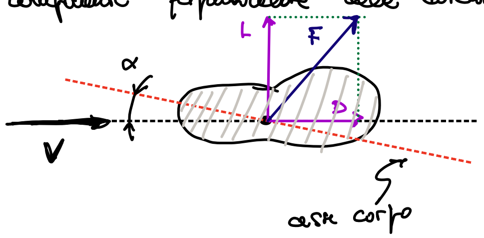
COEFFICIENTI AERODINAMICI.

▫ RICHIAMI TEORICI

Un corpo di forma qualsiasi, immerso in una corrente fluida, risente di una azione fluidodinamica la cui risultante in generale sarà diretta obliquamente rispetto alla velocità di volo V.

La risultante aerodinamica $\vec{F}$ viene scomposta in una componente secondo la direzione del moto (RESISTENZA) e in una componente perpendicolare alla direzione del moto (PORTANZA). Nello spazio si ha una terza componente che prende il nome di **DEVIANZA**.



È comodo esprimere le componenti aerodinamiche facendo intervenire la PRESSIONE DINAMICA e introducendo i coefficienti aerodinamici C_L, C_D; si scrive allora:

$$L = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_L \qquad ; \qquad D = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_D$$

Con S si indica una superficie di riferimento che va precisata di volta in volta; nello studio del velivolo completo si assume come superficie di riferimento S la superficie in pianta dell'ala estrapolata all'interno della fusoliera.

Il coefficiente adimensionale C_L prende il nome di COEFFICIENTE DI PORTANZA; C_D è il COEFFICIENTE DI RESISTENZA; questi sono INDIPENDENTI DALLA VELOCITÀ E DALLE DIMENSIONI DEL CORPO, ma dipendono esclusivamente dalla geometria ed esprimono le caratteristiche aerodinamiche (del velivolo o del profilo alare). Il loro rilievo avviene in galleria del vento sottoponendo il corpo a una corrente laminare che lo investe a diverse incidenze.

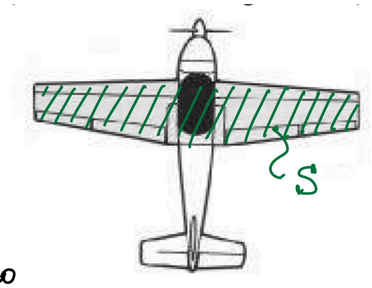


Figura - Definizione della superficie alare

Si definisce allungamento alare il rapporto tra l'apertura alare e la corda:

$$AR = \frac{b}{c} = \frac{b^2}{b \cdot c} = \frac{b^2}{S}$$

Si dimostra che il coefficiente di portanza cresce linearmente con l'incidenza α :

$$\boxed{C_L = C_{L_\alpha}\,\alpha}$$

essendo C_{L_α} il **COEFFICIENTE ANGOLARE DELLA RETTA DI PORTANZA** e α l'angolo d'incidenza misurato in radianti a partire dall'asse di portanza nulla.

- **PER UN PROFILO ALARE**, il coefficiente angolare, C_{l_α}, è lo stesso e vale 5,73 :

$$\boxed{C_{l_\alpha} = 5{,}73}$$

- **PER UN'ALA DI ALLUNGAMENTO** AR, si dimostra che:

$$\boxed{C_{L_\alpha} = \frac{C_{l_\alpha}}{1 + \frac{C_{l_\alpha}}{\pi e AR}}} \qquad e := \text{coeff. di Oswald}$$

L'aumento dell'angolo di incidenza ha un limite che si aggira intorno a $15^\circ \div 16^\circ$ in quanto, superato tale limite, i filetti fluidi che lambiscono il dorso del profilo non riescono a rimanere attaccati e si staccano; avviene un fenomeno aerodinamico a cui si dà il nome di **STALLO**.

Si definisce **CENTRO DI PRESSIONE** (C.P.) il punto di applicazione della risultante delle forze aerodinamiche. Per caratterizzare la sua posizione si può fornire il valore x_C, distanza fra centro di pressione e bordo di attacco A.

Il punto CP è variabile al variare dell'incidenza; si preferisce, anziché dare la distanza x_C, fornire il momento rispetto al bordo d'attacco A; noti L, D, M_A e α è facile risalire a x_C mediante la soluzione di un semplice problema geometrico.

