

## 5. Tutoriumsblatt zur Mathematik 2

### Aufgabe 11

Bestimmen Sie die Werte der folgenden Reihen:

a)  $\sum_{k=0}^{\infty} 4 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^k$

b)  $\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^k$

### Aufgabe 12

Untersuchen Sie, ob die folgenden Reihen konvergieren/divergieren:

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5^n}$

d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{-n}$

b)  $\frac{1}{11} + \frac{1}{101} + \frac{1}{1001} + \frac{1}{10001} + \dots$

e)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{n}\right)^n$

c)  $1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \dots$

### Aufgabe 13

Bestimmen Sie den Entwicklungspunkt, den Konvergenzradius und den Konvergenzbereich folgender Potenzreihen:

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{x+2}{2}\right)^n$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^4 \cdot 2^{2n}} \cdot x^n$

### Aufgabe 14

Untersuchen Sie die Zahlenfolge  $(a_n)$  auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert:

$$a_n = \begin{cases} 10^n & \text{falls } n < 10^{100} \\ \left(\frac{3}{4}\right)^n & \text{falls } n \geq 10^{100} \text{ und } n \text{ durch } 5 \text{ teilbar} \\ \frac{(-1)^n}{n!} & \text{falls } n \geq 10^{100} \text{ und } n \text{ nicht durch } 5 \text{ teilbar} \end{cases}$$

### Aufgabe 15

Die nebenstehende Skizze zeigt den Beginn einer Folge von Quadraten. Das äußere Quadrat besitzt eine Fläche von  $4m^2$ . Jedes Quadrat der Folge entsteht dadurch, dass die Mittelpunkte der Seiten des vorhergehenden Quadrates der Folge verbunden werden. Bestimmen Sie die Summe der Flächen aller dieser unendlich vielen Quadrate.

