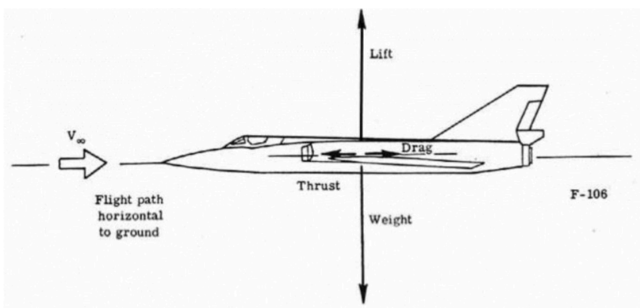
• VOLO ORIZZONTALE RETTILINEO UNIFORME

Studieremo i principi base della meccanica del volo, iniziando dalla casistica più semplice, ovvero **IL VOLO IN CROCIERA**

$$V = V_\infty \rightarrow a = 0 \rightarrow F = ma = 0$$

• MOTO ORIZZONTALE RETTILINEO UNIFORME **VORU**



$$\begin{cases} L = W \\ T = D \end{cases}$$

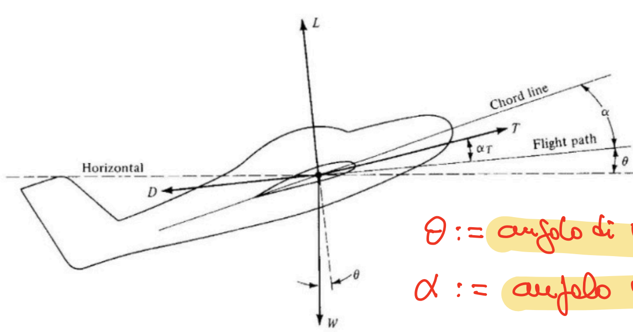
$$L = \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 S C_L$$

$$D = \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 S C_D$$

$$(*) \begin{cases} \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 S C_L = mg \\ \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 S C_D = T \end{cases} \rightarrow$$

Grazie alle curve di trazione e alle resistenze in funzione della velocità possiamo individuare le PRESTAZIONI DEL VELIVOLO in certe condizioni

Incidenza e velocità di volo



V_∞

$\theta :=$ angolo di inclinazione della traiettoria

$\alpha :=$ angolo di incidenza o di attacco

$\theta :=$ angolo tra la direzione della V_∞ e l'orizzontale

$\alpha :=$ angolo tra la corda e la V_∞.

In V.O.R.U. $\theta = 0$ ma $\alpha \neq 0$

Dalla relazione

$$\frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 S C_L = mg \qquad (*)$$

ricaviamo

$$\boxed{C_L(\alpha) = \frac{2mg}{\rho_\infty V_\infty^2 S}}$$

- Assegnata la massa del velivolo, la velocità e la quota di volo, il C_L è univocamente determinato e quindi l'angolo di incidenza.

- Dalla $(*)$ possiamo ricavare anche V_∞:

$$\boxed{V_\infty = \sqrt{\frac{2mg}{\rho_\infty S C_L}}} \propto \frac{1}{C_L}$$

Velocità di volo e C_L sono INVERSAMENTE PROPORZIONALI

\# Più il velivolo va veloce, più basso è il coefficiente
\# Più si va lenti, allora l'angolo deve essere maggiore per avere maggiore C_L ⟶ rischio di stallo.

SPINTA NECESSARIA

$$T = \frac{1}{2}\rho V_\infty^2 S C_D$$

resistenza parassita / resistenza indotta

resistenza parassita: di forma o scia / di attrito

$$C_L = \frac{2mg}{\rho_\infty V_\infty^2 S}$$

$$\boxed{C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{e\pi AR}}$$

$$AR = \frac{b^2}{S}$$

$e :=$ coefficiente di Oswald.

$$T = \frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 S C_{D0} + \frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 S \frac{(2mg)^2}{(\rho_\infty V_\infty^2 S)^2 e\pi AR}$$

$$T = \frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 S C_{D0} + \frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 \frac{(2mg)^2 \cancel{S}}{(\rho_\infty V_\infty^2)^2 \cancel{S^2} e\pi \frac{b^2}{S}}$$

$$= \underbrace{\frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 S C_{D0}}_{\text{RESISTENZA PARASSITA}} + \underbrace{\frac{1}{2}\cancel{\rho_\infty V_\infty^2} \frac{(2mg)^2}{(\rho_\infty V_\infty^2)^2 e\pi b^2}}_{\text{RESISTENZA INDOTTA}}$$

$$= \frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 S C_{D0} + \frac{1}{\frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 \pi e}\left(\frac{mg}{b}\right)^2$$

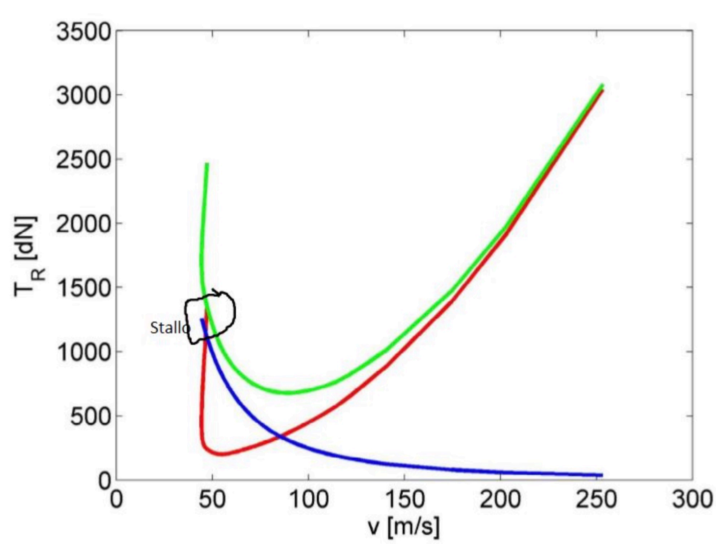
RESISTENZA PARASSITA

$D_0 \propto V_\infty^2$

RESISTENZA INDOTTA

$D_i \propto \dfrac{1}{V_\infty^2}$

GRAFICO DELLA SPINTA NECESSARIA.



