Autonomia e durata di volo - Richiami teoria

CASO DEL PESO DEL VELIVOLO COSTANTE

- Con il termine **autonomia** si intende lo spazio che un velivolo può percorrere senza ricevere alcun genere di rifornimento (in particolare di combustibile). Tale autonomia che prende il nome anche di **AUTONOMIA CHILOMETRICA** (range), viene indicata con "s" e si misura, normalmente, in chilometri.
- Con il termine **durata** si intende il tempo durante il quale un velivolo può rimanere in volo senza ricevere rifornimenti di alcun genere (in particolare di combustibile). La durata è anche detta **AUTONOMIA ORARIA** (endurance), viene indicata con 't' e normalmente si misura in ore.
  - * Per un velivolo a elica si definisce **CONSUMO SPECIFICO** e si indica con c_s il consumo (in massa) nell'unità di tempo (ora) necessario per ottenere 1 kW di potenza.

$$[c_s] = \frac{kg}{kW\,h}$$

solitamente

$$c_s \in [0{,}25; 0{,}35]\ \frac{kg}{kW\,h}$$

  - * Per un velivolo a jet, il **CONSUMO SPECIFICO**, che si indica con c_s, è definito come il consumo (in massa) nell'unità di tempo (ore) necessario per ottenere un N (newton) di spinta:

$$[c_s] = \frac{kg}{N \cdot h}$$

solitamente

$$c_s \in [0.040;\ 0.120]\ \frac{kg}{N\,h}$$

- Il consumo orario, che si indica con C_h, di un motore è il consumo di combustibile (in massa) nell'unità di tempo (ora).

□ VELIVOLO A ELICA : $C_h = c_s \Pi_{nu} = c_s \dfrac{\Pi_d}{\eta_e}$ $[kg/h]$

□ VELIVOLO A JET : $C_h = c_s T$ $[kg/h]$

* Nel caso in cui la scorta di combustibile è piccola rispetto al peso totale del velivolo, sia l'autonomia chilometrica che quella oraria possono essere calcolate considerando costante il peso del velivolo.

$$G = g\, c_h\, t \quad \rightarrow \text{ peso di combustibile consumato}$$

da cui l'AUTONOMIA ORARIA è:

$$t = \frac{G}{g\, c_h} = \begin{cases} \dfrac{G}{g\, c_s \Pi_{ne}} & \rightarrow \text{ ELICHE} \\[2ex] \dfrac{G}{g\, c_s T} & \rightarrow \text{ JET} \end{cases}$$

* Note la velocità di volo e l'autonomia oraria, t, si calcola l'autonomia chilometrica $s = Vt$.

AUTONOMIA DEL VELIVOLO CON PROPULSIONE A ELICA

AUTONOMIA CHILOMETRICA - Si introduce il FATTORE DI ECONOMIA DI PERCORSO

$$\sigma = \frac{\eta E}{c_s\, g}$$

e supponendolo costante, dall'equazione differenziale:

$$ds = -\frac{\eta E}{c_s\, g} \frac{dW}{W}$$

per integrazione si ottiene:

$$\boxed{s = 367 \frac{\eta E}{c_s\, g} \ln \frac{1}{1 - \frac{G}{W}}} \quad [km]$$

$E_{max} \rightarrow$ massima autonomia chilometrica.

AUTONOMIA ORARIA – Si ottiene, in questo caso:

$$\boxed{t = 160 \, \frac{\eta}{C_s} \left(E\sqrt{C_L}\right) \sqrt{\delta} \sqrt{\frac{S}{W}} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{G}{W}}} - 1 \right)} \quad [\text{ore}]$$

$E\sqrt{C_L}\,\big)_{max} \Longleftrightarrow$ massima durata

$\sqrt{\rho}\,\big|_{max} \Longleftrightarrow$ il volo deve avvenire a quota bassa.

