VIRATA

ESERCIZIO - Un velivolo a elica compie una virata con raggio $r = 850\,m$ alla quota $z = 3000\,m$ e alla velocità $V = 110\,m/s$.
Uscendo dalla virata, il pilota porta il velivolo in una rampa in salita conservando invariata la velocità di volo e la potenza motore.
Calcolare l'angolo di rampa, sapendo che le caratteristiche del velivolo sono le seguenti:

- PESO TOTALE $W = 12\,500\ kg$
- CARICO ALARE $W/S = 270\ kg/m^2$
- COEFF. DI RESIST. MINIMO $C_{D_0} = 0.022$
- ALLUNGAMENTO ALARE $AR = 7.5$

SVOLGIMENTO - Il testo non assegna un rendimento per l'elica. Quindi:

$$\Pi_d = \eta\ \Pi_m$$

Se la potenza motore rimane costante in virata e salita, anche la potenza disponibile rimane costante in virata e in salita.

☐ VIRATA. Calcoliamo la potenza disponibile in virata che è uguale a quella necessaria in virata:

$$\Pi_{d,v} = \Pi_{n,v} = D \cdot V = C_D\, S\, \frac{1}{2} \rho\, V_v^3$$

Si ha:

$$V_v = \sqrt{g \times r \times tg\,\theta}$$

Da cui

$$tg\,\theta = \frac{V_v^2}{g \times r} \Rightarrow \theta = arctg\left[\frac{V_v^2}{g \times r}\right] = arctg\left[\frac{110^2}{9{,}8 \times 850}\right] = 55{,}48°$$

Da

$$W = L\cos\theta \Rightarrow W = C_L S \frac{1}{2}\rho V_v^2 \cos\theta \qquad \text{ovvero}$$

$$C_L = \frac{2W}{S\rho V_v^2 \cos\theta}$$

Risulta:

$W = 12500 \times 9{,}8 = 122\,500\ N$
$S = W/(W/S) = 122\,500/(270 \times 9{,}8) = 46{,}30\ m^2$
$\rho = 0.909\ kg/m^3$

$$C_L = \frac{2 \times 122\,500}{46{,}30 \times 0.909 \times 140^2 \times \cos(55{,}45)} = 0.85$$

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi AR} = 0.022 + \frac{0.85^2}{\pi \times 7.5} = 0.053$$

Allora:

$$\Pi_{d,v} = C_D S \frac{1}{2}\rho V_v^3 = 0.053 \times 46{,}30 \times \frac{1}{2} \times 0.909 \times 140^3 =$$

$$= 1484\ KW$$

In salita, è:

$$w = \frac{\Pi_{d,s} - \Pi_{u,s}}{W}$$

dove:

$\Pi_{d,s} = \Pi_{d,v}$ mentre la $\Pi_{u,s}$ è la Π_u al volo orizzontale

$\Pi_{u,o} = D \cdot V_v$ per la $D = C_D S \frac{1}{2}\rho V_v^2$

ATTENZIONE: l'assetto in VOLO è diverso dall'assetto in virata, dunque i C_D e C_L per il VOLO vanno calcolati.

$$C_L S \frac{1}{2} \rho V^2 = W \Rightarrow C_L = \frac{2W/S}{\rho V_v^2} = \frac{2\times 270\times 9.8}{0.909\times 110^2} = 0.48$$

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi AR} = 0.022 + \frac{0.48^2}{\pi\times 7.5} = 0.038$$

$$\Pi_{n,o} = C_D S \frac{1}{2} \rho V_v^3 = 0.038\times 46{,}30\times \frac{1}{2}\times 0.909\times 110^3 =$$
$$= 1064 \text{ kW}$$

Quindi

$$w = \frac{(1484-1064)\cdot 1000}{12500\times 9{,}8} = 3.43 \text{ m/s}$$

Ma,

$$w = V_v \sin\beta \Rightarrow \beta = \arcsin \frac{w}{V_v} = 1.79°$$

ESERCIZIO - Un aereo a elica avente peso totale $W = 15000$ kg compie una virata corretta con angolo di sbandamento $\theta = 52°$. Supponendo che il rendimento delle eliche rimanga costante, calcolare la potenza del motore in virata sapendo che la potenza del motore in volo rettilineo orizzontale alla stessa quota e allo stesso assetto è $\Pi_m = 1800$ CV.