RESIST. PARASSITA

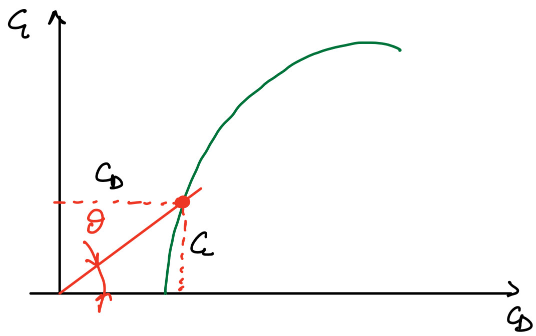
RESIST. INDOTTA

$D_0 + D_i$

RESISTENZA TOTALE

- Resistenza Indotta
  - $D_i = \dfrac{C_L^2}{\pi AR e}$
  - Inversamente proporzionale al quadrato della velocità
- Resistenza parassita
  - Resistenza di forma o di scia
  - Resistenza di attrito
  - Direttamente proporzionale al quadrato della velocità

EFFICIENZA AERODINAMICA



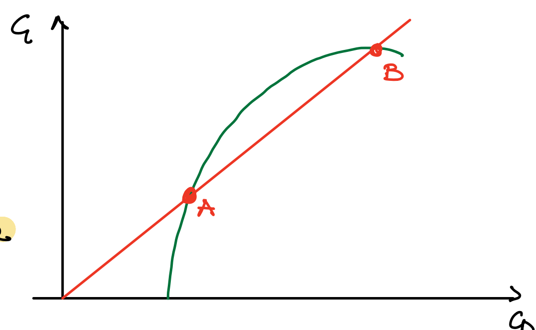
$$E = \frac{L}{D} = \frac{C_L}{C_D}$$

Risulta, ovviamente, dal diagramma della polare che:

$$\boxed{E = \operatorname{tg}\theta = \frac{C_L}{C_D}}$$

Questa relazione è molto importante e indica che l'efficienza è tanto maggiore quanto maggiore è θ.

Si dimostra in questo modo l'esistenza di un valore massimo dell'efficienza e il modo di determinarlo graficamente; basta tracciare la tangente alla polare passante per l'origine.



Si osservi, dal diagramma, che si può avere la stessa efficienza a due incidenze diverse (punti A e B). In entrambi i casi il valore dell'efficienza sarà minore di quella massima.

Si può avere PORTANZA SUPERIORE a quella di E_{max}, ma a prezzo di sforzi propulsivi più grandi (resistenza maggiore) e analogamente, a incidenze minori di quella corrispondente alla E_{max}, per ridurre il valore della resistenza bisogna accettare valori più piccoli del C_L.

Calcoliamo, analiticamente, la E_{max}.

Partiamo dalla polare di Prandtl del velivolo:

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi AR\, e}$$

ovvero:

$$E = \frac{C_L}{C_D} = \frac{C_L}{C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi AR\, e}} \qquad (*)$$

Per trovare il massimo della (9) occorre derivare rispetto a C_L e porre la derivata uguale a zero.

$$\frac{dE}{dC_L} = \frac{\left(C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi ARe}\right) - C_L\left(\frac{2C_L}{\pi ARe}\right)}{\left(C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi ARe}\right)^2} = 0$$

Quindi è

$$C_{D0} - \frac{C_L^2}{\pi ARe} = 0 \rightarrow \boxed{C_L\big|_{E_{max}} = \sqrt{\pi ARe\, C_{D0}}}$$

Allora:

$$\boxed{C_D\big|_{E_{max}} = C_{D0} + \frac{\left(\sqrt{\pi ARe\, C_{D0}}\right)^2}{\pi ARe} = 2\, C_{D0}}$$

Finalmente, calcoliamo il valore dell'efficienza massima:

$$\boxed{E_{max} = \frac{C_L}{C_D}\bigg|_{E_{max}} = \frac{\sqrt{\pi ARe\, C_{D0}}}{2C_{D0}} = \sqrt{\frac{\pi ARe}{4\, C_{D0}}}}$$

Altro indice notevole è L'INDICE DI QUOTA, così definito:

$$E\sqrt{C_L}$$

Risulta:

$$E\sqrt{C_L} = \frac{C_L}{C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi eAR}}\sqrt{C_L} = \frac{\sqrt{C_L^3}}{C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi eAR}}$$

Per il massimo:

$$\frac{d\, E\sqrt{C_L}}{dC_L} = \frac{\frac{3}{2}\sqrt{C_L}\left(C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi eAR}\right) - \sqrt{C_L^3}\,\frac{2C_L}{\pi eAR}}{\left(C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi eAR}\right)^2} = 0$$

ovvero

$$\frac{3}{2}\sqrt{C_L}\left(C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi eAR}\right) = \sqrt{C_L^3}\,\frac{2C_L}{\pi eAR}$$

$$C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi e AR} = \frac{4}{3}\frac{C_L^2}{\pi e AR} \rightarrow C_{D0} = \left(\frac{4}{3}-1\right)\frac{C_L^2}{\pi e AR}$$

ovvero

$$C_{D0} = \frac{1}{3}\frac{C_L^2}{\pi e AR} \rightarrow \boxed{C_L\big|_{E\sqrt{C_L}\,max} = \sqrt{3 C_{D0}\, e AR \pi}}$$