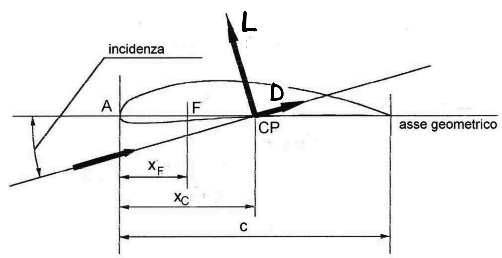


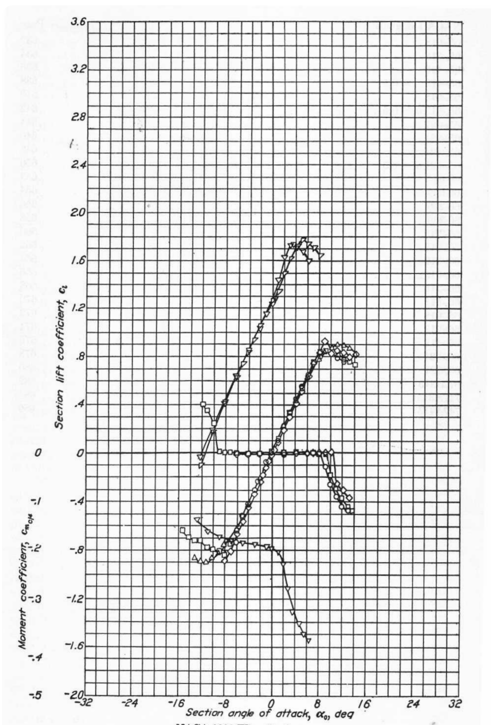
Figura. - Definizione del centro di pressione

Si dimostra che esiste un punto F (FUOCO DEL PROFILO ALARE) per cui il coefficiente di momento rimane costante; questo punto geometrico è situato al quarto anteriore della corda. Il calcolo del momento aerodinamico (momento di beccheggio) viene effettuato rispetto al fuoco; questo viene espresso in funzione della pressione dinamica, della superficie alare e della corda (media se l'ala NON è rettangolare):

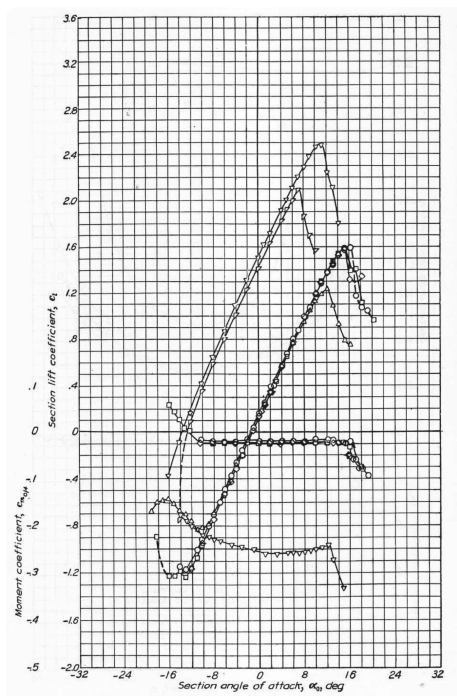
$$\boxed{M_F = \frac{1}{2}\rho V^2 S c\, C_{MF}}$$

ESERCIZIO – Determinare, mediante l'impiego di diagrammi sperimentali, il valore del coefficiente angolare di portanza relativo a un profilo simmetrico (NACA 0006) e a un profilo asimmetrico (NACA 1412).

SOLUZIONE – I diagrammi sperimentali vengono tratti dal volume "Teory of wing section" di Abbott e Von Doenhoff.

