Ostbayerische Technische Hochschule Regensburg
Studiengänge Informatik und Wirtschaftsinformatik
Dr. G. Tapken
Dr. D. Gröger

WiSe 2024/25

# 6. Übungsblatt zur Mathematik 2

**Lösung zu Aufgabe Ü 6.1**

a)

$$
\begin{aligned}
\frac{p}{q} = 0,\overline{4711} &= \frac{4711}{10^4} + \frac{4711}{10^8} + \frac{4711}{10^{12}} + \frac{4711}{10^{16}} + \dots \\
&= 4711 \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{10^4}\right)^k = \frac{4711}{10^4} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{10^4}\right)^k \\
&= \frac{4711}{10^4} \cdot \frac{1}{1-10^{-4}} = \frac{4711}{10^4} \cdot \frac{10^4}{10^4-1} = \frac{4711}{9999}
\end{aligned}
$$

b)

$$
\begin{aligned}
\frac{p}{q} = 0,1230\overline{443} &= \frac{123}{10^3} + \frac{443}{10^7} + \frac{443}{10^{10}} + \frac{443}{10^{13}} + \dots \\
&= \frac{123}{10^3} + \frac{443}{10^7} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{10^3}\right)^k = \frac{123}{10^3} + \frac{443}{10^7} \cdot \frac{1}{1-10^{-3}} \\
&= \frac{123}{10^3} + \frac{443}{10^7} \cdot \frac{10^3}{10^3-1} = \frac{123}{10^3} + \frac{443}{10^4} \cdot \frac{1}{999} = \frac{123 \cdot 9990 + 443}{9\,990\,000} = \frac{1\,229\,213}{9\,990\,000}
\end{aligned}
$$

**Lösung zu Aufgabe Ü 6.2**

Wir sollen den Wert von $\sqrt{3}$ approximieren
D.h. wir sollen die positive Lösung der Gleichung $x^2 = 3$ approximieren
D.h. wir sollen die positive Nullstelle der Funktion $f(x) = x^2 - 3$ approximieren

Wir wenden die Intervallhabierungsmethode auf die Funktion $f(x) = x^2 - 3$ an.
Da $f(1) = 1^2 - 3 = -2 < 0$ und $f(3) = 3^2 - 3 = 6 > 0$
ist $[1,3]$ als Startintervall geeignet.

Da das Startintervall eine Länge von 2 hat und wir am Ende, d.h. nach $n$ Halbierungen eine Länge von $\leq 0.1$

haben müssen, brauchen wir 5 Schritte des Verfahrens um das zu erreichen ($2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 \leq 0.1$).

$$\begin{aligned}
& f\left(\frac{1+3}{2}\right) = f\left(\frac{4}{2}\right) = f(2) = (2)^2 - 3 = 4 - 3 = 1 > 0 \\
\Rightarrow \quad & \sqrt{3} \in [1,2]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& f\left(\frac{1+2}{2}\right) = f\left(\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 3 = \frac{9}{4} - \frac{12}{4} < 0 \\
\Rightarrow \quad & \sqrt{3} \in \left[\frac{3}{2}, 2\right] = [1.5\,,\, 2]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& f\left(\frac{\frac{3}{2}+2}{2}\right) = f\left(\frac{3}{4}+\frac{4}{4}\right) = f\left(\frac{7}{4}\right) = \left(\frac{7}{4}\right)^2 - 3 = \frac{49}{16} - \frac{48}{16} > 0 \\
\Rightarrow \quad & \sqrt{3} \in \left[\frac{3}{2}, \frac{7}{4}\right] = [1.5\,,\, 1.75]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& f\left(\frac{\frac{3}{2}+\frac{7}{4}}{2}\right) = f\left(\frac{6}{8}+\frac{7}{8}\right) = f\left(\frac{13}{8}\right) = \left(\frac{13}{8}\right)^2 - 3 = \frac{169}{64} - \frac{192}{64} < 0 \\
\Rightarrow \quad & \sqrt{3} \in \left[\frac{13}{8}, \frac{7}{4}\right] = [1.625\,,\, 1.75]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& f\left(\frac{\frac{13}{8}+\frac{7}{4}}{2}\right) = f\left(\frac{13}{16}+\frac{14}{16}\right) = f\left(\frac{27}{16}\right) = \left(\frac{27}{16}\right)^2 - 3 = \frac{729}{256} - \frac{768}{256} < 0 \\
\Rightarrow \quad & \sqrt{3} \in \left[\frac{27}{16}, \frac{7}{4}\right] = [1.6875\,,\, 1.75]
\end{aligned}$$