = T \cdot V$$

Si ha:

$$n_e = n_m \times \tau_R = 2000 \times \frac{3}{4} = 1500 \text{ giri/min.}$$

ovvero

$$\omega_e = \frac{2\pi \times n_e}{60} = \frac{2 \times \pi \times 1500}{60} = 157\,rad/s$$

Quindi

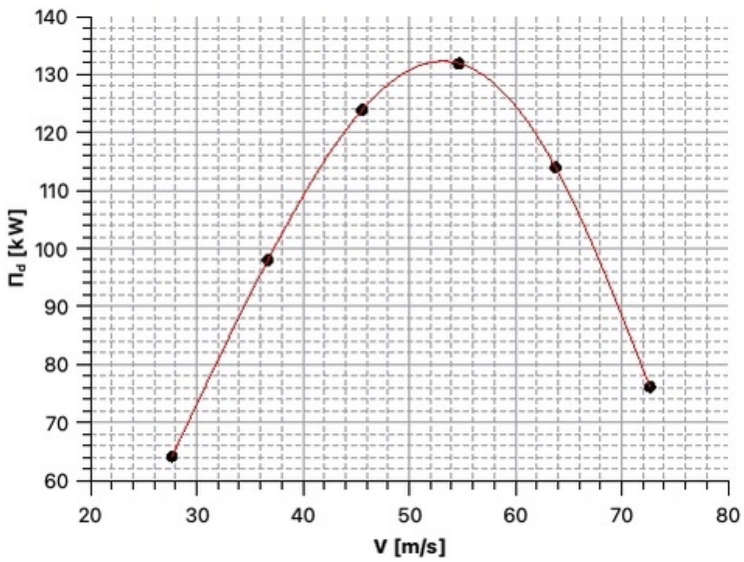
$$V_e = \omega_e R_e \gamma = \omega_e \times \frac{D_e}{2} \times \gamma$$
$$= 157 \times \frac{2,9}{2} \times \gamma = 227,65 \times \gamma$$

Per $z = 3300\,m$ è $\rho = 0.8814\,kg/m^3$. Si ha:

$$T = \tau \rho \omega_e^2 R_e^4 = 0.8814 \times (157)^2 \times (1,45)^4 \times \tau = 96038,28 \times \tau$$

$$\Pi_d = T \cdot V = (96038,28 \times \tau) \times (227,65 \times \gamma) = 21863114 \times \tau \times \gamma$$

γ	0.121	0.161	0.200	0.240	0.280	0.319
δ	0.0242	0.0278	0.0283	0.0251	0.0186	0.0109
V [m/s]	27,56	36,67	45,55	54,66	63,78	72,66
Π_d [kW]	64,12	98,00	123,84	131,91	114,00	76,14



ESERCIZIO – Per un aereo avente le caratteristiche sottoindicate, determinare la differenza di apertura dei due semipiani alari necessari per compensare la coppia di reazione nell'ipotesi che l'ala sia a pianta rettangolare e che il volo si svolga a quota di 3900 m all'incidenza di $\alpha = 3° 12'$.

Caratteristiche dell'aereo:

- PESO TOTALE $W = 52000\,N$
- SUPERFICIE ALARE $S = 18{,}92\,m^2$
- ALLUNGAMENTO $AR = 8{,}7$
- COEFF. DI RESIST. PARASSITA $C_{D0} = 0.021$
- COEFF. ANG. DI PORT. PER IL PROFILO $C_{L\alpha} = 5{,}4$ / rad
- RENDIMENTO ELICA $\eta_e = 0.85$
- NUMERO DI GIRI DELL'ELICA $n_e = 1800$ giri/min.

SVOLGIMENTO - Il coefficiente angolare di portanza per l'allungamento alare assegnato è:

$$C_{L_\alpha} = \frac{C_{l_\alpha}}{1+\frac{C_{l_\alpha}}{\pi AR}} = \frac{5.4}{1+\frac{5.4}{\pi\times 8.7}} = 4.509 \ 1/rad$$

* Calcoliamo il coefficiente di portanza relativo all'incidenza di volo:

$$\alpha = 3^\circ 12' \quad \sim \quad 12 \div 60 = 0.2^\circ$$

$$\alpha = 3{,}2^\circ \equiv 5.582\cdot 10^{-2} \ rad$$

Quindi:

$$C_L = C_{L_\alpha}\cdot\alpha = 4.509\times 5.582\cdot 10^{-2} = 0.2517$$

A quota $z = 3900$ m è $\rho = 0.8433$ kg/m^3

$$V = \sqrt{\frac{2W}{S\rho C_L}} = \sqrt{\frac{2\times 52000}{18{,}92\times 0.8433\times 0.2517}} = 160{,}92 \ m/s$$