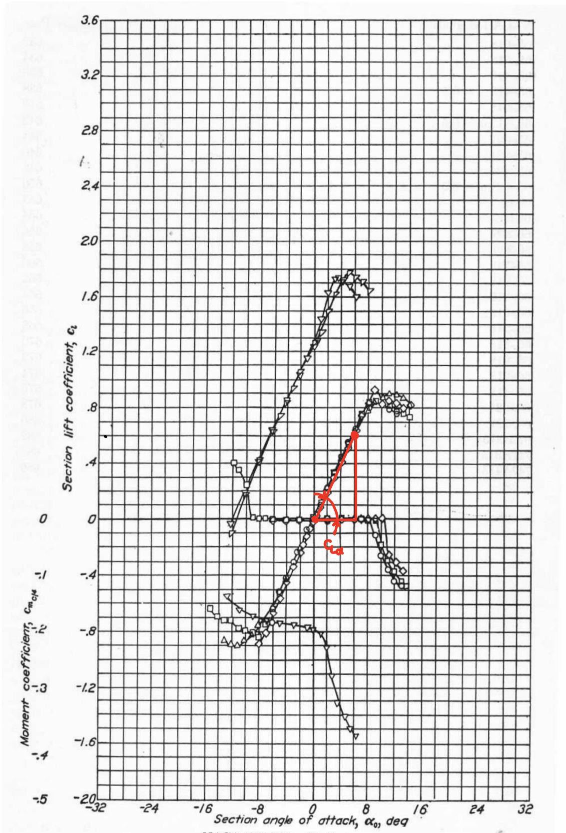


NACA 0006 Wing Section



NACA 1412 Wing Section

Il coefficiente angolare di portanza si deduce dopo aver letto due numeri sperimentali in base alla relazione:



NACA 0006 Wing Section

$$C_{l\alpha} = \frac{C_{l2} - C_{l1}}{\alpha_2 - \alpha_1}$$

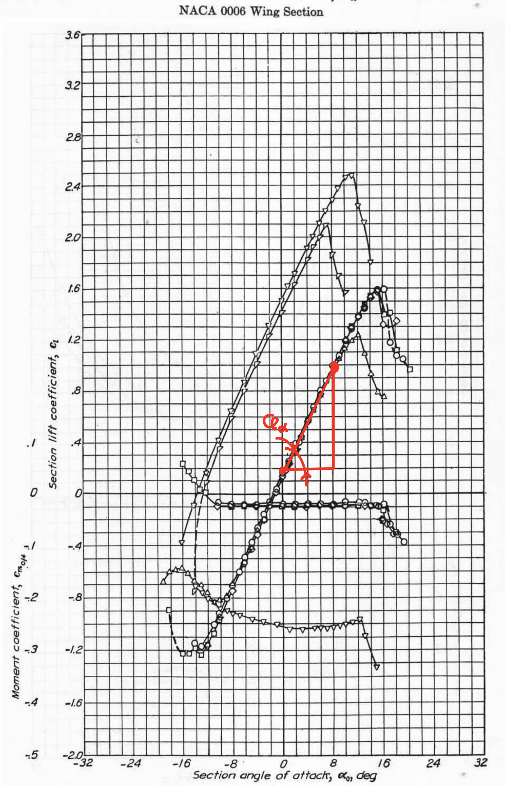
Sul diagramma leggiamo:

$\alpha_1 = 0° = 0 \text{ rad} \longrightarrow C_{l1} = 0$

$\alpha_2 = 6° = 0.1047 \text{ rad} \longrightarrow C_{l2} = 0.6$

$$C_{l\alpha} = \frac{0.6 - 0}{0.1047 - 0} = 5.73$$

come avevamo anticipato in precedenza.



NACA 1412 Wing Section

Per il profilo non simmetrico 1412, ricaviamo:

$\alpha_1 = 0° = 0 \text{ rad} \longrightarrow C_{l1} = 0.2$

$\alpha_2 = 8° = 0.1396 \text{ rad} \longrightarrow C_{l2} = 1.0$

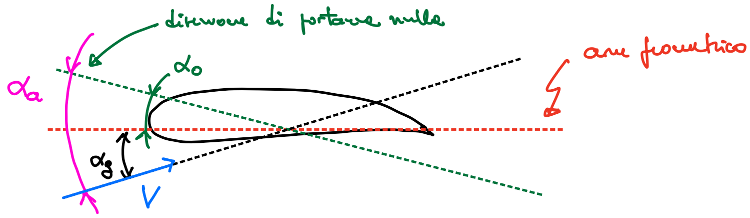
$$C_{l\alpha} = \frac{1.0 - 0.2}{0.1396 - 0} = 5.73$$

ESERCIZIO – Un'ala di allungamento geometrico $AR = 12$ ha un profilo con angolo di portanza nulla di 4°. Calcolare la portanza sapendo che l'incidenza geometrica è 8°, la superficie alare $S = 20\ m^2$ e la velocità del vento relativo è $V = 200$ km/h. Trovare inoltre le componenti della portanza secondo la corda alare e secondo la sua perpendicolare.