AUTONOMIA DEL VELIVOLO CON PROPULSIONE A GETTO

* AUTONOMIA CHILOMETRICA

$$\boxed{s = 1{,}035 \left(\frac{E}{\sqrt{C_L}}\right) \left(\frac{1}{\sqrt{\rho}}\right) \frac{1}{C_s} \sqrt{\frac{W}{S}} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{G}{W}} \right)} \quad [\text{km}]$$

- assetto favorevole è quello che corrisponde a $E/\sqrt{C_L}\,\big|_{max}$
- quota $\rightarrow$ max autonomia si ha per quote alte (12 000 m)
- carico alare $\rightarrow$ grande carico alare, max autonomia.

* AUTONOMIA ORARIA

$$\boxed{t = 0{,}10 \, \frac{E}{C_s} \ln \frac{1}{1 - \frac{G}{W}}} \quad [\text{ore}]$$

ESERCIZIO - Un bombardiere con propulsore a elica effettua una missione di guerra per la quale deve sganciare sull'obbiettivo tutto il carico di bombe che ha a bordo.
Essendo a conoscenza dei dati sottoriportati e supponendo che tutto il volo si effettui all'assetto di efficienza massima alla quota $z = 4000$ m e che il bombardiere consumi 250 kg di combustibile per il decollo e la salita, con l'obbligo di un margine di riserva di 500 kg allo arrivo per eventuali dirottamenti e attese, calcolare:

1) IL RAGGIO D'AZIONE;
2) LA POTENZA CHE IL MOTORE DEVE FORNIRE INIZIALMENTE AFFINCHÈ SIA POSSIBILE EFFETTUARE IL VOLO NELLE CONDIZIONI RICHIESTE.

DATI:

× peso totale al decollo	$W = 32\,500$ kg
× peso a vuoto operativo	$W_V = 21\,000$ kg
× carico di bombe	$J = 6000$ kg
× superficie alare	$S = 120\ m^2$
× allungamento	$AR = 7{,}5$
× coeff. di resistenza minimo	$C_{D0} = 0.023$
× rendimento delle eliche	$\eta = 0.82$
× consumo specifico	$c_s = 220$ gr/CV h

SVOLGIMENTO - Il raggio d'azione è la distanza alla quale il bombardiere può sganciare le bombe e ritornare alla base senza alcun rifornimento in volo. Inoltre indico con G_A il combustibile consumato per l'andata; G_R il combustibile consumato per il ritorno.

$$G_t = G_A + G_R \qquad (1)$$

- Per l'andata, l'autonomia è:

$$S_A = 367\ \frac{\eta E}{c_s} \log \frac{W_A}{W_A - G_A}$$

$W_A :=$ peso totale all'andata.

- Per il ritorno, è:

$$s_R = 367 \frac{\eta E}{c_S} \log \frac{W_R}{W_R - G_R}$$

Le due autonomie devono, ovviamente, essere uguali:

$$s_A = s_R \Leftrightarrow 367 \frac{\eta E}{c_S} \log \frac{W_A}{W_A - G_A} = 367 \frac{\eta E}{c_S} \log \frac{W_R}{W_R - G_R}$$

si ha:

$$\frac{W_A}{W_A - G_A} = \frac{W_R}{W_R - G_R} \qquad (2)$$

Sappiamo, inoltre, che:

$$W_A = W - 250 = 32\,500 - 250 = 32\,250 \text{ kg}$$

Per il ritorno, è:

$$W_R = W_A - G_A - J$$

dove:

$W_A :=$ peso di andata

$G_A :=$ peso del combustibile in andata

$J :=$ peso delle bombe sganciate.

$$W_R = 32\,250 - G_A - 6000 = 26\,250 - G_A$$

Scriviamo le equazioni (1) e (2) e ricaviamo G_A e G_R:

$$\begin{cases} G_t = G_A + G_R \\ \dfrac{W_A}{W_A - G_A} = \dfrac{W_R}{W_R - G_R} \end{cases} \qquad (3)$$

Osserviamo che per G_t - il combustibile consumato durante la missione - è:

$$G_t = W - (W_v + J + G_d + G_r)$$

- × W_v := peso a vuoto operativo
- × J := carico di bombe
- × G_d := combustibile consumato per il decollo e la salita
- × G_r := combustibile di riserva del quale il bombardiere deve essere provvisto alla fine della missione.