Con la polare di Prandtl, valutiamo il C_D:

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi AR} = 0.021 + \frac{0.2517^2}{\pi\times 8.7} = 2.332\cdot 10^{-2}$$

In VORO la $\Pi_d = \Pi_m$, quindi:

$$\Pi_d = \Pi_m = \frac{1}{2}\rho V^3 S C_D = \frac{1}{2}\times 0.8433\times(160.92)^3\times 18{,}92\times 2{,}332\times 10^{-2}$$
$$= 775 \ kW$$

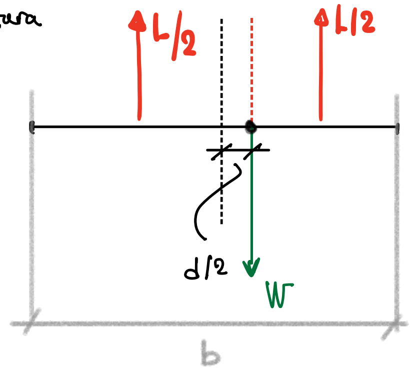
Si ha $\quad \Pi_e = \Pi_d/\eta = 775/0.85 = 912 \ kW$

$$\omega_e = \frac{2\times\pi\times n_e}{60} = \frac{2\times\pi\times 1800}{60} = 188{,}4 \ rad/s$$

La coppia di reazione è uguale e contraria alla coppia dell'elica:

$$C_r = C_e = \Pi_e / \omega_e = \frac{912000}{188.4} = 4841\,Nm$$

Per compensare la coppia di reazione, C_r, i due semipiani devono avere una differenza di apertura



$$AR = \frac{b^2}{S} \Rightarrow b = \sqrt{AR\,S}$$

$$b = \sqrt{8.7 * 18.92} = 12.83\,m$$

La forza peso si sposta di una p.tà pari a d/2 in una semiala è lunga $\frac{b}{2} + d$ e l'altra $\frac{b}{2}$

$$C = \frac{L}{2}\left(\frac{b}{2} + \frac{d}{2}\right) - \frac{L}{2}\left(\frac{b}{2} - \frac{d}{2}\right)$$

$$= \frac{L}{2}\left[\cancel{\frac{b}{2}} + \frac{d}{2} - \cancel{\frac{b}{2}} + \frac{d}{2}\right] =$$

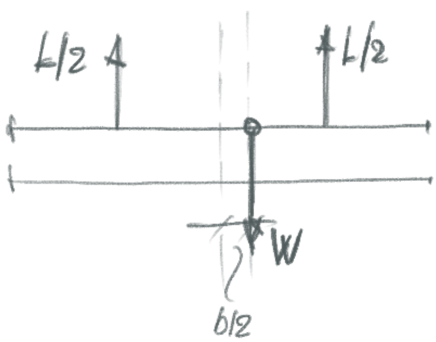
$$= \frac{L}{2} \times d$$

N.B. In V.O.R.U è: $L = W$ per cui:

$$C = \frac{W}{2} \times d \Rightarrow d = \frac{2C}{W}$$

ovvero:

$$d = \frac{2 \times 4841}{52000} = 0.186\,m = 18.7\,cm$$



ESERCIZIO - Un aereo avente le caratteristiche sottoindicate vola alla quota di 4200 m. Sapendo che l'elica gira alla velocità di 1900 giri/m con un rapporto di funzionamento $\gamma = 0.35$, calcolare:

1) la potenza dell'elica sapendo che per compensare la coppia di reazione una semiala è 9 cm più lunga dell'altra.
2) il rendimento dell'elica.

Caratteristiche del velivolo:

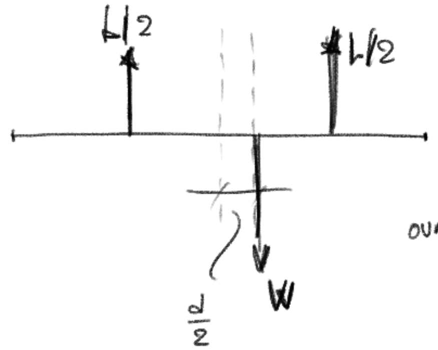
- PESO TOTALE $Q = 42\,200\ N$
- SUPERFICIE ALARE $S = 21\ m^2$
- COEFF. DI RESIST. MINIMO $C_{D0} = 0.022$
- ALLUNGAMENTO ALARE $\mathcal{R} = 6.3$
- DIAMETRO DELL'ELICA $D_e = 3\ m$

