1. Wiederholungsblatt zur Mathematik 2

Aufgabe W 1.1

Dr. D. Gröger

Kreuzen Sie die jeweils richtige Lösung an und begründen Sie Ihre Anwort:

a) Die Folge $a_n := (-1)^n \cdot n + n^2 \text{ mit } n \in \{1, 2, 3, 4, ...\}$ ist

☐ monoton wachsend

☐ monoton fallend

□ nicht monoton

Begründung

b) $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{6^n+4^n} =$

 \Box 4

 \Box 6

 \Box 10

24

Begründung

Aufgabe W 1.2

Gegeben sei die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $a_n:=\frac{5n+1}{3n-1}$

- a) Überprüfen Sie, ob die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ durch 2 nach unten beschränkt ist.
- b) Überprüfen Sie, ob die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ streng monoton fallend ist.
- c) Überprüfen Sie, ob die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergent ist.

Aufgabe W 1.3
a) Die Reihe
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + \sqrt{n}}$$
 ist

□ konvergent

□ divergent

Begründung/Rechnung:

b) Die Reihe $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{2^k}{k!}$ ist

□ konvergent

□ divergent

Begründung/Rechnung:

c) Gegeben sei die Potenzreihe
$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x-1}{3}\right)^n \cdot \frac{1}{(n+2)^3}$$

Bestimmen Sie den Entwicklungspunkt und den Konvergenzradius.

Aufgabe W 1.4

Zeigen Sie mit Hilfe des Zwischenwertsatzes, dass die folgende Gleichung je mindestens eine Lösung im Intervall [6,8] bzw. $]1,\frac{3}{2}]$ hat.

$$\frac{1}{x-1} + \frac{4}{x-2} = 1$$

Aufgabe W 1.5

Gegeben sei die Funktion $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto \left(\sin(x)\right)^2$. Bestimmen Sie $f^{(41)}$. Sie dürfen dabei Potenzen von 2 stehen lassen.

Aufgabe W 1.6

Gegeben sei die Funktion

$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$$

$$x\mapsto f(x):=\begin{cases} \frac{\sin(x)}{x} & \text{für } x\neq 0\\ 1 & \text{für } x=0 \end{cases}$$

- a) Zeigen Sie, dass die Funktion f in $x_0 = 0$ stetig ist.
- b) Bestimmen Sie die Ableitung von f in jedem Punkt in dem sie definiert ist.
- c) Überprüfen Sie, ob die zweite Ableitung von f in $x_0 = 0$ definiert ist.