SOLUZIONE – Calcoliamo il coefficiente di portanza mediante la relazione

$$C_L = C_{L\alpha}\,\alpha$$

essendo α l'incidenza aerodinamica misurata in radianti



$$\alpha_a = \alpha_g + \alpha_o = 8 + 4 = 12^\circ = 12 \times \frac{3.1416}{180} = 0.2094 \text{ rad}$$

Il coefficiente angolare di portanza dell'ala è:

$$C_{L\alpha} = \frac{C_{l\alpha}}{1 + \frac{C_{l\alpha}}{\pi AR\, e}} = \frac{5.73}{1 + \frac{5.73}{\pi \times 12 \times 0.95}} = 4.94$$

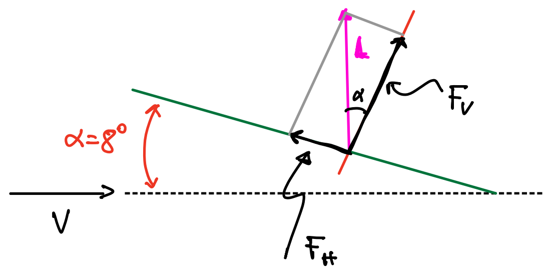
avendo assunto $e = 0.95$.

Calcolo del coefficiente di portanza:

$$C_L = C_{L\alpha} \cdot \alpha = 4.94 \cdot 0.2094 = 1.034$$

- Calcolo della portanza:

$$L = \frac{1}{2}\rho V^2 S\, C_L = \frac{1}{2} \times 1.2252 \times \left(\frac{200}{3.6}\right)^2 \times 20 \times 1.034 = 39100\ N$$



$L = 3900\,N$

Con riferimento alla figura, le componenti della portanza secondo il piano alare (F_H) e secondo la sua perpendicolare (F_V) si calcolano mediante le relazioni:

$$F_H = L \sin\alpha = 3900 \cdot \sin 8 = 544.7\,N$$

$$F_V = L \cos\alpha = 3900 \cdot \cos 8 = 3871.9\,N$$

ESERCIZIO – Un'ala a pianta rettangolare con superficie alare $S = 16\,m^2$ è investita da un vento di 500 km/h alla incidenza aerodinamica $\alpha = 8^\circ$. Le caratteristiche aerodinamiche dell'ala sono:

$$C_D = 0.04 + 0.06\,C_L^2$$
$$C_L = 4.264\,\alpha^{rad}$$
$$C_{REF} = 0.02 \quad (\text{picchiante})$$
$$\alpha_0 := \text{angolo di portanza nulla} = 2^\circ$$

Determinare:

- portanza e resistenza agenti sull'ala;
- risultante aerodinamica e angolo che parte forma con la direzione del vento;
- misura della corda e dell'apertura alare;
- distanza tra il bordo d'attacco e il centro di pressione.

SOLUZIONE – Il valore del coefficiente di portanza si deduce dalla relazione

$$C_L = 4.264\,\alpha^{rad}$$

cui corrisponde per $\alpha = 8° = 8 \times \frac{\pi}{180} = 0.1396$ rad

$$C_L = 4.264 \cdot 0.1396 = 0.595$$

Il valore di C_D si deduce dalla relazione:

$$C_D = 0.04 + 0.06\, C_L^2 = 0.04 + 0.06 \cdot (0.595)^2 = 0.0612$$

Il calcolo della portanza e della resistenza, al livello del mare, è:

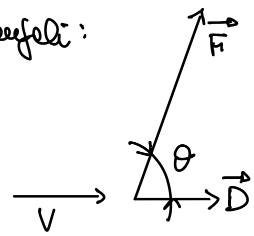
$$L = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L = \frac{1}{2} \times 1.2252 \times \left(\frac{500}{3.6}\right)^2 \times 16 \times 0.595 = 112499.07\,N$$

$$D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D = \frac{1}{2} \times 1.2252 \times \left(\frac{500}{3.6}\right)^2 \times 16 \times 0.0612 = 11571.33\,N$$

La risultante aerodinamica si ottiene applicando il teorema di Pitagora:

$$F = \sqrt{L^2 + D^2} = \sqrt{(112499.07)^2 + (11571.33)^2} = 113093\,N$$

L'angolo che la risultante aerodinamica F forma con la direzione del vento si ottiene applicando la trigonometria dei triangoli rettangoli:



$$F \cos\theta = D \rightarrow \theta = \arccos \frac{D}{F} =$$

$$= \arccos \frac{11571.33}{113093} = 84.13°$$

Dalla eq.ne della polare aerodinamica

$$C_D = 0.04 + 0.06\, C_L^2$$

si deduce:

$$C_{D0} = 0.04 \quad e \quad \frac{1}{\pi e AR} = 0.06$$

Ponendo $e = 0.95$, si ha:

$$\frac{1}{\pi \times 0.95 \times AR} = 0.06 \rightarrow AR = \frac{1}{\pi \times 0.95 \times 0.06} = 5.59$$