SVOLGIMENTO - Per l'elica è:

$$\Pi_e = C_e\, \omega_e$$

Calcoliamo la ω_e:

$$\omega_e = \frac{2\pi n_e}{60} = \frac{2\times\pi\times 1900}{60} = 198{,}87\ rad/sec$$



$$C_e = C_r = \frac{L}{2}\left(\frac{b}{2}+\frac{d}{2}\right) - \frac{L}{2}\left(\frac{b}{2}-\frac{d}{2}\right)$$

ovvero:

$$C_e = \frac{L}{2}\,d = \frac{W}{2}\,d = \frac{42000}{2}\times 0.09 =$$

$$= 1890\ Nm$$

Allora:

$$\Pi_e = C_e \times \omega_e = 1890 \times 198{,}87 = 376\ kW$$

Per calcolare il rendimento dell'elica, osserviamo che:

$$\eta_e = \frac{\Pi_d}{\Pi_e} = \frac{T\times V}{\Pi_e} = \frac{D\times V}{\Pi_e}$$

$$V_e = \omega_e R_e \gamma = \omega_e \frac{D_e}{2}\gamma = 198.87 \times \frac{3}{2}\times 0.35 = 104{,}41\ m/s$$

Per il calcolo della resistenza sfruttiamo la polare di Prandtl, passando per il valore del C_L che calcoliamo dalla relazione:

$$L = W \Rightarrow C_L S \frac{1}{2} \rho V^2 = W \Rightarrow C_L = \frac{2W}{S \rho V^2} =$$

$$= \frac{2 \times 42200}{21 \times 0.8022 \times (104,41)^2} = 0.4586$$

Per l'eq.ne della polare di Prandtl è:

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi AR} = 0.022 + \frac{(0.4586)^2}{\pi \times 6.3} = 3.27 \cdot 10^{-2}$$

Si ha:

$$E = \frac{C_L}{C_D} = \frac{0.4586}{3.27 \cdot 10^{-2}} = 14.05$$

ovvero:

$$T = \frac{W}{E} = \frac{42200}{14.05} = 3004\ N$$

Quindi:

$$\eta_e = \frac{T \times V_e}{\Pi_e} = \frac{3004 \times 104.41}{376000} = 0.8342$$

ESERCIZIO — Un velivolo avente peso totale $W = 58000\ N$, carico alare $W/S = 2260\ N/m^2$ vola in orizzontale alla quota di $z = 3000\ m$ con una incidenza $\alpha = 4°$. L'ala è a pianta rettangolare e ha allungamento $AR = 6.8$. Il motore funziona a 2200 giri/minuto e comanda l'elica tramite un riduttore avente un rapporto di trasmissione $\tau_r = 4/5$. Il rendimento dell'elica è $\eta_e = 0.82$. È assegnata la polare:

$\alpha°$	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
C_L	0	0.18	0.40	0.62	0.84	1.03	1.19	1.33	1.40	1.35
C_D	0,022	0.023	0.031	0.044	0.061	0.078	0.101	0,127	0.159	0,185

Determinare le diverse incidenze (α_d e α_s) che si dovrebbero dare ai due semipiani per compensare la coppia di reazione lasciando inalterata la portanza.

Calcolare le D_d e D_s dei due rumifioni e determinare il momento incombente che ne deriva.
Calcolare la traslazione laterale dell'asse dell'elica motrice per compensare il momento incombente.

SVOLGIMENTO - Per $\alpha = 4°$ è $C_L = 0,40$ e $C_D = 0,031$

- Calcoliamo la velocità di volo dalla relazione:

$$V = \sqrt{\frac{2W/S}{\rho C_L}}$$

Per $z = 3000$ è $\rho = 0.9093$ kg/m³. Quindi:

$$V = \sqrt{\frac{2 * 2260}{0.9093 \times 0,40}} = 111,47 \text{ m/s}$$

La potenza motrice per il volo è: $\Pi_n = DV = C_D S \frac{1}{2} \rho V^3$

$$S = \frac{W}{W/S} = \frac{58\,000}{2260} = 25.66 \text{ m}^2$$

$$\Pi_n = 0.031 \times 25,66 \times \frac{1}{2} \times 0,9093 \times (111,47)^3 = 501 \text{ kW}$$

Risulta

$$\Pi_n = \Pi_d = 501 \text{ kW}$$

Allora:

$$\Pi_e = \frac{\Pi_d}{\eta_e} = \frac{501\,000}{0.82} = 611\,014 \text{ W}$$

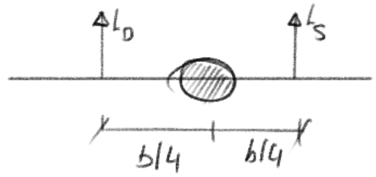
Calcoliamo, adesso, la velocità angolare dell'elica:

$$n_e = n_m \cdot \tau_r = 2200 \times \frac{4}{5} = 1760 \text{ giri/min} \Rightarrow \omega_e = \frac{2 \times \pi \times n_e}{60} = 184,21 \text{ rad/s}$$