Il corrispondente $C_D\big|_{E\sqrt{C_L}\,max} = C_{D0} + \frac{(C_L|_{E\sqrt{C_L}\,max})^2}{\pi AR e}$

$$= C_{D0} + \frac{3 C_{D0}\, e AR \pi}{\pi AR e} = C_{D0} + 3\, C_{D0} = 4\, C_{D0}$$

$$\boxed{C_D\big|_{E\sqrt{C_L}\,max} = 4\, C_{D0}}$$

a cui corrisponde

$$E\big|_{E\sqrt{C_D}\,max} = \frac{C_L}{C_D}\bigg|_{E\sqrt{C_D}\,max} = \frac{\sqrt{3 C_{D0}\, e AR \pi}}{4\, C_{D0}} = \sqrt{\frac{3\, C_{D0}\, e AR \pi}{16\, C_{D0}^2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{3\pi AR e}{16\, C_{D0}}} \rightarrow \boxed{E\big|_{E\sqrt{C_L}\,max} = \sqrt{\frac{3\pi AR e}{16\, C_{D0}}}}$$

Altro parametro molto importante, specialmente nei calcoli dell'autonomia, è

$$\frac{E}{\sqrt{C_L}}$$

Si dimostra che

$$\boxed{C_L\big|_{(E/\sqrt{C_L})_{max}} = \sqrt{\frac{\pi e AR\, C_{D0}}{3}}}$$

Il C_D corrispondente è:

$$\boxed{C_D\big|_{(E/\sqrt{C_L})_{max}} = \frac{4}{3}\, C_{D0}}$$

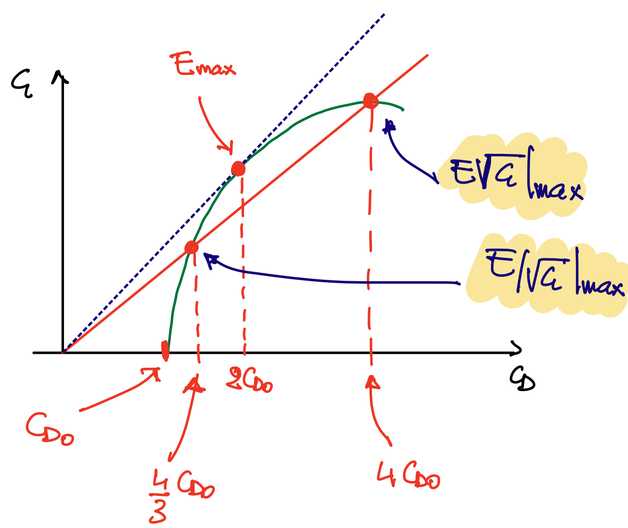
A cui corrisponde il valore dell'efficienza:

$$\boxed{E\Big|_{(E/\sqrt{C_L})_{max}} = \sqrt{\frac{3\pi ARe}{16\, C_{D0}}}}$$

Osserviamo:

$$\boxed{E\Big|_{(E/\sqrt{C_L})_{max}} = E\Big|_{E\sqrt{C_L}\,|_{max}}}$$

i due punti SONO ALLINEATI CON L'ORIGINE



- $$E\sqrt{C_L}\Big|_{max} = \frac{C_L}{C_D}\sqrt{C_L} = \frac{C_L^{3/2}}{C_D} = \frac{\left(\sqrt{3\pi ARe\, C_{D0}}\right)^{3/2}}{4\, C_{D0}} = \frac{\sqrt[4]{(3\pi AR\, e\, C_{D0})^3}}{4\, C_{D0}}$$

- $$\frac{E}{\sqrt{C_L}}\Big|_{max} = \frac{C_L}{C_D}\frac{1}{\sqrt{C_L}} = \frac{\sqrt{C_L}}{C_D} = \frac{\sqrt[4]{\frac{\pi ARe C_{D0}}{3}}}{\frac{4}{3}\, C_{D0}} = \frac{3\sqrt[4]{\frac{\pi AR C_{D0}}{3}}}{4\, C_{D0}}$$

RICAPITOLANDO

$$C_L\big|_{E_{max}} = \sqrt{\pi AR\, e\, C_{D0}}$$

$$C_D\big|_{E_{max}} = 2\, C_{D0}$$

$$E_{max} = \sqrt{\frac{\pi AR\, e}{4\, C_{D0}}}$$

$$C_L\big|_{E\sqrt{C_L}\,|_{max}} = \sqrt{3\, C_{D0}\, e\, AR\, \pi}$$

$$C_D\big|_{E\sqrt{C_L}\,|_{max}} = 4\, C_{D0}$$

$$E\big|_{E\sqrt{C_L}\,|_{max}} = \sqrt{\frac{3\pi AR\, e}{16\, C_{D0}}}$$

$$C_L\big|_{E/\sqrt{C_L}\,|_{max}} = \sqrt{\frac{\pi e\, AR\, C_{D0}}{3}}$$

$$C_D\big|_{E/\sqrt{C_L}\,|_{max}} = \frac{4}{3}\, C_{D0}$$

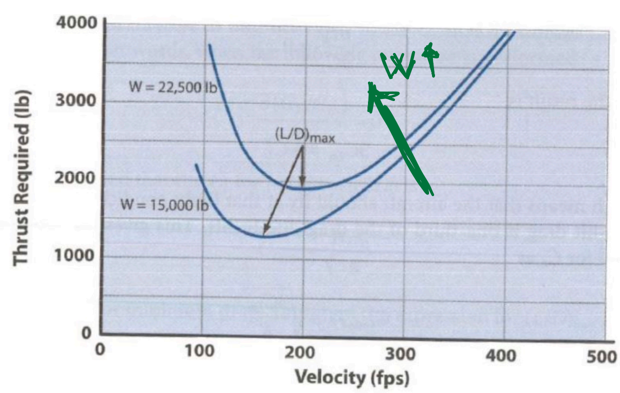
$$E\big|_{E/\sqrt{C_L}\,|_{max}} = \sqrt{\frac{3\pi AR\, e}{16\, C_D}}$$

