

Übungen zur Vorlesung
Algorithmen und Datenstrukturen
WiSe 2024/25
Blatt 1

Wichtige Hinweise:

- > Falls Sie bei der Bearbeitung einer Aufgabe größere Schwierigkeiten hatten und deswegen die Bearbeitung abgebrochen haben, so versuchen Sie bitte Ihre Schwierigkeiten in Form von Fragen festzuhalten. Bringen Sie Ihre Fragen einfach zur Vorlesung oder zur Übung mit!
- > Musterlösungen werden bei Bedarf in den Übungen besprochen!

Aufgabe 1:

Implementieren Sie den in der Vorlesung vorgestellten euklidischen Algorithmus zur Bestimmung des größten gemeinsamen Teilers (ggT) zweier natürlicher Zahlen in einer Programmiersprache Ihrer Wahl (C, C++, Java, C# oder Python). Ergänzen Sie eine rekursive Implementierung des Algorithmus. Welchen Algorithmus halten Sie wann für sinnvoller? Implementieren Sie einen **eigenen** Algorithmus zur Bestimmung des kleinsten gemeinsamen Vielfachen (kgV) zweier natürlicher Zahlen. Geben Sie für $a, b \in \{30, \dots, 40\}$ die Werte $\text{kgV}(a, b)$, $\text{ggT}(a, b)$ und $a \cdot b$ aus. Was fällt Ihnen auf?

Aufgabe 2:

In der Vorlesung wurde das Sieb des Eratosthenes vorgestellt, mit dem alle Primzahlen bis zu einem gegebenen Wert k (obere Schranke) bestimmt werden können.

1. Ermitteln Sie anhand einer dem Sieb des Eratosthenes entsprechenden Tabelle durch Einkreisen und Streichen alle Primzahlen bis zum Wert 100.
2. Implementieren Sie einen Algorithmus in einer Programmiersprache Ihrer Wahl (C, C++, Java, C# oder Python), der die Tabelle unter Eingabe einer oberen Schranke k ausgibt und lassen Sie danach alle Primzahlen bis zum Wert k ausgeben.
3. Geben Sie mit Ihrem Algorithmus alle Primzahlen bis zum Wert 100000 aus.

Aufgabe 3:

Definieren Sie einen abstrakten Datentyp Matrix für ganzzahlige $m \times n$ Matrizen mit folgenden Operationen:

- **Init()**: Initialisiert die Matrix an allen Stellen mit dem Wert 0
- **Print()**: Gibt die Matrix am Bildschirm aus

- `Input()`: Liest die Matrix von der Tastatur ein
- `RandomFill()`: Füllt die Matrix mit zufälligen Werten
- `Add(M)`: Liefert die Summe aus der Matrix und M
- `Mult(M)`: Liefert das Produkt aus der Matrix und M

Implementieren Sie den abstrakten Datentyp Matrix als Datenstruktur in einer Programmiersprache Ihrer Wahl (C, C++, Java, C# oder Python) und demonstrieren Sie die Funktionsweise.

Erinnerung: Addition zweier Matrizen:

- Eingabe: $m, n \in \mathbb{N}$, $A = (a_{ij})_{i=1,\dots,m,j=1,\dots,n}$ und $B = (b_{ij})_{i=1,\dots,m,j=1,\dots,n}$ mit $a_{ij}, b_{ij} \in \mathbb{Z}$
- Ausgabe: $C = (c_{ij})_{i=1,\dots,m,j=1,\dots,n}$ mit $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$

Erinnerung: Multiplikation zweier Matrizen:

- Eingabe: $l, m, n \in \mathbb{N}$, $A = (a_{ij})_{i=1,\dots,l,j=1,\dots,m}$ und $B = (b_{ij})_{i=1,\dots,m,j=1,\dots,n}$ mit $a_{ij}, b_{ij} \in \mathbb{Z}$
- Ausgabe: $C = (c_{ij})_{i=1,\dots,l,j=1,\dots,n}$ mit $c_{ij} = \sum_{k=1}^m a_{ik} \cdot b_{kj}$

Aufgabe 4:

Erweitern Sie Ihre Implementierung aus Aufgabe 3 dadurch, dass Sie für die beiden Operationen `Add` und `Mult` jeweils ausgeben, wie viele Aktionen durchgeführt wurden (Anzahl) und wieviel Zeit für die Durchführung notwendig war (in ms). Ermitteln Sie durch Ergänzung von geschickten Test-Operationen, wie groß quadratische Matrizen werden dürfen, wenn für eine Addition bzw. eine Multiplikation 1, 2, 5 bzw. 10 Minuten Verarbeitungszeit zur Verfügung stehen.

Tipp: Wie kann man das ermitteln?

1. **Naives Ausprobieren** der einzelnen Dimensionen durch schrittweise Erhöhung der Dimension bis die entsprechende Verarbeitungszeit erreicht ist
2. **Beschleunigtes Ausprobieren** durch binäre Suche bzw. nach dem Verdopplungsprinzip: Dimension zu klein, dann verdoppeln; Dimension zu groß, dann in die Mitte des letzten Intervalls [zu kleiner Wert, zu großer Wert]
3. **Analytische Abschätzung** der notwendigen Laufzeit für die Dimension n durch ein Polynom (z.B. $a \cdot n^3 + b \cdot n^2 + c \cdot n + d$) auf Basis kleiner Dimensionen und danach weiter mit 1 oder 2

Die Varianten 2 und 3 sind nur etwas für Fortgeschrittene! Probleme mit Variante 1? Bitte dringend die Programmierkenntnisse auffrischen!