La coppia di reazione è uguale e contraria alla coppia dell'elica:

$$C_r = C_e = \Pi_e/\omega_e = \frac{611014}{184.21} = 3317\ Nm$$

La coppia di reazione è compensata dalla coppia dovuta alla differente portanza applicata sui due semipiani



con la condizione che $L_D + L_S = W$

Si ha: $L_D \cdot \frac{b}{4} - L_S \frac{b}{4} = C_r$

ovvero:

$$(L_D - L_S)\frac{b}{4} = C_r \rightarrow \begin{cases} L_D - L_S = \frac{4C_r}{b} \\ L_D + L_S = W \end{cases}$$

Da

$$AR = \frac{b^2}{S} \rightarrow b = \sqrt{AR * S} = \sqrt{6.8 * 25.66} = 13.21\ m$$

Si ha, sommando m.a m.:

$$2L_D = \frac{4C_r}{b} + W \rightarrow L_D = \frac{1}{2}\left[\frac{4C_r}{b} + W\right] = \frac{1}{2}\left[\frac{4 * 3317}{13.21} + 58000\right]$$

Quindi:

$$L_D = 29502.2\ N \quad ; \quad L_S = W - L_D = 58000 - 29502.2 = 28498\ N$$

Ricaviamo i coefficienti di portanza per le due semiali tenendo conto che la superficie di una semiala è:

$$S_D = S_S = \frac{1}{2} S = \frac{1}{2} \times 25.66 = 12.83\ m^2$$

$$L_D = C_{L_D} S_D \frac{1}{2}\rho V^2 \Rightarrow C_{L_D} = \frac{2L_D}{S_D \rho V^2} = \frac{2 \times 29502.2}{12.83 \times 0.9095 \times 111.47^2}$$

$$= 0.41$$

$$L_S = C_{L_S} S_S \frac{1}{2}\rho V^2 \Rightarrow C_{L_S} = \frac{2L_S}{S_S \rho V^2} = \frac{2 \times 28498}{12.83 \times 0.9095 \times 111.47^2}$$

$$= 0.393$$

Dalla polare, è:

$\alpha = 4°$	$C_L = 0.40$	$\alpha = 2°$	$C_L = 0.18$
$\alpha = ?$	$C_L = 0.41$	$\alpha = ?$	$C_L = 0.393$
$\alpha = 6°$	$C_L = 0.62$	$\alpha = 4°$	$C_L = 0.40$

Per interpolazione lineare è:

$$\alpha_D = 4{,}09° \qquad \alpha_S = 3{,}94°$$

Per interpolazione lineare, valutiamo le resistenze dei due semipiani

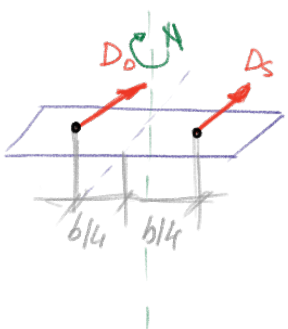
$\alpha = 4°$	$C_D = 0.031$	$\alpha = 2°$	$C_D = 0.023$
$\alpha = 4{,}09°$	$C_D = ?$	$\alpha = 3.94°$	$C_D = ?$
$\alpha = 6°$	$C_D = 0.044$	$\alpha = 4°$	$C_D = 0.031$

$$C_{D_D} = 0.0316 \qquad C_{D_S} = 0.0308$$

Calcoliamo la resistenza dei due semipiani:

$$D_D = C_{D_D} \frac{1}{2} \rho V^2 S_D = 0.0316 \times \frac{1}{2} \times 0.9095 \times 111{,}47^2 \times 1283 = 2291 \, N$$

$$D_S = C_{D_S} \frac{1}{2} \rho V^2 S_S = 0.0308 \times \frac{1}{2} \times 0.9095 \times 111{,}47^2 \times 12{,}83 = 2233 \, N$$



Il momento imbardante che si forma a causa della differente resistenza dei due semipiani è:

$$N = D_D \frac{b}{4} - D_S \frac{b}{4} = (D_D - D_S) \frac{b}{4} =$$

$$= (2291 - 2233) \times \frac{1321}{4} = 191{,}54 \, N \cdot m$$

L'asse dell'elica deve essere traslata di una quantità y in modo tale che:

$$Ty = N \Rightarrow y = \frac{N}{T} = \frac{N}{D_D + D_S}$$

$$= \frac{191,54}{2291 + 2233} = 4,23 \text{ cm.}$$