

Übungen zur Vorlesung

Algorithmen und Datenstrukturen

WiSe 2024/25

Blatt 11

Wichtige Hinweise:

- > Falls Sie bei der Bearbeitung einer Aufgabe größere Schwierigkeiten hatten und deswegen die Bearbeitung abgebrochen haben, so versuchen Sie bitte Ihre Schwierigkeiten in Form von Fragen festzuhalten. Bringen Sie Ihre Fragen einfach zur Vorlesung oder zur Übung mit!
- > Musterlösungen werden bei Bedarf in den Übungen besprochen!

Aufgabe 1:Sei ein Graph $G = (V, E)$ durch folgende Adjazenzmatrix gegeben:

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | 1 | 1 | | | | 1 | | |
| 1 | | | | 1 | | | | | |
| 2 | 1 | | | 1 | 1 | | | | |
| 3 | | | | | | | 1 | | |
| 4 | 1 | | | | | 1 | | | 1 |
| 5 | | | 1 | 1 | 1 | | | 1 | |
| 6 | | | | | | | | 1 | |
| 7 | | | | 1 | | | | | 1 |
| 8 | | | | | | 1 | | | |

- Ist G ein gerichteter oder ungerichteter Graph?
- In welcher Reihenfolge werden die Knoten, beginnend mit Knoten 0, bei einer Breiten- und einer Tiefensuche besucht (sollten mehrere Knoten zur Wahl stehen, so wird immer der Knoten mit der kleinsten Nummer gewählt)? Implementieren Sie Breiten- und Tiefensuche und überprüfen Sie Ihre Ergebnisse anhand Ihrer Implementierung.
- Sei $A = (a_{ij})$ die Adjazenzmatrix eines Graphen $G = (V, E)$ mit Dimension $n \in \mathbb{N}$. Welche Bedeutung haben die Einträge der Matrix A^m für $m \in \mathbb{N}$?

Aufgabe 2:Die *Inzidenzmatrix* eines gerichteten Graphen $G = (V, E)$ ohne Schlingen ist eine $|V| \times |E|$ Matrix $B = (b_{ij})$ mit:

$$b_{ij} = \begin{cases} -1, & \text{falls Kante } j \text{ Knoten } i \text{ verlässt (ausgehende Kante)} \\ 1, & \text{falls Kante } j \text{ zu Knoten } i \text{ führt (eingehende Kante)} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

Geben Sie an, was die Einträge des Matrixproduktes BB^T bedeuten, wenn B^T die transponierte Matrix von B ist.

Aufgabe 3:

Entwerfen und implementieren Sie einen Algorithmus, der bei Eingabe eines gerichteten Graphen $G = (V, E)$ einen Zyklus ausgibt, falls einer vorhanden ist.

Aufgabe 4:

Beschreiben Sie die Implementierung eines Algorithmus, der für einen Dag $G = (V, E)$ eine topologische Sortierung in Zeit $O(|V| + |E|)$ berechnet, indem er in G wiederholt nach einem Knoten mit Eingangsgrad 0 sucht und diesen aus G inkl. seiner ausgehenden Kanten entfernt. Wie reagiert der Algorithmus auf Zyklen?