Ostbayerische Technische Hochschule Regensburg WiSe 2024/25
Studiengänge Informatik und Wirtschaftsinformatik
Dr. G. Tapken
Dr. D. Gröger

1. Übungsblatt zur Mathematik 2

Lösung zu Aufgabe Ü 1.1

a) Die Wagen dürfen beliebig eingereit werden, d.h.

Variante 1:

- 5 Plätze für die Wagen der 2. Klasse aussuchen $\binom{10}{5}$
- Aus den verbliebenen 5 Pätzen 3 Plätze für die Wagen der 1. Klasse aussuchen $\binom{5}{3}$
- Die letzten beiden Plätze sind für die Gepäckwagen $\binom{2}{2} = 1$

Damit ergibt sich

$$\text{Anzahl} = \binom{10}{5} \cdot \binom{5}{3} \cdot \binom{2}{2} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{5!} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} = 10 \cdot 9 \cdot 4 \cdot 7 = 2520$$

Variante 2:

- Wir ordnen die 10 Wagen beliebig an, ergibt 10! Möglichkeiten
- Da die Wagen des gleichen Typs aber nicht unterschieden werden sollen, haben wir oben Möglichkeiten unterschieden, die als eine gezählt werden sollen, d.h. identisch aussehende Varianten müssen rausgerechnet werden, deswegen muss durch die Fakultäten der jeweils gleichartigen Wagen geteilt werden, also durch $2! \cdot 3! \cdot 5!$

Damit ergibt sich

$$\text{Anzahl} = \frac{10!}{2! \cdot 3! \cdot 5!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(2 \cdot 1) \cdot (3 \cdot 2 \cdot 1) \cdot (5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)} = 10 \cdot 9 \cdot 4 \cdot 7 = 2520$$

b) Die Wagen der zweiten Klasse müssen hintereinander eingereiht werden, d.h. wir betrachten die 2.Klasse Wagen als einen Riesenwagen neben den reslichen 5 normalen Wagen und haben dann

- $\binom{6}{1}$ Möglichkeit den Platz für unseren Riesenwagen auszusuchen
- Aus den verbliebenen 5 Pätzen 3 Plätze für die Wagen der 1. Klasse aussuchen $\binom{5}{3}$
- Die letzten beiden Plätze sind für die Gepäckwagen $\binom{2}{2} = 1$

Damit ergibt sich

$$\text{Anzahl} = \binom{6}{1} \cdot \binom{5}{3} \cdot \binom{2}{2} = 6 \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{2} = 6 \cdot 5 \cdot 2 = 60$$

Lösung zu Aufgabe Ü 1.2

Wie viele 12-stellige Zahlen, bei denen die Ziffer 9 höchstens zweimal auftritt und die Summe der beiden ersten Ziffern genau 7 beträgt, lassen sich aus den Ziffern $1,2,\ldots,9$ bilden?

- Es gibt 6 Möglichkeiten, so dass die Summe der ersten beiden Ziffern 7 ergibt $\big((1,6),(2,5),(3,4),(4,3),(5,2),(6,1)\big)$.
- Nun müssen wir die Bedingung höchsten zwei 9 in den 12 Stellen erfüllen, da in den ersten beiden Stellen keine 9 möglich ist, bedeutet dies höchstens zweimal 9 in den restlichen 10 Stellen. Wir zerlegen das auf auf die 3 disjunkten Fälle

keine 9:	An jeder der 10 Stellen hat man jeweils 8 Möglichkeiten (Ziffern 1,2,3,4,5,6,7,8), damit gibt es 8^{10} Möglichkeiten
genau eine 9:	Zunächst sucht man sich den Platz der einzigen 9 $\binom{10}{1}$ aus und an allen anderen Stellen hat man jeweils 8 Möglichkeiten, das ergibt $$\binom{10}{1}\cdot 8^9$$
genau zweimal 9:	Zunächst sucht man sich die Platz der beiden 9en $\binom{10}{2}$ aus und an allen anderen Stellen hat man jeweils 8 Möglichkeiten, das ergibt $$\binom{10}{2}\cdot 8^8$$

Damit erhält man:

$$6\cdot\left(8^{10}+\binom{10}{1}\cdot 8^9+\binom{10}{2}\cdot 8^8\right)=6\cdot 8^8\cdot 189\approx 1{,}9\cdot 10^{10}$$