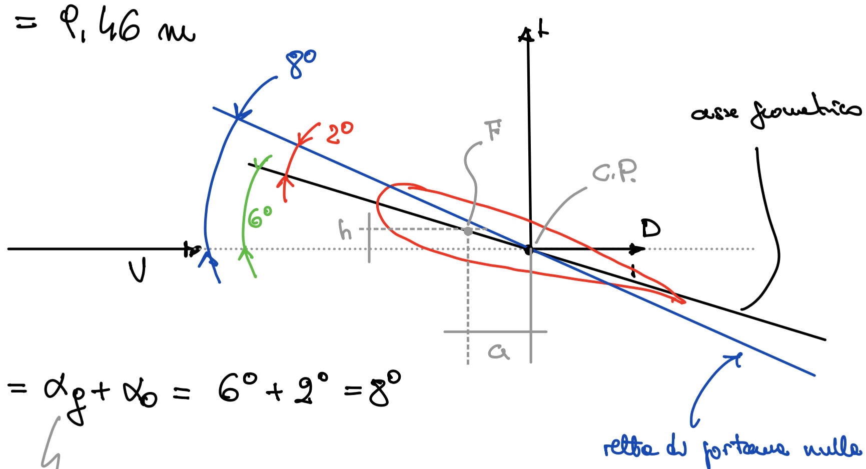
Poiché è nota la superficie alare e si sa che l'ala ha una forma in pianta rettangolare, si ha:

$$\begin{cases} AR = \dfrac{b^2}{S} = \dfrac{b^2}{b \times c} = \dfrac{b}{c} = 5.59 \\ S = b \times c = 16 \end{cases}$$

risolvendo il sistema, si ha:

- $b = 5{,}59 \cdot c \rightarrow 5.59 \times c^2 = 16 \rightarrow c = \sqrt{\dfrac{16}{5.59}} = 1.7\ m$
- $b = 5.59 \cdot 1.7 = 9{,}46\ m$

$\boxed{*}$



$$\alpha_a = \alpha_g + \alpha_0 = 6° + 2° = 8°$$

l'angolo che la corda (asse geometrico) forma con la direzione del vento

$$h = a\,tg\,\alpha_g = a\,tg\,6°$$

$$M_F = L \times a + D \times h = L \times a + D \times a\,tg\,6° = a\,(L + D\,tg\,6°)$$

$$a = \frac{M_F}{L + D\,tg\,6°} = \frac{c\,C_{MF}}{C_L + C_D\,tg\,6°}$$

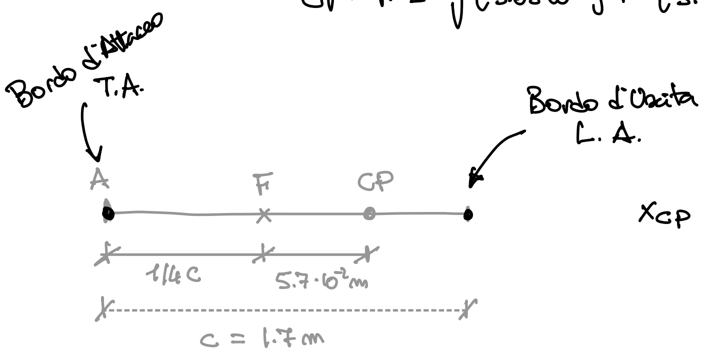
Numericamente:

$$a = \frac{1.7 \cdot 0.02}{0.595 + 0.0612 \times \operatorname{tg}6} = 5.65 \cdot 10^{-2}$$

$$h = 5.65 \cdot 10^{-2} \cdot \operatorname{tg}6 = 5.9 \cdot 10^{-3}$$

La distanza tra il centro di pressione e il fuoco è:

