1. insertion Sort Behauptung: nach dem j-ten Schleifendurchlauf gilt $a_j \leq \dots \leq a_n$

IA.: ~~$j = 1$~~ $n - 1 = j$

1. Fall: $a[n] < key$ wird die Schleife betreten und danach gilt

$a'_j = a_{n-1} \leq a_n$

2. Fall: $a[n] \geq key$ wird die Schleife nicht betreten und danach gilt $a_j = a_{n-1} \leq a_n$

IV.: Gilt für $j - 1$

IS.: $j - 1 \to j - 2$ für $j - 2$:

- key ist El. an j-ter Stelle
- i ist $j - 1$ also erstes El. der $\overbrace{\text{Sortierten Folge}}^{IV}$.
- Jede Iteration wird: i um 1 erhöht bis zum erreichen von n
- Alle Elemente die kleiner als key sind werden um 1 nach links verschoben. In die entstehende Lücke wird key eingefügt.
- Sollte key bereits das kleinste Element sein wird es wieder zurückgesetzt. Da hinten sortiert (IV) wieder Sortiert.

Danach gilt $a_{j-2} \leq a_{j-1} \leq a_n$

Laufzeit: Äußere Schleife von $n-1$ bis 0, innere Schleife von j bis n.

$$\Rightarrow \sum_{j=0}^{n-1} j \cdot c = c \cdot \frac{(n-1) \cdot (n-1+1)}{2} = c \cdot \frac{n^2 - n}{2}$$

$$\Rightarrow T(n) = \Theta(n^2)$$

2. Bubble Sort

Korrektheit:

Beh.: nach dem i-ten Durchlauf gilt: ~~$a_{n-i} \geq \dots \geq a_0$~~ $a_n \geq \dots \geq a_{n-i}$

IA.: $i = \overset{n}{\cancel{0}} \Rightarrow a_n \geq a_{n-0}$ IV.: Gilt für $i = n-1$

IS.: $i = n^{1} \to i = n-2$ für $i = \overset{n-1}{\cancel{2}}$:

~~Alle~~ Der Teil $> n-2$ ist bereits sortiert

Die Schleife geht von 0 bis $n-2$, alle Werte dieser Spanne sind kleiner als alle Werte danach (IV)

Ist der Wert am Schleifenzähler ~~kleiner~~ größer als der ihm folgende wird er getauscht. (Wandert nach hinten)
Ist er es nicht passiert nichts und es wird mit dem größeren Wert weitergemacht.

Am Ende der Schleife ist die Liste von i bis n sortiert.

$a_{n} \geq \dots \geq a_i$

Laufzeit: Äußere Schleife von ~~n-1~~ n bis 0, innere Schleife von 0 bis äußerer Schleifenzähler:

$$\sum_{i=0}^{n} \cancel{(n-i)}\, i \cdot c = c \cdot \sum_{i=0}^{n} i \Rightarrow \text{Gauss Summe} \to T(n) = \Theta(n^2)$$

1. Selection Sort

Korrektheit:

Beh.: Nach i-tem Durchlauf gilt $a_{n-i} \leq \dots \leq a_n$

~~IA~~ IA.: $i = 0 \Rightarrow a_n \leq a_n$ IV.: Beh. gilt für i

IS.: $i \to i+1$ für $i+1$:

- Aus IV folgt das a_{n-i} bis a_n sortiert ist.
- Vom 0-ten bis $n-i-1$-ten Element wird das größte ausgewählt und an die Stelle a_{n-i-1} getauscht.

Somit gilt $a_{n-i-1} \leq \dots \leq a_n$

Laufzeit:

Äußere Schleife läuft von n bis ~~0~~ 1, innere Schleife läuft dagegen von 1 bis zum äußeren Schleifenzähler.

$\Rightarrow$ Gauss Summe $\Rightarrow T(n) = \Theta(n^2)$

1. Quicksort

Korrektheit:

Beh.: An i-ter Rekursionstiefe sind $\sum_{i=0}^{n} 2^i$ Werte an der richtigen Stelle.

IA.: für $i=0$ auswählen zufälliger Wert, tauschen an 0. Stelle.

Verschieben aller Werte kleiner dem zufällig

Durchlaufen der Liste & tauschen aller Werte kleiner= dem zufällig gewählten nach Links ~~Dadurch~~ Merken des letzten solchen Wertes.

Tauschen des ϕ zufällig gewählten Werts an die Stelle dann gilt:
Alle Werte links davon ≤ alle rechts > somit genau 1 Wert an der richtigen stelle.

IV.: Beh.: Gilt für n-1, nach i-1 Aufrufen folgen: Aufrufe

IS.: $n-1 \rightarrow n$ Es ~~werden~~ sind bereits $\sum_{i=0}^{n-1} 2^i$ Werte an der richtigen Stelle. Bei n Aufrufen kommen n Werte an die richtige Stelle. $\Rightarrow n + \sum_{i=0}^{n-1} 2^i$

Laufzeit: Bei jeden Aufruf wird die ganze Liste durchlaufen aber auch halbiert. $\Rightarrow T(n) = \Theta(n \log n)$