Si ha:

$$G_t = 32500 - (21000 + 6000 + 250 + 500) = 4750 \text{ kg}$$

Sostituendo questo valore nella (3) è:

$$\begin{cases} 4750 = G_A + G_R \\ \dfrac{32250}{32250 - G_A} = \dfrac{26250 - G_A}{26250 - \cancel{G_A} - 4750 + \cancel{G_A}} \end{cases} \quad (4)$$

Dalla seconda della (4) è:

$$32250\,(26250 - 4750) = (26250 - G_A)(32250 - G_A)$$

$$693375000 = 846562500 - 26250\,G_A - 32250\,G_A + G_A^2$$

$$G_A^2 - 58500\,G_A + 153187500 = 0$$

$$G_A = \frac{58500 \pm \sqrt{3422250000 - 612750000}}{2} = \frac{58500 \pm 53004{,}72}{2}$$

$G_{A_1} = \cancel{55752{,}4}$ kg e $G_{A_2} = 2747{,}6$ kg.

G_{A_2} è da scartare perché $W = 32500$ kg (peso totale del velivolo).

Per $G_A = 2747{,}6$ kg è $G_R = 4750 - 2747{,}6 = 2002{,}4$ kg.

Possiamo ora calcolare il raggio d'azione.

$$s = 367 \frac{\eta E}{C_s} \log \frac{W}{W - G}$$

osserviamo che:

- $C_s = 220\ \text{gr}/\text{CVh} = 220 \times 0.001\ \text{kg}/0.7355\ \text{kWh}$
  $= 0.299\ \text{kg}/\text{kWh}$

- $E = E_{max} = \sqrt{\dfrac{\pi A\!R}{4 C_{D_0}}} = \sqrt{\dfrac{\pi \times 7{,}5}{4 \times 0.023}} = 15{,}9$

Per l'andata è:

$$S_A = 367 \frac{0{,}82 \times 15{,}9}{0{,}299} \ln \frac{32500}{32500 - 2747{,}6} = 1413{,}6\ \text{Km}$$

Volendo usare i dati del ritorno:

$$W_R = 26250 - G_A = 26250 - 2748 = 23502\ \text{kg}.$$

Si ha:

$$S_R = 367 \frac{0{,}82 \times 15{,}9}{0{,}299} \ln \frac{23502}{23502 - 2002{,}4} = 1425\ \text{Km}$$

- Calcoliamo, ora, la potenza che il motore deve fornire per poter effettuare la missione.

$$\Pi_d = C_D S \tfrac{1}{2} \rho V^3 = \eta \Pi_m$$

Sappiamo che

$$W = C_L S \tfrac{1}{2} \rho V^2$$

Risulta:

$$\frac{C_D \cancel{S \, 1/2 \, \rho} V^3}{C_L \cancel{S \, 1/2 \, \rho \, V^2}} = \eta \frac{\Pi_m}{W}$$

Si ha:

$$\frac{V}{E} = \eta \frac{\Pi_m}{W} \Rightarrow \Pi_m = \frac{1}{\eta} \frac{V}{E} W$$

Per la velocità, è:

$$V = \sqrt{\frac{2 \, W/S}{\rho \, C_L}}$$

Siamo all'assetto di $E = E_{max}$, ovvero

$$C_L|_{E_{max}} = \sqrt{\pi AR \, C_{D0}} = \sqrt{\pi \times 7{,}5 \times 0.023} = 0.736$$

Per $z = 4000$ m è $\rho = 0.819$ Kg/m^3. Si ha:

$$V = \sqrt{\frac{2 \times 32500 \times 9{,}8}{120 \times 0{,}819 \times 0{,}736}} = 93{,}84 \text{ m/s} = 337{,}83 \text{ Km/h}$$

$$\Pi_m = \frac{1}{0{,}82} \frac{93{,}84}{15{,}9} 32500 = 233\,916 \text{ W}$$

ESERCIZIO - Tracciare il diagramma dell'indice di trasporto in funzione dell'autonomia per un velivolo avente peso totale $W = 23000$ Kg supponendo che il volo si compia ad assetto costante pari a un'efficienza $E = 18$.

