

6. Tutoriumsblatt zur Mathematik 2

Aufgabe 13

Bestimmen Sie den Entwicklungspunkt, den Konvergenzradius und den Konvergenzbereich folgender Potenzreihen:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{x+2}{2} \right)^n$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^4 \cdot 2^{2n}} \cdot x^n$

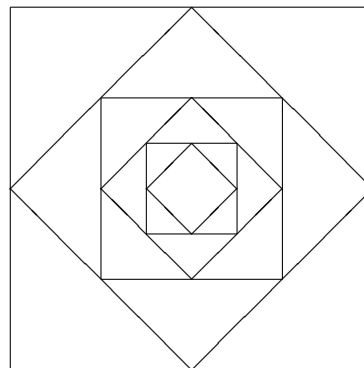
Aufgabe 14

Untersuchen Sie die Zahlenfolge (a_n) auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert:

$$a_n = \begin{cases} 10^n & \text{falls } n < 10^{100} \\ \left(\frac{3}{4}\right)^n & \text{falls } n \geq 10^{100} \text{ und } n \text{ durch 5 teilbar} \\ \frac{(-1)^n}{n!} & \text{falls } n \geq 10^{100} \text{ und } n \text{ nicht durch 5 teilbar} \end{cases}$$

Aufgabe 15

Die nebenstehende Skizze zeigt den Beginn einer Folge von Quadraten. Das äußere Quadrat besitzt eine Fläche von $4m^2$. Jedes Quadrat der Folge entsteht dadurch, dass die Mittelpunkte der Seiten des vorhergehenden Quadrates der Folge verbunden werden. Bestimmen Sie die Summe der Flächen aller dieser unendlich vielen Quadrate.



Aufgabe 16

Die folgenden Funktionen sind an der Stelle x_0 nicht definiert. Lässt sich $f(x_0)$ so festlegen, dass die Funktion f an der Stelle x_0 stetig wird?

a) $f(x) = \frac{2x^2 - 5x - 3}{x^2 + x - 12} \quad x_0 = 3$

c) $f(x) = \frac{|x|}{x} \quad x_0 = 0$

b) $f(x) = \frac{2+x^2}{\sqrt{2-x}} \quad x_0 = \sqrt{2}$

Aufgabe 17

Welche der folgenden auf \mathbb{R} definierten Funktionen ist in $x_0 = 0$ differenzierbar?

Berechnen Sie die Ableitung in x_0 , falls diese existiert.

a) $f_1(x) = x\sqrt{|x|}$ b) $f_2(x) = \begin{cases} 2 + (x+1)^2 & \text{für } x < 0 \\ x^3 + 2x + 3 & \text{für } x \geq 0 \end{cases}$ c) $f_3(x) = \sqrt{x^4 + x^2}$

Hinweis: Verwenden Sie die Definition der Differenzierbarkeit