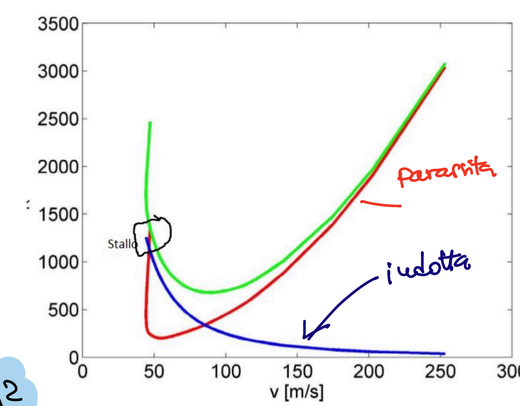
- Dalla relazione

$$T=\underbrace{\frac{1}{2}\rho v^2 S C_{D0}}_{\text{RESISTENZA PARASSITA}}+\overbrace{\frac{1}{\frac{1}{2}\rho v^2 \pi e}\left(\frac{mg}{b}\right)^2}^{\text{RESISTENZA INDOTTA}}$$

Osserviamo che la massa NON è presente nella resistenza parassita: SE IL PESO AUMENTA, CRESCE SOLO LA RESISTENZA INDOTTA MA NON QUELLA PARASSITA.

La curva di SPINTA NECESSARIA IN FUNZIONE DELLA VELOCITÀ SI SPOSTERÀ VERSO L'ALTO

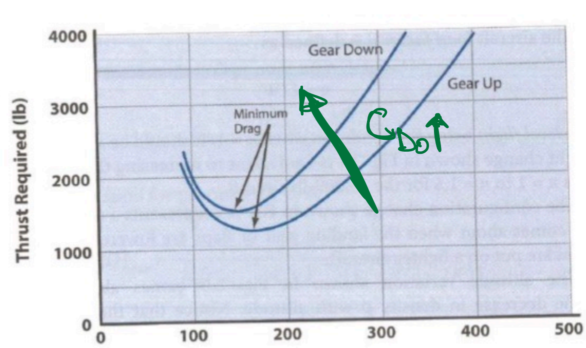


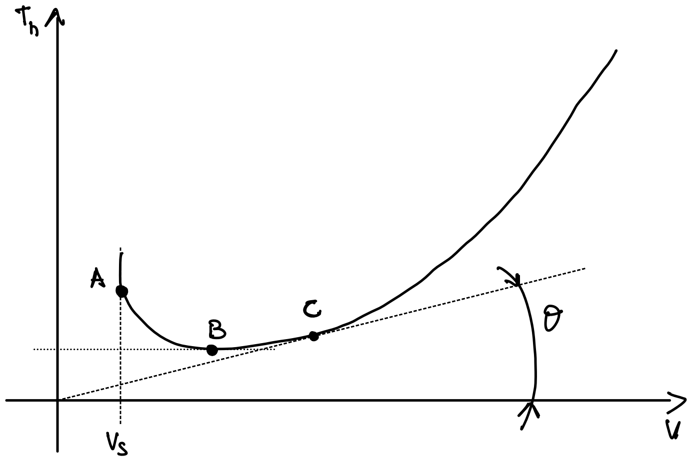


Sempre dalla equazione:

$$T=\frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 S C_{D_0}+\frac{1}{\frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 \pi e}\left(\frac{mg}{b}\right)^2$$

Se $m=\text{cost}$ ma cambia la configurazione del velivolo va cambiare C_{D0} e cambia solo la resistenza parassita.





Si esaminano ora alcuni punti della curva della spinta necessaria che rappresentano situazioni particolari di volo.

- Il **PUNTO A** individua la velocità di stallo; la tangente alla curva è verticale
- Il **PUNTO B** è caratterizzato dal fatto che la spinta necessaria è minima e si verifica all'assetto di efficienza massima:

$$E = \frac{C_L}{C_D} = \frac{C_L}{C_{D0} + C_L^2/\pi e AR} \rightarrow \frac{dE}{dC_L} = 0 \Rightarrow C_L\big|_{E_{max}} = \sqrt{\pi AR e C_{D0}}$$

$$\Rightarrow C_D\big|_{E_{max}} = 2\,C_{D0}$$

per cui: $\boxed{E_{max} = \sqrt{\dfrac{\pi e AR}{4\,C_{D0}}}}$ e quindi:

$$E_{max} = \frac{L}{D}\bigg|_{E_{max}} = \frac{W}{T_{min}} \rightarrow \boxed{T_{min} = \frac{W}{E_{max}} = W\sqrt{\frac{4\,C_{D0}}{\pi e AR}}}$$