Dati:

- peso a vuoto operativo $W_v = 13000$ kg
- rendimento dell'elica $\eta = 0.88$
- consumo specifico $c = 0.2$ kg/CV h

SVOLGIMENTO - Il fattore di indice di trasporto, indicato con i, è:

$$i = J \cdot s / W$$

$J :=$ carico utile (o payload)
$W :=$ peso totale
$s :=$ i km percorsi.

Per $s = s_{max}$ vuol dire che a bordo abbiamo G_{max} e $J = 0$ ovvero $i = 0$
Per $s = 0$ vuol dire che a bordo abbiamo $G = 0$ e $i = 0$
Dunque $i = i(s)$ intersecherà l'asse delle ascisse (autonomia) in due punti: per $s = 0$ e per $s = s_{max}$.
Osserviamo:

$$c = 0{,}2 \ \text{kg/CV h} = 0.2 \ \frac{\text{kg}}{0.7355 \ \text{kW h}} = 0.272 \ \frac{\text{kg}}{\text{kW h}}$$

Calcoliamo s_{max}:

$$s_{max} = 367 \ \frac{\eta E}{c_s} \ln \frac{W}{W - G_{max}}$$

Dove: $G_{max} = W - W_v = 23000 - 13000 = 10\,000$ kg.

$$s_{max} = 367 \ \frac{0.88 \cdot 18}{0{,}272} \ln \frac{23000}{23000 - 10000} = 12'193{,}9 \ \text{Km}$$

Abbiamo:

$$J + G + W_V = W$$

A seconda di s, calcoliamo J per poi valutare i.

Ad esempio, per $s = 1000\,km$ è:

$$s = 367 \frac{\eta E}{C_s} \ln \frac{W}{W-G} \Leftrightarrow 1000 = 367 \frac{0.88 \cdot 18}{0,272} \ln \frac{23000}{2300 - G}$$

ovvero $$1000 = 21372,35 \ln \frac{23000}{23000 - G} \rightarrow 4.68 \cdot 10^{-2} = \ln \frac{23000}{23000 - G}$$

$$1.0479 = \frac{23000}{23000 - G} \rightarrow 23000 - G = 21948,7 \rightarrow G = 1051,34\,kg.$$

Allora:

$$J = W - W_v - G = 23000 - 13000 - 1051,34 =$$
$$= 8948,66\,kg$$

Quindi:

$$i = \frac{J \cdot s}{W} = \frac{8948,66 \cdot 1000}{23000} = 389,1\,Km$$

Procedendo in questo modo, con s tra 0 a s_{max}, di 1000 m in 1000 m, si può diagrammare la funz. richiesta.

In generale è:

$$s = 367 \frac{\eta E}{C_s} \ln \frac{W}{W-G} \rightarrow \frac{1}{367} \frac{s \cdot C_s}{\eta E} = \ln \frac{W}{W-G}$$

$$\rightarrow \exp\left[\frac{1}{367} \frac{s \cdot C_s}{\eta E}\right] = \frac{W}{W-G} \rightarrow$$

$$W - G = \frac{W}{\exp\left[\frac{1}{367} \frac{s \cdot C_s}{\eta E}\right]} \quad \text{ovvero} \quad G = W - \frac{W}{\exp\left[\frac{1}{367} \frac{s \cdot C_s}{\eta E}\right]}$$

$$J = W - W_v - G = \cancel{W} - W_v - \cancel{W} + \frac{W}{\exp\left[\frac{1}{367} \frac{s \cdot C_s}{\eta E}\right]}$$

