Ostbayerische Technische Hochschule Regensburg
Studiengänge Informatik und Wirtschaftsinformatik
Dr. G. Tapken
Dr. D. Gröger WiSe 2024/25

2. Übungsblatt zur Mathematik 2

Lösung zu Aufgabe Ü 2.1

Die Umrechungsformel von Celsius (=C) in Fahrenheit (=F) ist: $F = \frac{9}{5}C + 32$

a)

$$\begin{array}{lrcccl l}
 & 80 & \leq & T_C & \leq & 115 & \Big\| \cdot \frac{9}{5} \\
\Leftrightarrow & 80 \cdot \frac{9}{5} & \leq & T_C \cdot \frac{9}{5} & \leq & 115 \cdot \frac{9}{5} & \\
\Leftrightarrow & 144 & \leq & T_C \cdot \frac{9}{5} & \leq & 207 & \| + 32 \\
\Leftrightarrow & 144 + 32 & \leq & T_C \cdot \frac{9}{5} + 32 & \leq & 207 + 32 & \\
\Leftrightarrow & 176 & \leq & T_F & \leq & 239 &
\end{array}$$

b)

$$\begin{array}{lrcccl l}
 & 40 & \leq & T_F & \leq & 46 & \| - 32 \\
\Leftrightarrow & 40 - 32 & \leq & T_F - 32 & \leq & 46 - 32 & \\
\Leftrightarrow & 8 & \leq & T_F - 32 & \leq & 14 & \Big\| \cdot \frac{5}{9} \\
\Leftrightarrow & 8 \cdot \frac{5}{9} & \leq & (T_F - 32) \cdot \frac{5}{9} & \leq & 14 \cdot \frac{5}{9} & \\
\Leftrightarrow & 4,\overline{4} & \leq & T_C & \leq & 7,\overline{7} &
\end{array}$$

Lösung zu Aufgabe Ü 2.2
Behauptung: Die Aussage

$$xy \leq x^2 + y^2$$

gilt für alle $(x,y) \in \mathbb{R}^2$

Fall 1: $x \cdot y \leq 0$ **(d.h.** $(x \leq 0 \wedge y \geq 0) \quad \vee \quad (x \geq 0 \wedge y \leq 0)$**)**

Die Aussage ist wahr, da $x \cdot y \leq 0$ und $x^2 + y^2 \geq 0$

Fall 2: $x \cdot y > 0$ **(d.h.** $(x < 0 \wedge y < 0) \quad \vee \quad (x > 0 \wedge y > 0)$**)**

Variante 1: 2. Binomische Formel

$$\text{z.z. } xy \leq x^2 + y^2 \qquad \Leftrightarrow \qquad \text{z.z. } x^2 + y^2 - xy \geq 0$$

Wir schätzen ab:

$$x^2 + y^2 - xy > x^2 + y^2 - 2xy = (x-y)^2 \geq 0$$

Variante 2: Ungleichung geom./arithm. Mittel

Wir wissen, dass für positive a,b gilt:

$$\sqrt{a \cdot b} \leq \frac{1}{2} \cdot (a+b)$$

Wir wählen $a = x^2, b = y^2$ und erhalten

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \qquad \sqrt{x^2 \cdot y^2} &\leq \frac{1}{2} \cdot (x^2 + y^2) \\ \Leftrightarrow \qquad |x| \cdot |y| &\leq \frac{1}{2} \cdot (x^2 + y^2) \end{aligned}$$

da $x \cdot y > 0$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \qquad x \cdot y &\leq \frac{1}{2} \cdot \underbrace{(x^2 + y^2)}_{\geq 0} \\ \Rightarrow \qquad x \cdot y &\leq x^2 + y^2 \end{aligned}$$