Ostbayerische Technische Hochschule Regensburg
Studiengänge Informatik und Wirtschaftsinformatik
Dr. G. Tapken
Dr. D. Gröger

WiSe 2024/25

5. Übungsblatt zur Mathematik 2

Aufgabe Ü 5.1

(Babylonisches Wurzelziehen)

Für $x_0 \geq 0$ sei die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}} \subseteq \mathbb{R}$ rekursiv definiert durch

$$a_{n+1} := \frac{1}{2}\left(a_n + \frac{x_0}{a_n}\right), \qquad n \in \mathbb{N},$$

wobei $a_1 > \sqrt{x_0}$ fest vorgegeben sei. Zeigen Sie:

a) Für alle $n \in \mathbb{N}$ ist $a_n > \sqrt{x_0}$. (Induktion)

b) $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ist monoton fallend. (z.B. Induktion)

c) $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \sqrt{x_0}$.

Aufgabe Ü 5.2

Eine grobe Schätzung der gesamten Öl- und Gasreserven im norwegischen Festlandsockel zu Beginn des Jahres 1999 betrug 13 Milliarden (=$13 \cdot 10^9$) Tonnen. Die Förderung im Jahr 1999 lag bei ungefähr 250 Millionen Tonnen.

a) Wann werden die Reserven erschöpft sein, wenn man davon ausgeht, dass die Fördermenge erhalten bleibt?

b) Nehmen Sie an, dass die Fördermenge jedes Jahr um 2% reduziert wird. Wie lange werden dann die Reserven reichen?