ESERCIZIO - Tracciare il diagramma del carico pagante J in funzione dell'autonomia per un quadrimotore da trasporto che vola alla quota $z = 5000$ m

Dati:

- peso totale $W = 53000$ Kg
- peso a vuoto operativo $W_V = 28000$ Kg
- superficie alare $S = 188\ m^2$
- allungamento alare $AR = 9,5$
- coeff. di resistenza minimo $C_{D_0} = 0.022$
- rendimento delle eliche $\eta = 0.82$
- consumo specifico $c_s = 190$ gr/CV h

Tracciare inoltre il diagramma del carico pagante in funzione della autonomia nel caso in cui il quadrimotore incontri un vento costante in poppa e in prora di velocità $V' = 20$ m/sec.

SVOLGIMENTO - Carico utile J è legato al quantitativo di combustibile G. Infatti:

- per $G = 0$ e $J = J_{max}$ è $s = 0$
- per $G = G_{max}$ e $J = 0$ è $s = s_{max}$

Si ha:

$$s = 367 \frac{\eta E}{c_s} \ln \frac{W}{W - G}$$

Per la massima autonomia è $E = E_{max} = \sqrt{\frac{\pi AR e}{4 C_{D_0}}} = \sqrt{\frac{\pi \times 9,5}{4 \times 0.022}} = 18.41$

Si ha:

$$c_s = 190 \frac{0.001 \text{ Kg}}{0,7457 \text{ KW h}} = 0.255 \text{ Kg/KWh}$$

Allora:

$$s|_{E_{max}} = 367 \frac{0,82 \times 18,41}{0,255} \times \ln \frac{W}{W - G} = 21726,7 \times \ln \frac{W}{W - G}$$

Sappiamo che:

$$W = W_v + J + G$$

Quindi:

$$W - W_v = J + G = 53000 - 28000 = 25000 \text{ kg} \Rightarrow G = 25000 - J$$

J	G	S (Km)
0	25000	13 863,53
2000	23000	12 364,55
4000	21000	10 962,34
6000	19000	9645,16
8000	17000	8403,30
10000	15000	7228,60
12000	13000	6114,16
14000	11000	5054,11
16000	9000	4043,39
18000	7000	3077,60
20000	5000	2152,92
22000	3000	1265,99
25000	0	0

J	G	S (Km)
0	25000	13 863,53
2000	23000	12 364,55
4000	21000	10 962,34
6000	19000	9645,16
8000	17000	8403,30
10000	15000	7228,60
12000	13000	6114,16
14000	11000	5054,11
16000	9000	4043,39
18000	7000	3077,60
20000	5000	2152,92
22000	3000	1265,99
25000	0	0

Per l'autonomia con il vento è:

$$S' = 367 \; \frac{\eta E}{C_s} \left[1 - \frac{V'^2}{2 \cdot V^2} \sin^2\beta + \frac{V'}{V} \cos\beta \right] \log \frac{W}{W - G}$$

dove:

- V := velocità di volo del velivolo
- V' := velocità del vento che investe il velivolo.
- w := velocità risultante fra V e V'
- β := l'angolo fra w e V'.

□ Nel caso di vento in poppa si ha:

$$\beta = 0 \quad \text{per cui} \quad \sin\beta = 0 \quad e \quad \cos\beta = 1$$

Quindi:

$$s' = 367 \frac{\eta E}{C_s} \left[1 + \frac{V'}{V} \right] \ln \frac{W}{W - G}$$

ovvero:

$$s' = \left[1 + \frac{V'}{V} \right] s$$

essendo s la relazione dell'autonomia senza vento.
Si ha:

$$V = \sqrt{\frac{2W}{S \rho C_L}} \quad \text{con} \quad C_L = C_L|_{E_{max}} = \sqrt{C_{D0} \pi AR} = \sqrt{0.022 \times \pi \times 9.5} = 0.81$$