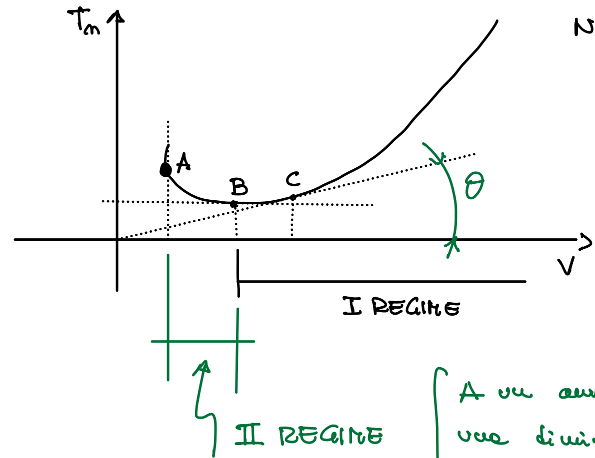
Questa condizione si verifica alla velocità:

$$T_{min} = C_D\,\frac{1}{2}\,\rho\,V_{min}^2\,S \rightarrow V_{min} = \sqrt{\frac{2\,T_{min}}{C_D\,\rho\,S}} =$$

$$= \sqrt{\frac{\cancel{2}\,T_{min}}{(\cancel{2}C_{D0})\,\rho S}} = \sqrt{\frac{1}{C_{D0}\,\rho S}\,W\sqrt{\frac{4\,C_{D0}}{\pi e AR}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{W}{\rho S}\sqrt{\frac{4}{C_{D0}\,\pi e AR}}} = \boxed{\sqrt[4]{\frac{4\,W^2}{\rho^2 S^2\,\pi e AR\,C_{D0}}}} = V_{min}$$

Dal p.to A al p.to B al crescere della velocità di volo, la spinta necessaria diminuisce. Dal punto B in poi, al crescere della velocità, la spinta aumenta. Il tratto di curva (dal punto B in poi) in cui SPINTA NECESSARIA e VELOCITÀ variano nello stesso senso prende il nome di PRIMO REGIME



A un aumento di potenza del motore corrisponde una diminuzione di velocità sulla traiettoria (se si vuole mantenere il volo). Il II REGIME è quindi caratterizzato da una differente risposta del velivolo agli spostamenti della manetta; praticamente NON viene usato.

Un altro punto caratteristico si ha in corrispondenza della tangente per l'origine:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{T}{V} = \frac{W}{E}\cdot\frac{1}{V} = \frac{W}{E}\sqrt{\frac{\rho S C_L}{2W}} =$$

$$= \frac{\sqrt{C_L}}{E}\sqrt{\frac{\rho S W}{2}}$$

L'angolo θ è minimo (condizione di tangenza) quando si è all'assetto di:

$$\left.\frac{E}{\sqrt{C_L}}\right|_{max}$$

ovvero, come abbiamo dimostrato, quando:

$$\boxed{C_L = \sqrt{\frac{\pi A\!R\, C_{D0}}{3}}} \quad \text{e} \quad \boxed{C_D = \frac{4}{3}C_{D0}}$$

Un altro fattore che può far cambiare la SPINTA NECESSARIA è la quota.

Per ragioni di equilibrio : $L_h = L_0 = W$

$D_h = D_0 = T$

Ci chiediamo: Qual è la velocità per avere la stessa T a quote diverse?

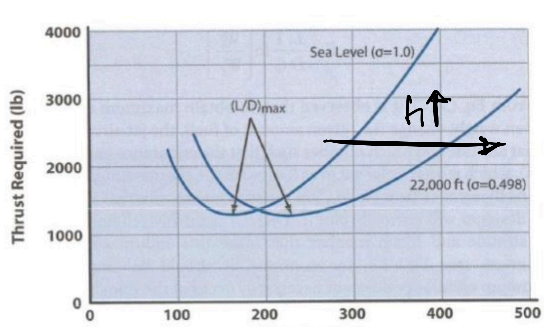
$$\boxed{V_0 = \sqrt{\frac{mg}{\frac{1}{2}\rho_0 S C_L}}} \; ; \; \boxed{V_h = \sqrt{\frac{mg}{\frac{1}{2}\rho_h S C_L}}}$$

$$\left(\frac{V_h}{V_0}\right)^2 = \frac{\cancel{mg}}{\cancel{\frac{1}{2}}\rho_h \cancel{S C_L}} \cdot \frac{\cancel{\frac{1}{2}}\rho_0 \cancel{S C_L}}{\cancel{mg}} = \frac{\rho_0}{\rho_h}$$

ovvero

$$\boxed{V_h = V_0 \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho_h}}}$$

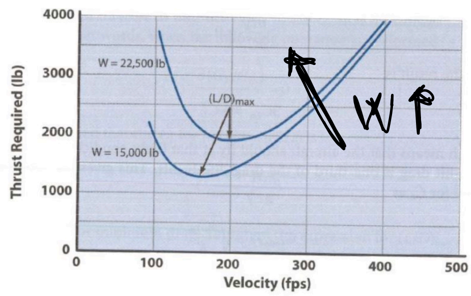
Quando si è a quote diverse, per avere la stessa resistenza (e quindi la stessa spinta necessaria) si dovranno avere velocità diverse.

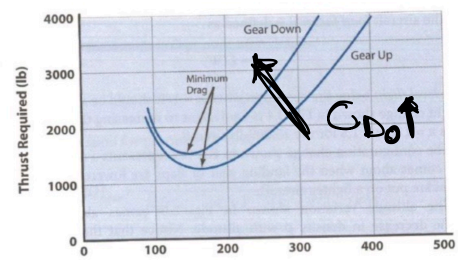


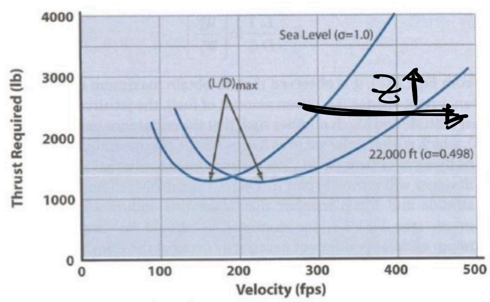
$h\uparrow$, $\rho\downarrow$, $\sqrt{\frac{\rho_0}{\rho_h}}\uparrow$ e

