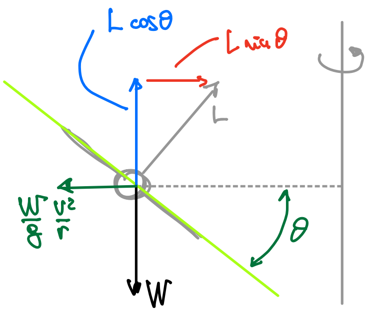
LA VIRATA

La virata può essere piatta, con sbandamento o corretta. Si ha la virata corretta nel caso in cui la componente della portanza $L \sin\theta$ sia quella strettamente necessaria a controbilanciare la forza centrifuga.



$$\begin{cases} \dfrac{W}{g}\dfrac{V^2}{r} = L \sin\theta \\ W = L\cos\theta \end{cases}$$

Dividendo membro a membro, si ha:

$$\frac{V^2}{rg} = tg\,\theta \quad \Longrightarrow \quad V = \sqrt{g\, r\, tg\,\theta}$$

$$\Longrightarrow \quad r = \frac{V^2}{g\, tg\,\theta}$$

□ Per calcolare il fattore di carico raggiunto in una manovra di virata si calcola a partire dall'equilibrio lungo la verticale:

$$L\cos\theta = W \quad \Longrightarrow \quad n = \frac{L}{W} = \frac{L}{L\cos\theta} = \frac{1}{\cos\theta}$$

- per $n = n_{max} \longrightarrow \theta_{max} = \arccos\left(\frac{1}{n_{max}}\right)$ e $\boxed{r_{min} = \dfrac{V^2}{g\, tg\,\theta_{max}}}$
- per $C_L = C_{L_{max}} \longrightarrow \dfrac{W}{g}\dfrac{\cancel{V_s^2}}{r_{min}} = C_{L_{max}} S \frac{1}{2}\rho \cancel{V_s^2} \sin\theta$

ovvero $\boxed{r_{min} = \dfrac{2\, W/S}{g\, \rho\, C_{L_{max}} \sin\theta}}$

Il raggio minimo in virata è ovviamente il maggiore dei due.

ESERCIZIO - Un aereo a elica avente peso $W = 53000\ N$, carico alare $W/S = 2160\ N/m^2$ vola in VORU alla quota $z = 3000\ m$ alla velocità $V = 500\ km/h$. Mantenendo costante la velocità, il velivolo compie una virata corretta con fattore di carico $n = 1.5$. Sapendo che l'allungamento alare $AR = 6$, il coefficiente di resistenza minimo $C_{D_0} = 0.022$ e il rendimento dell'elica $\eta_e = 0.82$, calcolare:

- l'angolo di inclinazione θ del velivolo in virata;
- il raggio di virata;
- il coefficiente di portanza nel VORU e in virata;
- la potenza che il motore deve fornire nel volo rettilineo e in virata;
- la velocità angolare attorno all'asse di virata.

SOLUZIONE - Durante una virata corretta è:

$$n = \frac{1}{\cos\theta} \rightarrow \theta = \arccos\left(\frac{1}{n}\right) = \arccos\left(\frac{1}{1.5}\right) = 48{,}19°$$

Calcoliamo, ora, il raggio di virata. Risulta:

$$r = \frac{V^2}{g\,\mathrm{tg}\,\theta} \qquad \text{con} \qquad V = 500\ km/h = 138{,}9\ m/s$$

è

$$r = \frac{138{,}9^2}{9{,}81 \times \mathrm{tg}(48{,}19)} = 1759\ m$$

☐ Per il VORU è $L = W \rightarrow C_L S \frac{1}{2}\rho V^2 = W$ da cui:

$$C_L = \frac{2\,W/S}{\rho\,V^2} = \frac{2 \times 2160}{0.909 \times 138{,}9^2} = 0.246$$

☐ In VIRATA, invece, è:

$$L\cos\theta = W \rightarrow C_L S \frac{1}{2}\rho V^2 \cos\theta = W$$

ovvero:

$$C_L = \frac{2\,W/S}{\rho V^2 \cos\theta} = \frac{2 \times 2160}{0.909 \times 138.9^2 \times \cos(48.19)} = 0.369$$

Osservazione: $C_{L\,virata} = n\, C_{L\,VORO}$ infatti $C_{L\,virata} = 1.5 \times 0.246 = 0.369$

□ In V.O.R.O. la potenza che il motore deve fornire è:

$$\Pi_D = \eta_e \Pi_M \quad e \quad che \quad la \quad \Pi_D = DV = \Pi_n$$

$$\Pi_n = \frac{1}{2}\rho V^3 S C_D \qquad ovvero: \qquad \Pi_M = \frac{1}{2\eta_e}\rho V^3 S C_D$$

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi AR} \qquad con \qquad C_L = 0.246$$

$$C_D = 0.022 + \frac{0.246^2}{\pi \times 6} = 0.0252$$

Si osservi che:

$$S = \frac{W}{W/S} = \frac{53000}{2160} = 24{,}54\ m^2$$

Quindi:

$$\Pi_M = \frac{1}{2 \times 0.82} \times 0.9093 \times 138{,}9^3 \times 24.54 \times 0.0252 = 917{,}4\ kW$$