Per $z = 5000$ m è $\rho = 0.73612$ Kg/m^3. Sostituendo è:

$$V = \sqrt{\frac{2 \times 53000 \times 9.8}{189 \times 0.73612 \times 0.81}} = 96 \text{ m/s} = 345.6 \text{ km/h}$$

Si ha:

$$\left[1 + \frac{20}{96} \right] = 1.21$$

□ Nel caso di vento in prora è:

$$\beta = 180° \quad e \quad \sin\beta = 0 \quad , \quad \cos\beta = -1$$

Quindi

$$s'' = \left[1 - \frac{V'}{V} \right] s$$

con

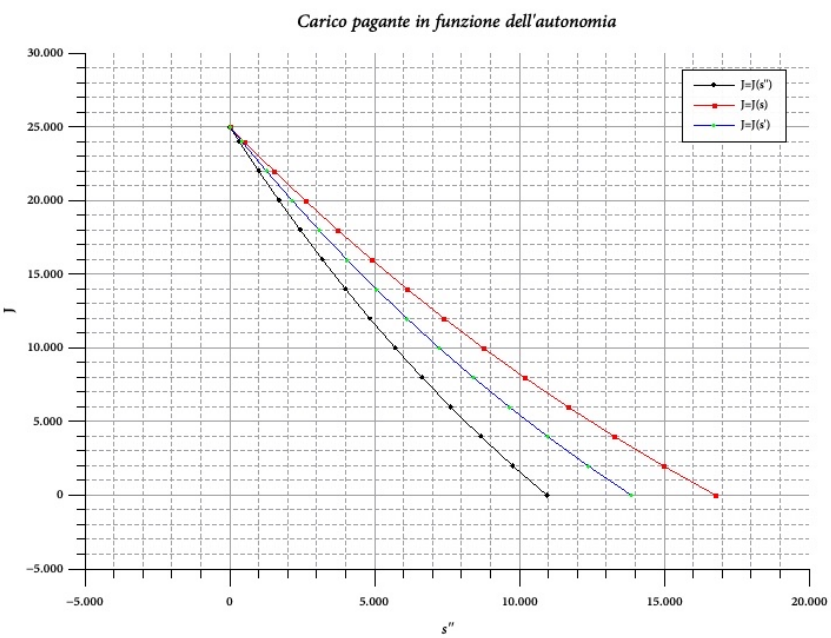
$$\left[1-\frac{V'}{V}\right]=\left[1-\frac{20}{96}\right]=0.79$$

Ricapitolando:

$$s'=1{,}21\,s \qquad e \qquad s''=0{,}79\,s$$

con questi valori, possiamo completare la tabella.

J[X]	G[Y]	s[Y]	s'[Y]	s''[Y]
0	25.000	13.863,53358695	16.774,87564021	10.952,19153369
2.000	23.000	12.364,54616601	14.961,10086088	9.767,991471151
4.000	21.000	10.962,33707881	13.264,42786537	8.660,246292263
6.000	19.000	9.645,164107995	11.670,64857067	7.619,679645316
8.000	17.000	8.403,300398019	10.167,9934816	6.638,607314435
10.000	15.000	7.228,598101646	8.746,603702991	5.710,5925003
12.000	13.000	6.114,164082476	7.398,138539796	4.830,189625156
14.000	11.000	5.054,114822616	6.115,478935365	3.992,750709866
16.000	9.000	4.043,388398921	4.892,499962694	3.194,276835148
18.000	7.000	3.077,598289073	3.723,893929779	2.431,302648368
20.000	5.000	2.152,91831448	2.605,031160521	1.700,80546844
22.000	3.000	1.265,991086137	1.531,849214226	1.000,132958048
24.000	1.000	413,8544176698	500,7638453804	326,9449899591
25.000	0	0	0	0



ESERCIZIO - Calcolare la durata per una motoelica avente peso totale $W = 8200\ kg$ supponendo che il moto si effettui alla quota $z = 3000\ m$ all'assetto di massima durata.