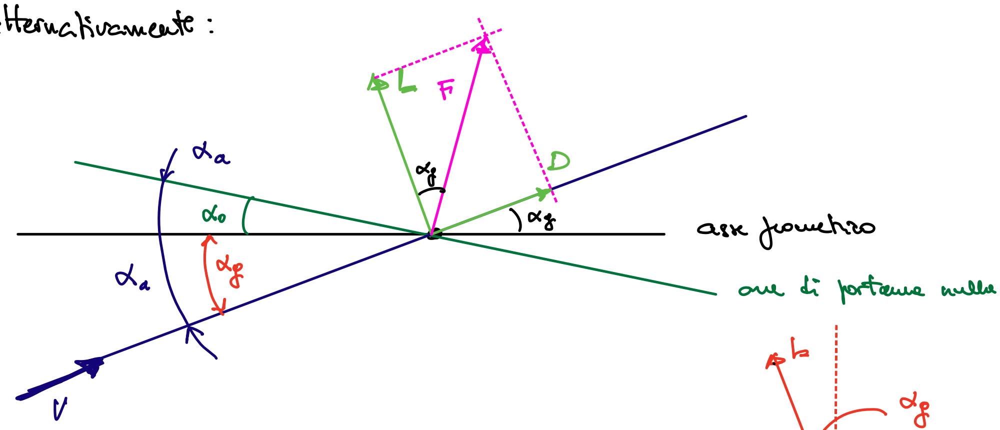
$$\overline{CP-F} = \sqrt{(5.65 \cdot 10^{-2})^2 + (5.9 \cdot 10^{-3})^2} = 5.7 \cdot 10^{-2}\,m$$



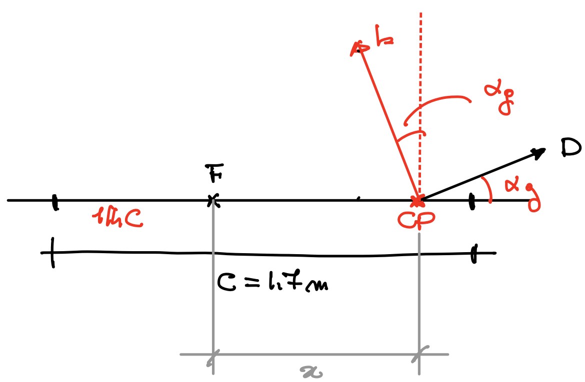
$$x_{CP} = \frac{1}{4}c + \overline{CP-F} = \frac{1}{4} \cdot 1.7 + 5.7 \cdot 10^{-2}$$

$$= 0.482\ m.$$

$\boxed{*}$ Alternativamente:



$$\underbrace{\alpha_a}_{8^\circ} = \underbrace{\alpha_0}_{2^\circ} + \alpha_g \text{ con } \alpha_g = 6^\circ$$

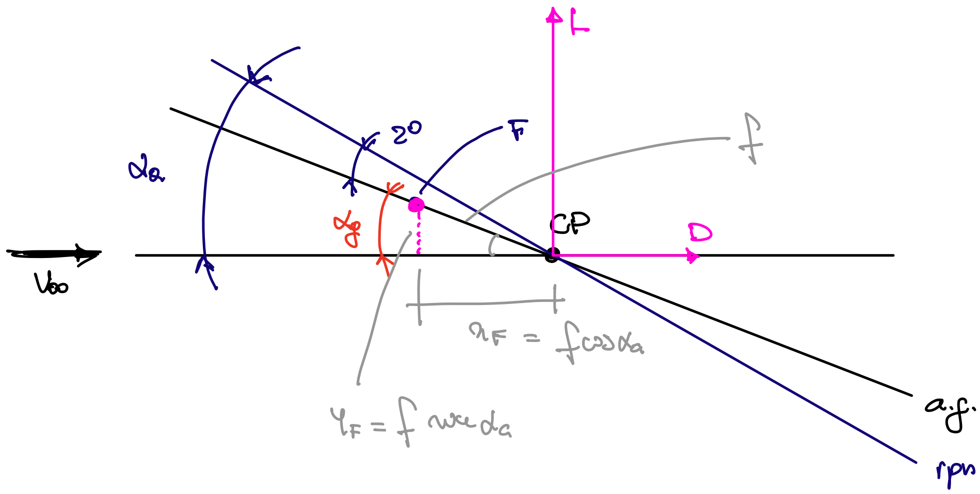


$$M_F = x\left(D\sin\alpha_g + L\cos\alpha_g\right) = C_{M_F}\,\frac{1}{2}\rho V^2 S c$$

$$x = \frac{C_{M_F}\cdot c}{C_D \sin\alpha_g + C_L\cos\alpha_g} = \frac{1.7\cdot 0.02}{0.0612\cdot\sin 6 + 0.595\cdot\cos 6}$$

$$= 5.7\cdot 10^{-2}\ \text{m.}$$

$\boxed{*}$ Alternativamente:



$$M_F = D\,y_F + L\,x_F = D f\sin\alpha_g + L f\cos\alpha_g$$

$$= f\left(D\sin\alpha_g + L\cos\alpha_g\right)$$

$$f = \frac{M_F}{D\sin\alpha_g + L\cos\alpha_g} = \frac{C_{M_F}\, c}{C_D\sin\alpha_g + C_L\cos\alpha_g}$$

