1. $13+37+4=O(n)$

$54 \le c\cdot n$

Wahr für $c \ge 54$

2. $2n^3+4n^2+8n+3=\Omega(n^3)$

$\Rightarrow 2n^3+4n^2+8n+3 \ge c\cdot n^3$

$\Leftrightarrow \underbrace{2+4\frac{1}{n}+8\frac{1}{n^2}+3\frac{1}{n^3}}_{\text{geht gegen 2}} \ge c$

$\Leftrightarrow 2 \ge c \Leftrightarrow$ Wahr für $c \le 2$

3. $6^{-5}n^{1,25}=\Theta(\sqrt{n})$

$6^{-5}\cdot n^{\frac{5}{4}} = c\cdot n^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow 6^{-5}\cdot\frac{n^{\frac{5}{4}}}{n^{\frac{1}{2}}}=c \Leftrightarrow 6^{-5}\cdot n^{(\frac{5}{4}-\frac{2}{4})}=c$

$\cancel{6^{-5}\frac{n^{\frac{5}{4}}}{n^{\frac{1}{2}}}=c}$

$\Leftrightarrow 6^{-5}\cdot n^{\frac{3}{4}}=c$

$\cancel{6^{-5}\cdot\frac{(n^2)^{\frac{1}{2}}}{n^{\frac{1}{2}}}=c}$

$\Rightarrow \lim_{n\to\infty}\left(6^{-5}\cdot n^{\frac{3}{4}}\right)=c$

$\cancel{6^{-5}\left(\frac{n^1}{n}\right)^{\frac{1}{2}}=c}$

Aussage ist falsch

$\cancel{6^{-5}\, n^{\frac{1}{2}}=c}$

4. $4^{n+1}=O(4^n)$

$\Rightarrow \frac{4^{n+1}}{4^n}=c$

$\Leftrightarrow 4^{n+1-n}=c$

$\Leftrightarrow 4 = c \Rightarrow \lim_{n\to\infty}(4)\le c$

Aussage ist wahr

5. $4^{2n}=O(4^n)$

$\Leftrightarrow 4^{2n}=c\cdot 4^n$

$\Leftrightarrow 4^n=c$

$\Rightarrow \lim_{n\to\infty}(4^n)\le c$ Falsch

6. $2\log(n!)=\Theta(n\log(n))$

$\Leftrightarrow \frac{2}{n}\frac{\log(n!)}{\log(n)}=c$

$\Leftrightarrow \frac{\log\left(\sqrt[n]{(n!)^2}\right)}{\log(n)}=c$

$\Leftrightarrow \sqrt[n]{(n!)^2}=n^c$

$\cancel{6.\ 2\log(n!)=\Theta(n\log(n))}$

$\cancel{\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2\log(n!)}{n\log(n)}\right)=c}$

$\cancel{\Leftrightarrow \frac{2\log\left(\sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n\right)}{\lim_{n\to\infty}(n)\cdot\log\left(\lim_{n\to\infty}(n)\right)}}$

7. $2^n=O(n!)$

$\Rightarrow \lim_{n\to\infty}\left(\frac{2^n}{n!}\right)<c$

$\Leftrightarrow \frac{\lim_{n\to\infty}(2^n)}{\sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n}\le c$

~~⇒ Aussage ist falsch~~

8. $n!=O(n^n)$

$\Rightarrow \lim_{n\to\infty}\left(\frac{n!}{n^n}\right)\le c$

$\Leftrightarrow \underbrace{\frac{\sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n}{\lim_{n\to\infty}(n^n)}}_{\text{Geht gegen 0}}\le c \Rightarrow$ Wahr

6. $2\log(n!) = \Theta(n\log(n))$

$\Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{2\log\left(\sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n\right)}{n\log(n)}\right) = c \quad \Leftrightarrow 2\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{\log(\sqrt{2\pi n}) + \log\left(\left(\frac{n}{e}\right)^n\right)}{n\log(n)}\right) = c$

$\Leftrightarrow 2\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{\frac{1}{2}\log(2\pi n) + n\log\left(\frac{n}{e}\right)}{n\log(n)}\right) = c \Leftrightarrow 2\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{\frac{1}{2}\log(2\pi n) + n\log(n) - n\log(e)}{n\log(n)}\right) = c$

7. $2^n = O(n!)$

$\Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{2^n}{n!}\right) \leq c \Leftrightarrow \lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{2^n}{\sqrt{2\pi n}\cdot\left(\frac{n}{e}\right)^n}\right) \leq c$

$\Leftrightarrow$ " $\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi n}} \cdot \frac{2^n}{\left(\frac{n}{e}\right)^n}\right) \Leftrightarrow$ " $\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi n}} \cdot \left(\frac{2}{\left(\frac{n}{e}\right)}\right)^n\right) \leq c$

$\Leftrightarrow$ " $\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi n}} \cdot \left(\frac{2e}{n}\right)^n\right) \leq c$

Geht gegen 0 => Wahr

8. $n! = O(n^n)$

$\Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n!}{n^n}\right) \leq c \Leftrightarrow$ " $\left(\frac{\sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n}{n^n}\right) \leq c$

$\Leftrightarrow$ " $\left(\sqrt{2\pi n}\left(\frac{\frac{n}{e}}{n}\right)^n\right) \leq c \Leftrightarrow$ " $\left(\sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{en}\right)^n\right) \leq c$

$\Leftrightarrow$ " $\left(\sqrt{2\pi n} \cdot \frac{1}{e^n}\right) \leq c$

$\frac{1}{e^n}$ wächst schneller, also auch Wahr

6. $2\log(n!) = \Theta(n\log(n)) \Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{2\log(n!)}{n\log(n)}\right) = c$

$\Leftrightarrow 2\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{\log\left(\sqrt{2\pi n}\cdot\left(\frac{n}{e}\right)^n\right)}{n\log(n)}\right) = c \Leftrightarrow$ " $\left(\frac{\log(\sqrt{2\pi n}) + \log\left(\left(\frac{n}{e}\right)^n\right)}{''}\right) = c$

$\Leftrightarrow$ " $\left(\frac{\frac{1}{2}\log(2\pi n) + n\log\left(\frac{n}{e}\right)}{''}\right) = c \Leftrightarrow$ " $\left(\frac{\frac{1}{2}\log 2 + \frac{1}{2}\log\pi + \frac{1}{2}\log(n) + n\log(n) - n\log(e)}{''}\right)$

$\Leftrightarrow$ " $\left(\frac{\frac{1}{2}\log(n) + n\log(n) - n}{n\log(n)}\right)$

$n\log(n)$ oben & unten gleich, $\frac{1}{2}\log(n) - n$ $\quad n > \frac{1}{2}\log(n)$ somit geht gegen $\cancel{\infty}$ 0 also ist die Aussage Wahr