Dati:

- coeff. di resistenza minimo $C_{D0} = 0.019$
- allungamento $AR = 9.2$
- carico alare $W/S = 220\ kg/m^2$
- combustibile (in litri) $G = 3500\ \ell$
- consumo specifico $c_s = 0.200\ kg/CV\,h$
- rendimento $\eta = 0.82$
- peso specifico del combustibile $\gamma_G = 0.68\ kg/dm^3$

SVOLGIMENTO - La durata è il tempo massimo che il velivolo può rimanere in volo senza rifornimento. Per una motoelica è:

$$(*) \qquad t = 160\ \frac{\eta}{c_s} \left(E\sqrt{C_L}\right) \sqrt{\delta} \sqrt{\frac{S}{W}} \left(\sqrt{\frac{W}{W-G}} - 1\right)$$

Per una motoelica si ha:

* massimo spazio (autonomia massima) per E_{max}
* massima durata per $E\sqrt{C_L}\big|_{max}$

NOTA: nella formula (*) interviene la quota tramite il parametro $\sqrt{\delta}$ dove

$$\delta = \frac{\rho_z}{\rho_0}$$

Quindi, per poter calcolare la durata massima dobbiamo porci all'assetto $E\sqrt{C_L}\big|_{max}$.

Si ha:

$$C_L\big|_{E\sqrt{C_L}\,max} = \sqrt{3\pi AR\, C_{D0}} = \sqrt{3\times\pi\times 9.2\times 0.019} = 1.28$$

$$C_D\big|_{E\sqrt{C_L}\,max} = 4\, C_{D0} = 4\times 0.019 = 0.076$$

ovvero

$$E\sqrt{C_L}\big|_{max} = \sqrt{\frac{3\pi AR}{16\, C_{D0}}} = \sqrt{\frac{3\pi\ 9.2}{16\times 0.019}} = 16.89$$

Per $z = 3000\,m$ è $\delta = 0.7424$ ovvero $\sqrt{\delta} = 0.8614$.
Dalla definizione di peso specifico è:

$$\gamma_G = \frac{G}{L} \Rightarrow G = \gamma_G L$$

$G :=$ peso del combustibile
$L :=$ volume di combustibile in litri.

Si ha $G = 0.68 \times 3500 = 2380\,kg$.

$$C_S = 0.2 \frac{kg}{CV\,h} = 0.2 \frac{kg}{0.746\,kW\,h} = 0.268 \frac{kg}{kW\,h}$$

Risulta:

$$t = 160 \times \frac{0.82}{0.268} \times 16.89 \times 0.8614 \times \sqrt{\frac{1}{220 \times 9.8}} \left[\left(\frac{8200}{8200 - 2380} \right)^{1/2} - 1 \right] =$$

$$= 28.7\,h$$

ESERCIZIO - Calcolare l'autonomia massima di un turboreattore avente le caratteristiche sottoelencate, supponendo che il volo si effettui alla quota $z = 2000\,m$.

Dati:

- PESO TOTALE $W = 5700\,kg$
- SUPERFICIE ALARE $S = 22\,m^2$
- COEFF. RESIST. MINIMO $C_{D0} = 0.018$
- ALLUNGAMENTO $AR = 7.4$
- PESO COMBUSTIBILE $G = 2200\,kg$
- CONSUMO SPECIFICO $C_S = 1.05\,kg/kg\,h$

SVOLGIMENTO - Per un turboreattore l'autonomia è:

$$S = 1.035 \left(\frac{E}{\sqrt{C_L}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{\rho}} \right) \frac{1}{C_S} \sqrt{\frac{W}{S}} \left(1 - \sqrt{\frac{W-G}{W}} \right)$$

Per l'autonomia massima dobbiamo porci all'assetto di $E/\sqrt{C_L}|_{max}$.

$$\left.\frac{E}{\sqrt{C_L}}\right|_{max} = \sqrt{\frac{3\pi AR}{16\, C_{D0}}} = \sqrt{\frac{3\pi\, 7{,}4}{16\times 0.018}} = 15.56$$