SVOLGIMENTO - Indichiamo con l'indice v tutte le grandezze relative alla virata. Il rendimento rimane invariato, per cui:

$$\Pi_{n,v} = \eta \cdot \Pi_{m,v} \qquad \Pi_n = \eta \cdot \Pi_m$$

ovvero:

$$\frac{\Pi_{m,v}}{\Pi_m} = \frac{\Pi_{n,v}}{\Pi_n}$$

Risulta:

$$\frac{\Pi_{n,v}}{\Pi_n} = \frac{C_D S \frac{1}{2} \rho V_v^3}{C_D S \frac{1}{2} \rho V^3} = \frac{V_v^3}{V^3}$$

Si nota esplicitamente che i coefficienti C_L e C_D in virata e in VOLO sono uguali in quanto l'assetto rimane costante.

In VOLO è $L = W$

In VIRATA è $W = L_v \cos\theta$

Quindi:

$$L = L_v \cos\theta \iff \frac{L_v}{L} = \frac{1}{\cos\theta}$$

ovvero

$$\frac{V_v^2}{V^2} = \frac{1}{\cos\theta} \iff \frac{V_v}{V} = \sqrt{\frac{1}{\cos\theta}}$$

Risulta:

$$\frac{\Pi_{n,v}}{\Pi_n} = \frac{1}{\sqrt{\cos^3\theta}} = \frac{1}{\sqrt{\cos^3 52}} = 2.07$$

Si ha:

$$\Pi_{n,v} = \Pi_n \cdot 2.07 = 1800 \cdot 2.07 = 3726\ CV =$$
$$= 2779\ kW$$

ESERCIZIO – Una motoelica avente peso $W = 15000$ kgf, carico alare $W/S = 260$ kgf/m^2 vola alla quota $z = 5000$ m a un assetto per cui $C_L = 0.6$ in volo rettilineo orizzontale uniforme.
Mantenendo costante l'assetto, il velivolo compie una virata corretta con un angolo di sbandamento $\theta = 35°$. Calcolare il raggio di virata e la velocità corrispondente.

Determinare inoltre il raggio e la velocità di virata piatta che si avrebbe se il velivolo si disponesse, sempre alla stessa incidenza, con un angolo di deriva $\delta = 15°$ sapendo che il coefficiente angolare di devianza è $C_y = 0.4$.

SVOLGIMENTO – Scindiamo il problema in due parti: 1) VIRATA CORRETTA; 2) VIRATA PIATTA.

1) VIRATA CORRETTA – Si ha: $L \cos\theta = W$ ovvero:

$$C_L S \frac{1}{2} \rho V_v^2 \cos\theta = W \Rightarrow V_v = \sqrt{\frac{2\, W/S}{\rho\, C_L \cos\theta}}$$

Per $z = 5000$ m è $\rho = 0.73612\ kg/m^3$. Quindi:

$$V_v = \sqrt{\frac{2 \times 240 \times 9.8}{0.73612 \times 0.6 \times \cos 35}} = 114\ m/s = 410{,}5\ km/h$$

Risulta:

$$r = \frac{V^2}{g \cdot tg\,\theta} = \frac{114^2}{9.8 \times tg\,35} = 1894\ m$$

2) VIRATA PIATTA – Per la virata piatta è:

$$Y = F_c$$

dove

Y: devianza $\qquad Y = C_y S \frac{1}{2} \rho V^2 \delta$

F_c: forza centrifuga $\qquad F_c = \frac{W}{g} \frac{V^2}{r}$

Si ha:

$$C_y S \frac{1}{2} \rho \cancel{V^2} \delta = \frac{W}{g} \frac{\cancel{V^2}}{r} \rightarrow r = \frac{2\, W/S}{\rho\, g\, C_y\, \delta}$$