ESERCIZIO – Le caratteristiche aerodinamiche di un'ala sono le seguenti:

$\alpha = 0°$; $C_L = 0.12$

$\alpha = 8°$; $C_L = 0.86$

avendo indicato con α l'incidenza geometrica della corda alare; nell'intervallo fra 0° e 8° il C_L varia linearmente con α.
Il coefficiente di resistenza dell'ala è espresso dalla relazione:

$$C_D = 0.02 + 0.07\, C_L^2$$

Il coefficiente di momento dell'ala rispetto al bordo d'attacco vale:

$\alpha = 0°$; $C_M = 0.07$ (a picchiare)

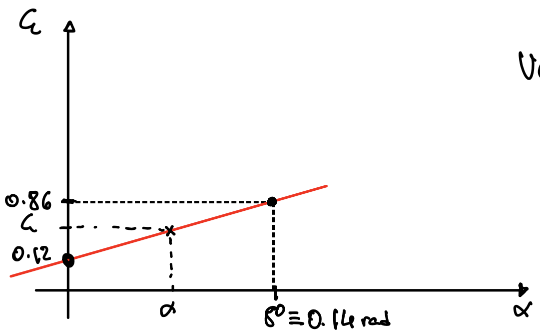
$\alpha = 8°$; $C_M = 0.32$ (a picchiare)

e nell'intervallo fra 0° e 8° il C_M varia linearmente con α.
L'ala è a pianta rettangolare e ha una superficie di $12\,m^2$; questa si trova investita da un vento di 320 km/h alla incidenza geometrica di $\alpha = 6°$.
Assumendo eventuali dati mancanti, determinare:

1. La risultante aerodinamica agente sull'ala;
2. disegno della corda alare e della forza aerodinamica nella giusta posizione assumendo opportune scale;
3. le componenti della forza aerodinamica normale e parallela al piano alare.

SVOLGIMENTO –

1) calcolo della risultante aerodinamica agente sull'ala.



Valutiamo la legge con cui varia $C_L(\alpha)$:

$$\boxed{C_L = C_{L\alpha}\,\alpha + C_{L0}}$$

$C_{L0} = 0.12$

$$0.86 = C_{L\alpha} \cdot 8 + 0.12$$

$$C_{L\alpha} = \frac{0.86 - 0.12}{0.14} = 5.29$$

Si ha:

$$(*) \qquad \boxed{C_L = 5.29\alpha + 0.12} \qquad \text{con } \alpha \text{ in rad.}$$

Per $\alpha = 6° = 0.105$ rad è

$$C_L = 5.29 \cdot 0.105 + 0.12 = 0.675$$

$$C_D = 0.02 + 0.07 \times (0.675)^2 = 0.052$$

Valutiamo la portanza e la resistenza per l'ala:

$$L = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_L = \frac{1}{2} \times 1.2252 \times \left(\frac{320}{3.6}\right)^2 \times 12 \times 0.675 = 39206\,N$$

$$D = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_D = \frac{1}{2} \times 1.2252 \times \left(\frac{320}{3.6}\right)^2 \times 12 \times 0.052 = 3020\,N$$

La risultante aerodinamica è:

$$F = \sqrt{L^2 + D^2} = \sqrt{39206^2 + 3020^2} = 39322\,N$$

2) Per il disegno della corda alare si parte dalla conoscenza della superficie alare $S = 12\,m^2$ e della eq.ne della polare, che permette di dedurre il valore dell'allungamento:

$$\frac{1}{\pi AR e} = 0.07 \quad \rightarrow \quad AR = \frac{1}{\pi \times 0.07 \times 0.91} = 5$$

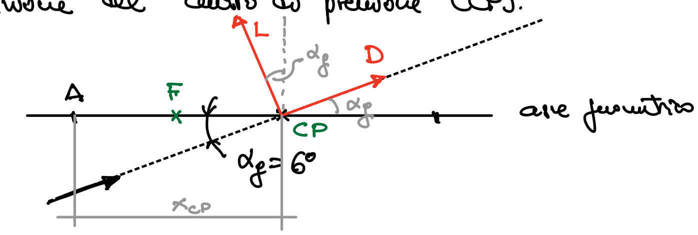
Si ha:

$$AR = \frac{b^2}{S} \quad \rightarrow \quad b = \sqrt{AR \cdot S} = \sqrt{5 \times 12} = 7.75\,m$$

Da

$$S = b \times c \quad \rightarrow \quad c = \frac{S}{b} = \frac{12}{7.75} = 1.55\,m$$

Occorre, adesso, conoscere la posizione del centro di pressione (CP).