A $z = 2000$ m è $\rho = 1.0065$ kg/m^3. Quindi, tenendo conto che:

$$C_S = 1.05\ \frac{kg}{kg\ h} = 1.05\ \frac{kg}{9.8N\ h} = 0.11\ \frac{kg}{N h}$$

Si ha:

$$S_{max} = 1.035 \times 15.56 \times \frac{1}{\sqrt{1.0065}} \times \frac{1}{0.11} \times \sqrt{\frac{5700\times 9.8}{22}}\left(1 - \sqrt{\frac{5700-2200}{5700}}\right)$$

$$= 1591{,}25\ km$$

ESERCIZIO – Calcolare la durata massima per un turboreattore avente le caratteristiche sottoelencate:

- peso totale $W = 23000$ kg
- coeff di resistenza minimo $C_{D0} = 0.023$
- allungamento $AR = 6{,}5$
- peso combustibile $G = 9500$ kg
- consumo specifico $c_s = 1.05$ kg/kg h
- superficie alare $S = 78$ m^2
- coefficiente di Oswald $e = 0.91$

Tracciare il diagramma della velocità di volo in funzione del tempo nell'ipotesi che il velivolo si mantenga all'assetto corrispondente alla massima durata alla quota $z = 1000$ m.

SVOLGIMENTO – La durata per un turboreattore è:

$$t = 0.6 \cdot \frac{E}{C_s} \ln\frac{W}{W-G}$$

Si ha:

$$C_S = 1.05 \frac{kg}{kg \cdot h} = 1.05 \frac{kg}{9.8 N \cdot h} = 0.107 \frac{kg}{N \cdot h}$$

La durata massima si ha per $E = E_{max}$, ovvero:

$$E_{max} = \sqrt{\frac{\pi A\!R e}{4 C_{D0}}} = \sqrt{\frac{\pi \times 6,5 \times 0.91}{4 \times 0023}} = 14,32$$

La massima durata è:

$$t_{max} = 0.60 \frac{E_{max}}{C_S} \ln \frac{W}{W - G} = 0.60 \frac{14,32}{0.107} \ln \frac{23000}{23000 - 9500} =$$

$$= 7.13\,h$$

Se il velivolo si mantiene all'assetto di massima durata, il C_L è:

$$C_L\big|_{E_{max}} = \sqrt{\pi A\!R e\, C_{D0}} = \sqrt{\pi \times 6,5 \times 0.91 \times 0.023} = 0.653$$

Con il trascorrere del tempo, a causa del consumo del combustibile, varia il peso del velivolo, e quindi, restando costante l'assetto, deve cambiare la velocità. Si ha, a $z = 1000\ m$, $\rho = 1.112\ kg/m^3$

$$V = \sqrt{\frac{2 (W^*/S)}{\rho C_L}} = \sqrt{\frac{2\ W^*}{S\ \rho\ C_L|_{E_{max}}}} = \sqrt{\frac{2 \times W^*}{78 \times 1.112 \times 0.653}} =$$

$$= 0.188 \sqrt{W^*} \qquad \text{dove } W^* = W - G$$

Dalla formula della durata è:

$$t = 0.60 \frac{E}{C_S} \ln \frac{W}{W - G}$$

assumiamo t variabile tra 0 a 7,13h e calcoliamo il termine $W - G$:

$$\frac{C_s}{E}\,\frac{t}{0.60} = \ln \frac{W}{W-G}$$

ovvero

$$\frac{W}{W-G} = \exp\left[\frac{C_s}{E}\,\frac{t}{0.60}\right]$$

Quindi:

$$W-G = \frac{W}{\exp\left[\frac{C_s}{E}\,\frac{t}{0.60}\right]}$$

Per cui

$$v = 0{,}188\sqrt{\frac{W}{\exp\left[\frac{C_s}{E}\,\frac{t}{0.60}\right]}}$$