Risulta:

$$\delta = 15° = 0.2617 \text{ rad}$$

$$r = \frac{2 \times 240 \times 9.8}{0.73612 \times 9.8 \times 0.6 \times 0.2617} = 6229 \text{ m}$$

In virata piatta risulta:

$$L = W \rightarrow C_L S \frac{1}{2} \rho v^2 = W \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 W/S}{\rho C_L}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2 \times 240 \times 9.8}{0.73612 \times 0.6}} = 103.2 \text{ m/s} \equiv 371.52 \text{ km/h}$$

ESERCIZIO - Un velivolo a elica avente le caratteristiche sottoindicate compie una virata corretta alla quota $z = 4000$ m con un angolo di sbandamento $\theta = 76°$.

Sapendo che la virata si effettua a un assetto per cui $C_L = 0.82$, determinare:

- il fattore di contingenza;
- la velocità di virata;
- il raggio di virata.

Determinare, inoltre, con quale angolo di rampa può salire il velivolo se uscito dalla virata si pone su una traiettoria rettilinea mantenendo costante l'assetto e la potenza motore.

Dati:

- Peso totale $W = 8700$ kg
- Superficie alare $S = 31 \text{ m}^2$
- Allungamento $AR = 6.3$
- Coeff. di resistenza minimo $C_{D_0} = 0.022$

SVOLGIMENTO - Risulta:

$$n = \frac{1}{\cos\theta} = \frac{1}{\cos 76} = 4.134$$

Per la velocità di virata è ($\rho = 0.81914$ kg/m³):

$$W = L\cos\theta \rightarrow C_L S \frac{1}{2}\rho v^2 \cos\theta = W \quad \text{ovvero}$$

$$v = \sqrt{\frac{2W/S}{C_L \rho \cos\theta}} = \sqrt{\frac{2\times 8700/31\times 9.8}{0.82\times 0.81914 \times \cos 76}} = 184 \text{ m/s} = 662{,}4 \text{ km/h}$$

$$r = \frac{v^2}{g \times \tan\theta} = \frac{184^2}{9.8 \times \tan 76} = 861 \text{ m}$$

- Calcoliamo la Π_m in virata che si mantenne costante anche nella fase successiva.

$$\Pi_d = \eta\, \Pi_m$$

Risulta:

$$V_{volo} = \frac{V_v}{\sqrt{n}} = \frac{184}{\sqrt{4.134}} = 90.5 \text{ m/s}$$

Poiché:

$$\Pi_{d,v} = \frac{\Pi_{volo}}{\sqrt{\cos^3\theta}} = \frac{D \times V_{volo}}{\sqrt{\cos^3\theta}}$$

$$D = C_D S \frac{1}{2}\rho V_{volo}^2 \qquad \text{dove} \qquad C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi AR}$$

Si ha

$$C_D = 0.022 + \frac{0.82^2}{\pi \times 6.3} = 0.056$$

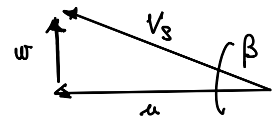
$$\Pi_{volo} = 0.056 \times 31 \times \frac{1}{2} \times 0.81914 \times 90.5^3 = 527016 \text{ W}$$

$$\Pi_{d,v} = \frac{\Pi_{volo}}{\sqrt{\cos^3\theta}} = \frac{527016}{\sqrt{\cos^3 76}} = 4429055 \text{ W}$$

Risolto:

$$w = \frac{\Pi_{div} - \Pi_{vuoto}}{W} = \frac{4429055 - 527016}{8700 \times 9{,}8} = 45.8 \text{ m/s}$$

Si ha:



$$w = V_s \cdot \sin\beta$$

Non essendo a conoscenza della V_s dovremo procedere per iterazione al calcolo di V_s.

