

### 3. Tutoriumsblatt zur Mathematik 2

#### Aufgabe 7 (nur noch in der ersten Gruppe)

Beweisen Sie die folgenden Aussagen über reelle Zahlen  $a, b, x$ .

a)  $|x - a| < b \implies x > a - 2b$

b)  $x(x - 2a^2) > 0 \iff |x - a^2| > a^2$

#### Aufgabe 8

Bestimmen Sie die Grenzwerte der nachstehenden Folgen

a)  $a_n := \frac{1}{1+c^n}$  mit  $c \in ]0, \infty[$

c)  $c_n := \frac{1}{\sqrt{2n} - \sqrt{n}}$

e)\*  $e_n := \left(1 + \frac{2}{3n}\right)^n$

b)  $b_n := \frac{7\binom{n}{3}+5}{5n^3+2n^2-1}$

d)  $d_n := \sqrt[n]{n^5 + 2^n + 1}$

f)\*  $g_n := n - \sqrt{n^2 + 5n}$

★ schwierige Teilaufgabe

#### Aufgabe 9

Untersuchen Sie die Folgen auf Monotonie ((streng) monoton wachsend/fallend oder keine Monotonie), Beschränktheit (nach oben/unten beschränkt bzw. beides oder beides nicht) und Konvergenz

a)  $a_n := n - \frac{1}{n}$

b)  $b_n := \frac{n^2+n}{n^2}$

c)  $c_n := (-1)^n \cdot \frac{n^2+n}{n^2}$

#### Aufgabe 10

Die Folge  $(a_n)$  sei definiert durch  $a_1 := 1$  und  $a_{n+1} := \sqrt{6 + a_n}$ .

a) Zeigen Sie mit Hilfe vollständiger Induktion die Ungleichung  $a_n \leq 3$ .

b) Beweisen Sie, dass die Folge  $(a_n)$  monoton wachsend ist.

c) Zeigen Sie, dass die Folge  $(a_n)$  konvergiert und bestimmen Sie ihren Grenzwert.