$V_h\uparrow$

RIASSUMENDO







POTENZE NECESSARIE AL VOLO

La potenza necessaria al volo è data dal prodotto della resistenza per la velocità; ricordando che:

$$D = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_D \quad \text{si ha} \quad \boxed{\Pi_n = DV = \frac{1}{2}\rho V^3 S C_D}$$

Dalla equazione di equilibrio alla traslazione verticale:

$$L = W \longrightarrow \frac{1}{2}\rho V^2 S C_L = W \rightarrow \boxed{V = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_L}}} \quad (*)$$

La curva della potenza necessaria al volo presenta un minimo il cui assetto corrispondente si determina in base alle considerazioni seguenti.
Poiché

$$E = \frac{L}{D} = \frac{W}{T_n} \rightarrow T_n = \frac{W}{E} \rightarrow \boxed{\Pi_n = \frac{VW}{E}}$$

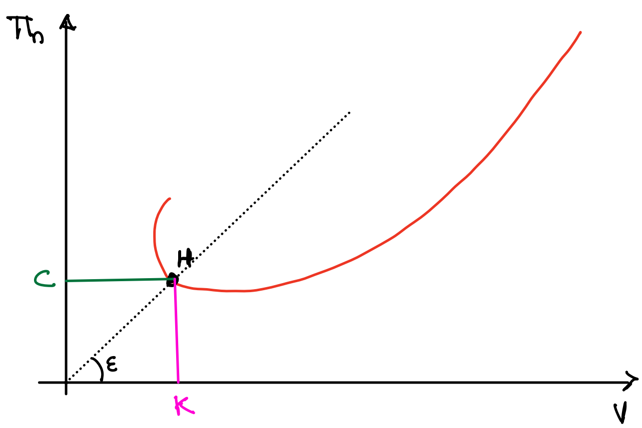
sostituendo a V l'espressione (*), si ha:

$$\boxed{\Pi_n = \frac{W}{E}\sqrt{\frac{2W}{\rho S C_L}} = \frac{1}{E\sqrt{C_L}}\sqrt{\frac{2W^3}{\rho S}}}$$

Risulta che la potenza necessaria Π_n è minima quando

$$(E\sqrt{C_e})_{max}$$

- Si fa notare che L'ASSETTO DI MINIMA POTENZA NON CORRISPONDE ALL'ASSETTO DI MINIMO CONSUMO. Dimostriamolo.



Prendiamo un generico punto H e sia ε l'angolo che lo caratterizza.
Il segmento CH rappresenta la velocità in H, mentre HK è la potenza necessaria.
Risulta:

$$\operatorname{tg}\varepsilon = \frac{HK}{HC} = \frac{\Pi_n}{V}$$

Si ha:

$$\operatorname{tg}\varepsilon = \frac{\Pi_n \; \Delta t}{V \; \Delta t}$$

LAVORO SPESO, CHE È PROPORZIONALE AL CARBURANTE CONSUMATO

Lo spazio percorso

Se $\Pi_n \Delta t = \mathcal{L} = K\Delta G$ K costante e ΔG carburante consumato.
allora:

$$\operatorname{tg}\varepsilon = \frac{K\Delta G}{\Delta S}$$ CONSUMO SPECIFICO

Il consumo specifico è minimo quand'è minimo ε, ovvero quando la retta è tangente alla curva.
L'assetto economico di volo si determina tracciando la tangente alla curva. Si dimostra che tale assetto è quello di efficienza massima. Infatti:

$$\begin{cases} \Pi_n = \dfrac{WV}{E} \\ \Pi_n = \operatorname{tg}\varepsilon \, V \longrightarrow V = \Pi_n / \operatorname{tg}\varepsilon \end{cases}$$

e allora

$$\Pi_n = \frac{W}{E}\frac{\Pi_n}{t_{pE}} \rightarrow \boxed{t_{pE} = \frac{W}{E}}$$

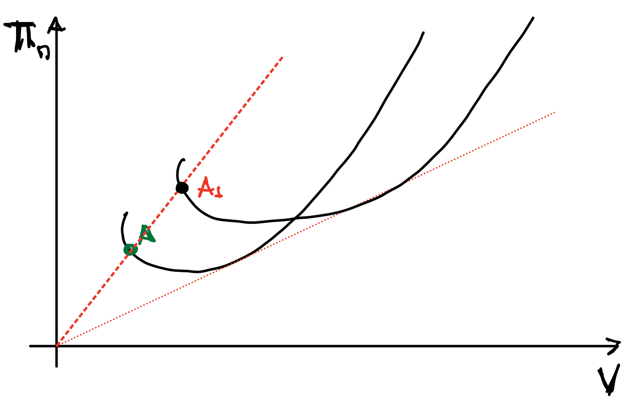
e quindi t_{pE} è minimo quando $E = E_{max}$.

Ricapitolando: L'ASSETTO A E_{max} È ANCHE QUELLO CHE CONSENTE IL MINIMO CONSUMO SPECIFICO, CHE PERMETTE DI REALIZZARE LA MASSIMA AUTONOMIA CHILOMETRICA.

In modo analogo si definisce "VELOCITÀ ECONOMICA" la velocità corrispondente a un particolare assetto che assicura la sostentazione dell'aeromobile assorbendo la MINIMA POTENZA per cui è minimo il consumo di combustibile a parità di tempo (MASSIMA AUTONOMIA ORARIA).