Poniamo in prima approssimazione $V_S = V_{vuoto}$ è: $V_S = 90{,}5$ m/s ($\beta = 0$)

Allora

$$\beta = \arcsin\frac{w}{V_s} = \arcsin\frac{45{,}8}{90{,}5} = 30.40°$$

Per la velocità è: $L = W\cos\beta \Rightarrow C_L S \frac{1}{2}\rho v^2 = W\cos\beta \Rightarrow$

$$\Rightarrow V'_{s_1} = \sqrt{\frac{2\, W/S}{\rho\, C_L}}\sqrt{\cos\beta} = V_{vuoto}\sqrt{\cos\beta}$$

$$= 90{,}5\sqrt{\cos 30.4°} = 84.05 \text{ m/s}$$

E quindi:

$$\beta_1 = \arcsin\frac{w}{V_s'} = \arcsin\frac{45{,}8}{84{,}05} = 33.09°$$

Procederemo a iterare, fino a che $|\beta_{i+1} - \beta_i| \leq 0.02$

β	$V_s = V_{vuoto}\sqrt{\cos\beta}$	$\arcsin\frac{w}{V_s} = \beta$	$\lvert\beta_f - \beta_i\rvert$
0	90,5	30,40	30,40
30,40	84,05	33,09	2,69
33,09	82,83	33,57	0.48
33,57	82,60	33,67	0.1
33,67	82,56	33,69	0.02

$V_{vuoto} = 90{,}5$ m/s

$w = 45{,}8$ m/s

$\Rightarrow \beta = 33{,}69°$ e $V_s = 90{,}5\sqrt{\cos 33{,}69°} =$

$= 82{,}55$ m/s.

ESERCIZIO – Un aereo avente peso totale $W = 9200$ kg, superficie alare $S = 33{,}6\ m^2$ sale su una traiettoria inclinata sull'orizzontale di 12° alla velocità $V = 450$ km/h a un assetto per cui si ha efficienza $E = 9{,}5$.
Alla quota $z = 4000$ m, il velivolo compie una virata corretta mantenendo costante la potenza del motore e l'assetto.
Sapendo che il rendimento dell'elica è $\eta = 0.85$, determinare:

1) la velocità ascensionale nel volo in salita;
2) i coefficienti di portanza e di resistenza corrispondenti;
3) il supero di potenza motore rispetto al VORU alla stessa quota e allo stesso assetto.
4) l'angolo di sbandamento e il raggio della virata corretta.

SVOLGIMENTO – Calcoliamo la velocità ascensionale nel volo in salita.

$$w = V \sin\beta$$

$V = 450$ km/h $= 125$ m/s. Sostituendo è:

$$w = 125 \cdot \sin 12° = 26 \text{ m/s}$$

Calcoliamo i coefficienti di portanza e di resistenza corrispondenti.
Si ha, dalle equ. di equilibrio del volo in salita:

$$C_L S \frac{1}{2} \rho V^2 = W \cos\beta \quad \text{ovvero:} \quad C_L = \frac{2W}{S \rho V^2} \cos\beta$$

A $z = 4000$ m, è $\rho = 0.8194$ kg/m³ per cui:

$$C_L = \frac{2 \times 9200 \times 9{,}81}{33{,}6 \times 0.8194 \times 125^2} \cos 12 = 0.411$$

Da $E = \frac{C_L}{C_D} \rightarrow C_D = \frac{C_L}{E} = \frac{0.411}{9.5} = 0.0432$

Calcoliamo, adesso, il surplus di potenza motore rispetto alla potenza motore del volo orizzontale alla stessa quota e allo stesso assetto.