□ In VIRATA, invece, è:

$$C_D = 0.022 + \frac{0.369^2}{\pi \cdot 6} = 0.0292$$

e quindi:

$$\Pi_M = \frac{1}{2 \times 0.82} \times 0.9093 \times 138{,}9^3 \times 24.54 \times 0.0292 = 1064{,}4\ kW$$

□ La velocità angolare attorno all'asse di virata si calcola come:

$$V = \Omega r \Rightarrow \Omega = \frac{V}{r} = \frac{138.9}{1759} = 7.9 \cdot 10^{-2} \text{ rad/s}$$

ESERCIZIO - Un velivolo avente peso $W = 72000 N$, carico alare $W/S = 2800 N/m^2$ vola in VORU alla quota di $z = 5000$ m, all'assetto $C_L = 0.8$ cui corrisponde una efficienza $E = 10$. Il pilota, mantenendo costante l'assetto, compie una virata corretta con angolo di inclinazione $\theta = 40°$. Calcolare:

- la velocità nel VORU;
- la velocità in virata;
- il fattore di carico raggiunto nella manovra di virata;
- la spinta necessaria nel VORU e in virata;
- la velocità angolare in virata;
- il tempo necessario per invertire la rotta.

SVOLGIMENTO - A $z = 5000$ m è $\rho = 0.736$ Kg/m^3. Si ha:

$$V_0 = \sqrt{\frac{2 W/S}{\rho C_L}} = \sqrt{\frac{2 \times 2800}{0.736 \times 0.8}} = 97.5 \text{ m/s} = 351 \text{ Km/h}$$

Per il calcolo della velocità in virata, scriviamo:

$$W = L \cos\theta \rightarrow W = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L \cos\theta$$

Tenendo conto che $C_L = \text{cost}$ [assetto costante], risulta:

$$V_v = \sqrt{\frac{2 W/S}{\rho C_L}} \frac{1}{\sqrt{\cos\theta}} = V_0 \frac{1}{\sqrt{\cos\theta}}$$

$$= \frac{97.5}{\sqrt{\cos 40}} = 111.4 \text{ m/s} \equiv 401 \text{ Km/h}$$

Per il calcolo del fattore di carico raggiunto in virata, osserviamo che:

$$n = \frac{1}{\cos\theta} = \frac{1}{\cos 40} = 1.305$$

- Per il raggio di virata, possiamo sfruttare la relazione:

$$\frac{W}{g}\frac{V^2}{r} = L \sin\theta$$

Nel caso in esame:

$W = 72000\ N$
$V = 111.4\ m/s$
$S = W/(W/S) = 72000/2800 = 25.7\ m^2$
$L = C_L\, S\, \frac{1}{2}\rho V^2 = 0.8 \times 25.7 \times 0.5 \times 0.736 \times (111.4)^2 = 93885 N$

ovvero

$$r = \frac{W}{g}\frac{V^2}{L\sin\theta} = \frac{72000}{9.8}\,\frac{(111.4)^2}{93885 \times \sin 40} = 1510,6\ m$$

La spinta necessaria al VORU è:

$$T_n = D$$

Ma,
$$E = \frac{L}{D} = \frac{W}{T} \Rightarrow T = \frac{W}{E} = \frac{72000}{10} = 7200\ N$$

Per effettuare il calcolo della spinta necessaria in virata, mantenendo l'assetto costante, è:

$$T_{n,V} = D_V = \frac{L_V}{E} = \frac{W}{\cos\theta}\,\frac{1}{E} = T_{VORU} \times n = 7200 \times 1.305$$
$$= 9396\ N$$

La velocità angolare in virata si calcola dalla relazione:

$$\Omega_t = \frac{V}{r} = \frac{111.4}{1510,6} = 7.37\cdot 10^{-2}\ \mathrm{rad/s}$$

Il tempo necessario per invertire la rotta è:

$$\Omega_t = s/t \Rightarrow t = \frac{s}{\Omega_t} = \frac{\pi}{7.37\cdot 10^{-2}} = 42.6\ \mathrm{s}$$

ESERCIZIO - Un velivolo a elica avente peso totale $W = 122000\ N$, carico alare $W/S = 2600\ N/m^2$ e allungamento $AR = 7.5$, compie una virata corretta con raggio $r = 900\ m$ alla quota $z = 3000\ m$ e alla velocità $V = 120\ m/s$. Uscendo dalla virata, il pilota pone il velivolo su una rampa di salita conservando invariata la velocità di volo e la potenza motore. Calcolare l'angolo di rampa sapendo che il coefficiente di resistenza minimo è $C_{D_0} = 0.022$.