NOTA – L'angolo di portanza nulla lo calcolo dalla (*) ponendo $C_L=0$:

$$0 = 5.29\,\alpha_0 + 0.12 \longrightarrow \alpha_0 = -\frac{0.12}{5.29} = -2.27\cdot 10^{-2}\,\text{rad} = -1.30^\circ$$

Risulta:

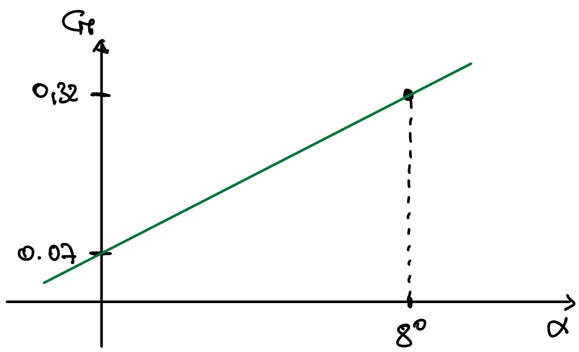
$$M_A = [L\cos\alpha + D\sin\alpha]\,x_{cp}$$

Ovvero:

$$C_M\, c = [C_L\cos\alpha + C_D\sin\alpha]\,x_{cp}$$

$$x_{cp} = \frac{C_M\, c}{C_L\cos\alpha + C_D\sin\alpha}$$

Valutiamo il C_M a $\alpha=6^\circ$. Si ha:



$$C_M = C_{M\alpha}\,\alpha + C_{M0}$$

$$C_{M0} = 0.07$$

$$0.32 = C_{M\alpha}\cdot 8 + 0.07$$

$$C_{M\alpha} = \frac{0.32-0.07}{8} = 0.031$$

$$\boxed{C_M = 0.031\,\alpha + 0.07}$$

per $\alpha = 6^\circ \rightarrow C_{M6^\circ} = 0.256$

$$x_{cp} = \frac{0.256\times 1.55}{0.675\cos 6 + 0.052\sin 6} = 0.59\,\text{m}$$

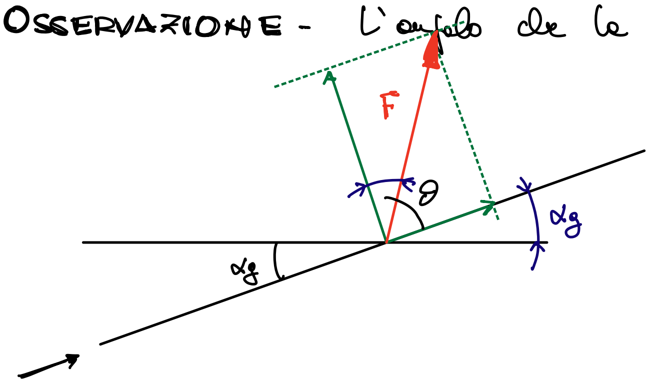
3) Le componenti della forza aerodinamica normale e parallela al piano alare, si calcolano dalle relazioni:

$F_{\parallel} = L \sin\alpha_g - D \cos\alpha_g$; $F_{\perp} = L \cos\alpha_g + D \sin\alpha_g$

$$F_{\parallel} = 39206 \sin 6 - 3020 \cos 6 = 1095\,N$$

$$F_{\perp} = 39206 \cos 6 + 3020 \sin 6 = 39307\,N$$

OSSERVAZIONE - L'angolo che la F forma con l'asse formatico è:



$$\frac{L}{D} = \operatorname{tg}\theta$$

$$\theta = \operatorname{arctg}\left(\frac{L}{D}\right) = 85.6^\circ$$

$$\theta_{TOT} = \theta + \alpha_g = 85.6^\circ + 6^\circ = 91.6^\circ$$

$$F_{\parallel} = |F \cos\theta_{TOT}| = 1095\,N$$

$$F_{\perp} = |F \sin\theta_{TOT}| = 39307\,N$$