La potenza necessaria è minima	$\Longleftrightarrow \left(E\sqrt{C_L}\right)_{max}$

VARIAZIONE DELLA POTENZA NECESSARIA CON LA QUOTA



Si consideri un generico punto A; in queste condizioni si ha una ben determinata velocità a cui corrisponde un C_L dato da:

$$V^2 = \frac{2W}{\rho S C_L} \rightarrow \boxed{C_L = \frac{2W}{\rho S V^2}}$$

Quindi, a parità di C_L, al variare della quota è:

$$\boxed{C_L = \frac{2W}{\rho_0 S V_0^2} = \frac{2W}{\rho S V^2}}$$

unici parametri che variano con la quota.

ovvero, dev'essere:

$$\rho_0 V_0^2 = \rho V^2$$

da cui

$$V = \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}}\, V_0 = \frac{1}{\sqrt{\delta}}\, V_0$$

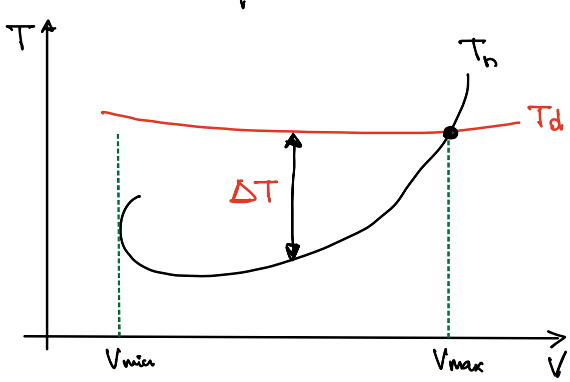
Il punto A si è spostato in A_1 ottenuto moltiplicando V_0 per $1/\sqrt{\delta}$.
A parità di assetto, la Π_n è proporzionale a V e quindi:

$$\boxed{\Pi_n = \Pi_{n0} \cdot \frac{1}{\sqrt{\delta}}}$$

SPINTE E POTENZE DISPONIBILI

☐ Velivolo con propulsione a getto

Paragoniamo le spinte necessarie al volo con le spinte disponibili. Tracciamo, per una data quota, il diagramma delle spinte necessarie al volo e sovrapponiamolo con quello delle spinte disponibili alla stessa quota.

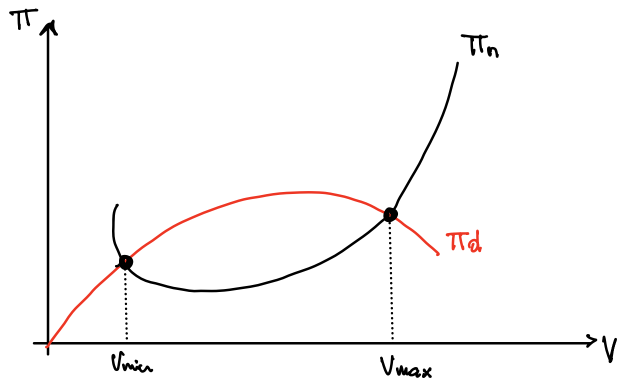


* Si mette in evidenza una V_{max} raggiungibile in VORU.
* Si mette in evidenza una V_{min}.

Nell'intervallo fra V_{min} e V_{max} si ha un eccesso di spinta che permette di effettuare il volo in salita.

☐ Velivolo con propulsione a elica.

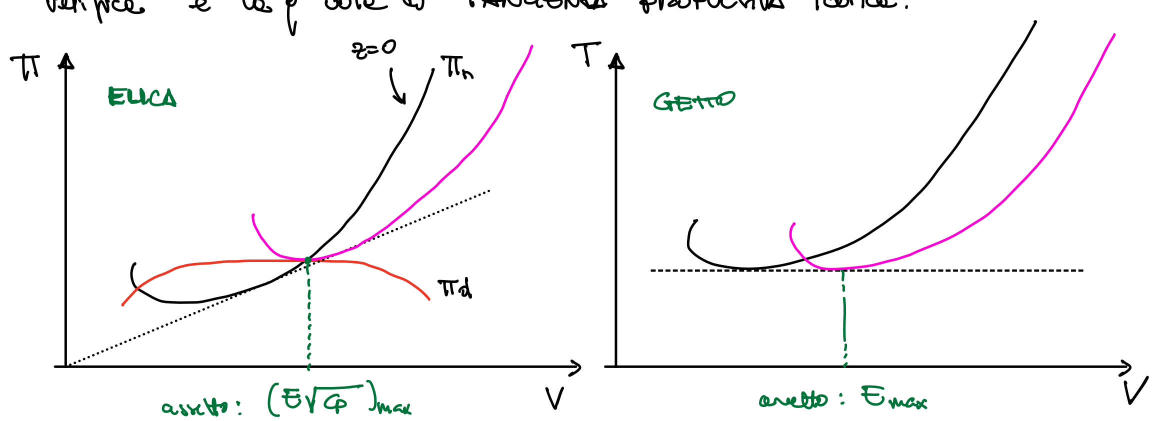
Paragoniamo le potenze necessarie al volo con le potenze disponibili per un velivolo con propulsione a elica. Anche in questo caso si mette in evidenza una V_{max} raggiungibile in VORU; questa si ha in corrispondenza del p.to di intersezione della curva delle potenze necessarie con quella disponibile.



Le V_{min} e V_{max} sono rispettivamente la minima e la massima velocità alle quali il velivolo può essere mantenuto in volo orizzontale.
Volando a una di queste due velocità il velivolo non può salire, in quanto tutta la potenza disponibile del propulsore è impiegata per soddisfare la richiesta di potenza necessaria delle resistenze incontrate.
Nell'intervallo compreso fra V_{min} e V_{max} il gruppo motopropulsore sviluppa un eccesso di potenza che permette di effettuare il volo in salita; in caso contrario, il velivolo accelera fino a portarsi a V_{max}.

QUOTA DI TANGENZA PROPULSIVA

Si paragonano spinte e potenze necessarie con quelle disponibili alle varie quote; esisterà una quota per cui le due curve sono tangenti; il velivolo ha raggiunto il **PLAFOND DI PROPULSIONE**; la quota a cui ciò si verifica è la quota di **TANGENZA PROPULSIVA** teorica.