SVOLGIMENTO - Calcoliamo la potenza disponibile in virata, tenendo presente che questa è uguale alla potenza necessaria in virata:

$$\Pi_{d,v} = \Pi_{n,v} = \left[\frac{1}{2}\rho V^2 S C_{D_v}\right] V = \frac{1}{2}\rho V^3 S C_{D,v}$$

Per calcolare la $\Pi_{d,v}$ occorre calcolare il COEFFICIENTE DI RESISTENZA IN VIRATA che dipende, a sua volta, dal coefficiente di portanza in virata. È:

$$W = L\cos\theta = C_{L_v} S \frac{1}{2}\rho V_v^2 \cos\theta$$

ovvero:

$$C_{L_v} = \frac{2\, W/S}{\rho\ V_v^2\ \cos\theta}$$

Dalla relazione:

$$r = \frac{V^2}{g\,tg\theta} \Rightarrow tg\theta = \frac{V^2}{g\,r} = \frac{120^2}{9.81\times 900} = 1.63$$

ovvero

$$\theta = \operatorname{arctg}(1.63) = 58.49°$$

Quindi, poiché a $z = 3000\ m$ è $\rho = 0.909\ kg/m^3$, è:

$$C_{L,V} = \frac{2 \times 2600}{0.909 \times 120^2 \times \cos(58.49)} = 0.76$$

Da Prandtl è:

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi AR} = 0.022 + \frac{0.76^2}{\pi \times 7.5}$$

$$= 0.022 + 2.45 \cdot 10^{-2} = 4.65 \cdot 10^{-2}$$

Allora, poiché $S = W/(W/S) = 122000/2600 = 46.92\ m^2$

$$\Pi_{d,V} = \Pi_{n,V} = \frac{1}{2} \times 0.909 \times (120)^3 \times 46.92 \times 4.65 \cdot 10^{-2} = 1714\ kW$$

- La velocità ascensionale w è data dal rapporto:

$$w = \frac{TV - DV}{W}$$

potenza disponibile alla salita ovvero alla potenza disponibile in virata.

potenza necessaria al VOLO.

- Calcoliamo la potenza necessaria al VOLO.

$$T = D = C_D S \frac{1}{2} \rho V^2$$

Calcolo $C_{L,VOLO} = \frac{2 W/S}{\rho V_v^2} = \frac{2 \times 2600}{0.9093 \times 120^2} = 0.397$

a cui corrisponde un $C_D = C_{D0} + \frac{C_{L,VOLO}^2}{\pi AR} = 0.022 + \frac{0.397^2}{\pi \times 7.5} = 2.87 \cdot 10^{-2}$

ovvero $D = 2.87 \cdot 10^{-2} \times 46.92 \times \frac{1}{2} \times 0.9093 \times 120^2 = 8814\ N$

$$\Pi_{n,VOLO} = T \cdot V = 8814 \times 120 = 1058\ kW$$

Allora

$$w = \frac{1714 - 1058}{122} = 5.37\ m/s$$

Si ha, dal triangolo delle velocità, che:

$$w = V \sin\beta \Rightarrow \beta = \arcsin\left(\frac{w}{V}\right) =$$

$$= \arcsin\left(\frac{5.37}{120}\right) = 2.5648°$$

ESERCIZIO - Un aereo a elica avente peso totale $W = 15000\,kg$ compie una virata corretta con angolo di sbandamento $\theta = 52°$. Supponendo che il rendimento delle eliche rimanga costante, calcolare la potenza del motore in virata sapendo che la potenza del motore nel VORU alla stessa quota e allo stesso assetto è $\Pi_m = 1800$ CV.

SVOLGIMENTO - Il rendimento rimane costante, per cui:

$$\Pi_{n,v} = \eta\, \Pi_{m,v} \qquad \Pi_n = \eta\, \Pi_m$$

avendo indicato al pedice v le grandezze relative alla virata.

Si ha:

$$\frac{\Pi_{n,v}}{\Pi_n} = \frac{\Pi_{m,v}}{\Pi_m} = \frac{(1/2)\rho V_v^3 S C_D}{(1/2)\rho V^3 S C_D}$$

Poiché l'assetto rimane costante, i coefficienti in volo rettilineo e in virata sono gli stessi e quindi è:

$$\frac{\Pi_{n,v}}{\Pi_n} = \frac{\Pi_{m,v}}{\Pi_m} = \left(\frac{V_v}{V}\right)^3$$

In VORU è $L = W$ mentre in virata è $W = L_v \cos\theta$

ovvero

$$\frac{L_v \cos\theta}{L} = 1 \rightarrow \frac{L_v}{L} = \frac{1}{\cos\theta}$$

ovvero

$$\frac{C_L S \frac{1}{2} \rho V_V^2}{C_L S \frac{1}{2} \rho V^2} = \frac{1}{\cos\theta} \Rightarrow \frac{V_V^2}{V^2} = \frac{1}{\cos\theta} \Rightarrow \frac{V_V}{V} = \sqrt{\frac{1}{\cos\theta}}$$

$$\frac{\Pi_{m,V}}{\Pi_m} = \left(\frac{1}{\cos\theta}\right)^{3/2} \Rightarrow \Pi_{m,V} = \Pi_m \left(\frac{1}{\cos\theta}\right)^{3/2}$$

Quindi:

$$\Pi_{m,V} = 1800 \left(\frac{1}{\cos 52}\right)^{3/2} = 3726\ CV$$
$$= 2779\ kW$$