Da $w = \frac{\Pi_d - \Pi_{u,0}}{W}$ è $\Pi_d - \Pi_{u,0} = w\, W = 26 \times 9200 \times 9.8 =$
$= 2344160 \text{ W}$

Risulta: $\Pi_m = \frac{\Pi_d}{\eta}$ per cui

$$\Pi_m - \Pi_{m,0} = \frac{\Pi_d - \Pi_{u,0}}{\eta} = \frac{2344160}{0.85}$$
$$= 2758 \text{ kW}$$

N.B. Allo stesso risultato possiamo pervenire andando a valutare, separatamente, le potenze necessarie in salita e in V.O.R.U.

$$\Pi_{u,s} = T \cdot V_s \quad \text{con} \quad T = D + W \sin\beta = C_D S \tfrac{1}{2} \rho V^2 + W \sin\beta =$$
$$= \left(0.0432 \times 33.6 \times \tfrac{1}{2} \times 0.8194 \times 125^2\right) + 9200 \times 9.8 \times \sin 12 =$$
$$= 28034.37 \text{ N}$$

$$\Pi_{u,s} = 28034.37 \times 125 = 3504296 \text{ W}$$

$$\Pi_{u,\,VORU} = T_{n,0} \times V_0 = D \times V_0 = C_D S \tfrac{1}{2} \rho V_0^3$$

dove $V_0 = \sqrt{\frac{2W}{S C_L \rho}} = \sqrt{\frac{2 \times 9200 \times 9.8}{33.6 \times 0.411 \times 0.8194}} = 126.3 \text{ m/s}$

$$\Pi_{u,\,VORU} = 0.0432 \times 33.6 \times \tfrac{1}{2} \times 0.8194 \times 126.3^3 = 1197736 \text{ W}$$

$$\Pi_{m,s} = \frac{\Pi_{u,s}}{\eta} = \frac{3504296}{0{,}85} = 4122701{,}2\ W$$

$$\Pi_{m,\,volo} = \frac{\Pi_{u,\,volo}}{\eta} = \frac{1197736}{0{,}85} = 1409101{,}2\ W$$

$$\Pi_{m,s} - \Pi_{m,\,volo} = 2713\ kW$$

4) Mantenendo costante la potenza e l'assetto, il velivolo compie una virata corretta:

$$W = L\cos\theta \qquad \text{da cui} \qquad \cos\theta = \frac{W}{L}$$

Dovremmo calcolare la L perché NON abbiamo la velocità con cui viene eseguita la virata.

Risulta:

$$\Pi_{VIR} = \Pi_{sal,u} = 3504296\ W$$

Poiché

$$\Pi_{VIR} = \frac{\Pi_{volo}}{\sqrt{\cos^3\theta}}$$

è

$$\cos\theta = \left[\frac{\Pi_{volo}}{\Pi_{VIR}}\right]^{2/3} = \left[\frac{1197736}{3504296}\right]^{2/3} = 0.489$$

$$\theta = a\cos\left(0.489\right) = 60.73°$$

Quindi:

$$r = \frac{V_{VIR}^2}{g \cdot tg\,\theta}$$

dove

$$V_{VIR} = V_{VOLO} \cdot \sqrt{n} \qquad \text{con} \qquad n = \frac{1}{\cos\theta} = \frac{1}{\cos 60.73} =$$

$$= 2.045$$

$$V_{VIR} = 126,3 \cdot \sqrt{2.04} = 180,40 \text{ m/s}$$

OSSERVAZIONE :

$$\Pi_{VIR} = \left(C_D\, S\, \frac{1}{2} \rho\, V_{VIR}^2\right) V_{VIR} = C_D\, S\, \frac{1}{2}\rho\, V_{VIR}^3$$

da cui

$$V_{VIR} = \sqrt[3]{\frac{2\,\Pi_{VIR}}{C_D\, S\, \rho}} = \sqrt[3]{\frac{2 \times 3504296}{0.0432 \times 33.6 \times 0.81914}}$$

$$= 180,64 \text{ m/s}$$

Finalmente:

$$r = \frac{(180,4)^2}{9.81 \times \operatorname{tg} 60.73} = 1859,4 \text{ m}$$