A quote superiori le due curve non presentano intersezioni, per cui il volo orizzontale non risulta possibile. Il plafond propulsivo è pertanto legato alla diminuzione di densità dell'aria che fa aumentare la potenza necessaria mentre diminuisce quella del motore.
Per un velivolo a elica a passo variabile, poiché la curva della potenza disponibile è una retta, la tangenza avverrà nel punto di minima

potenza che si verifica all'assetto di

$$\left(E\sqrt{C_L}\right)_{max}$$

Per il velivolo a getto risulta invece che il plafond propulsivo si verifica all'assetto di efficienza massima.

SINTESI

- In VORU la portanza generata da tutto il velivolo deve essere uguale e contraria al peso, mentre la spinta generata dal propulsore deve essere uguale e contraria alla resistenza totale incontrata del velivolo nel suo movimento.
- Lo stallo è dovuto al raggiungimento dell'angolo di incidenza critica e non alla velocità di volo che invece è una conseguenza.
- Il diagramma delle spinte necessarie presenta un minimo in corrispondenza dell'assetto di efficienza massima.
- Il tratto di curva delle spinte necessarie al volo in cui la spinta e la velocità variano nello stesso senso prende il nome di PRIMO REGIME, mentre il tratto di curva in cui spinta e velocità variano in senso contrario prende il nome di SECONDO REGIME.
- Le curve delle spinte necessarie relative alle varie quote si ottengono dalle curve relative alla quota zero moltiplicando le ascisse per $1/\sqrt{\delta}$
- Il diagramma delle potenze necessarie presenta un minimo in corrispondenza dell'assetto di MINIMO CONSUMO CHILOMETRICO:

$$\left(E\sqrt{C_L}\right)_{max}$$

- Le curve delle potenze necessarie relative alle varie quote si ottengono dalle curve relative a quota zero moltiplicando le ascisse e le ordinate per $1/\sqrt{\delta}$.

ESERCIZI

1) Un velivolo a getto ha le seguenti caratteristiche

- massa : $M = 9500$ kg
- superficie alare: $S = 22\,m^2$
- allungamento : $AR = 6$

Determinare l'equazione della polare del velivolo secondo Prandtl, sapendo che punta vola in orizzontale in moto uniforme a quota $z = 6000$ m alla velocità di 900 km/h con una spinta del turbogetto $T = 15000$ N.

SOLUZIONE – L'espressione parabolica della polare (secondo Prandtl) è del tipo :

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi AR e}$$

Le condizioni di equilibrio in volo orizzontale uniforme sono:

$$W = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L \quad ; \quad T = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D$$

Dalla prima relazione si ricava, C_L :

$$C_L = \frac{2W}{\rho V^2 S}$$

$W = 9500 \times 9.81 = 93195$ N

$\rho = 0.6602$ kg/m^3 (tabella dell'aria tipo a quota $z = 6000$ m)

$V = 900$ km/h $= \frac{900}{3.6}$ m/s $= 250$ m/s

$S = 22\,m^2$

$$C_L = \frac{2W}{\rho V^2 S} = \frac{2 \times 93195}{0.6602 \times 250^2 \times 22} = 0.2053$$

In modo analogo, dalla seconda relazione si ricava C_D :

$$C_D = \frac{2T}{\rho V^2 S} = \frac{2 \times 15000}{0.6602 \times 250^2 \times 22} = 0.0330$$

Dalla formula di Prandtl è possibile ricavare il valore di C_{D0}:

$$C_{D0} = C_D - \frac{C_L^2}{\pi AR e} \qquad (\text{con } e = 0.93)$$

$$= 0.0330 - \frac{0.2053^2}{\pi(6 \times 0.93)} = 0.0296$$

La polare del velivolo usando Prandtl ha la seguente espressione:

$$\boxed{C_D = 0.0296 + 5.7 \cdot 10^{-2} C_L^2}$$

2) Un aereo a elica a passo variabile presenta le seguenti caratteristiche:

- peso a pieno carico : $W = 24000$ N
- superficie alare : $S = 15$ m^2
- allungamento : $AR = 9$
- coefficiente di resistenza di profilo: $C_{D0} = 0.03$

Determinare la velocità in volo orizzontale uniforme a quota $z = 4000$ m con un'incidenza corrispondente a una efficienza $E = 8$.

SOLUZIONE - A quota $z = 4000$ m è $\rho_{4000\,m} = 0.8191$ Kg/m^3

La polare del velivolo è:

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi e AR} = 0.03 + \frac{C_L^2}{\pi \times 9 \times 0.95} =$$

$$= 0.03 + 0.0372\, C_L^2$$

Dalla polare e dall'efficienza si ricava l'assetto (ovvero i valori di C_L e C_D):

$$\begin{cases} C_D = 0.03 + 0.0372\, C_L^2 \\ \dfrac{C_L}{C_D} = 8 \end{cases}$$

Risulta:

$$\frac{C_L}{8} = C_D \qquad \text{quindi:} \quad \frac{C_L}{8} = 0.03 + 0.0372\, C_L^2 \qquad \text{ovvero:}$$

$$C_L = 0.24 + 0.2978\, C_L^2$$

Quindi:

$$C_L^2 - 3.36\, C_L + 0.806 = 0$$

Da cui

$$C_L = \frac{3.36 \mp \sqrt{11.29 - 3.22}}{2} = \begin{cases} 0{,}26 \\ \cancel{3.10} \end{cases}$$

Si scarta la seconda soluzione perché irreale e si accetta $C_L = 0{,}26$ da cui:

$$V = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_L}} = \sqrt{\frac{2 \times 24000}{0{,}8191 \times 15 \times 0{,}26}} = 122{,}53\ m/s \equiv 441{,}11\ km/h$$