

Übungen zur Vorlesung
Algorithmen und Datenstrukturen
WiSe 2024/25
Blatt 2

Wichtige Hinweise:

- > Falls Sie bei der Bearbeitung einer Aufgabe größere Schwierigkeiten hatten und deswegen die Bearbeitung abgebrochen haben, so versuchen Sie bitte Ihre Schwierigkeiten in Form von Fragen festzuhalten. Bringen Sie Ihre Fragen einfach zur Vorlesung oder zur Übung mit!
- > Musterlösungen werden bei Bedarf in den Übungen besprochen!

Aufgabe 1:

Schreiben Sie ein Registermaschinenprogramm (inkl. Kommentierung), das bei Eingabe von $n \in \mathbb{N}$ den Wert $\sum_{i=0}^n i \in \mathbb{N}$ berechnet. Implementieren Sie zum Testen Ihres Registermaschinenprogramms ein Programm in einer Programmiersprache Ihrer Wahl (C, C++, Java, C#, Python), das ein Registermaschinenprogramm aus einer Textdatei einliest und anschließend simuliert.

Aufgabe 2:

Zeigen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

1. $13 + 37 + 4 = O(1)$
2. $2n^3 + 4n^2 + 8n + 3 = \Omega(n^3)$
3. $6^{-5}n^{1,25} = \Theta(\sqrt{n})$
4. $4^{n+1} = O(4^n)$
5. $4^{2n} = O(4^n)$
6. $2 \log(n!) = \Theta(n \log n)$
7. $2^n = O(n!)$
8. $n! = O(n^n)$

Hinweis: Für $n \rightarrow \infty$: $n! = \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n$ (Stirling-Formel)

Aufgabe 3:

Entwerfen und implementieren Sie einen Algorithmus für das MaxTeilSum-2d-Problem:

- Eingabe: a_{ij} mit $a_{ij} \in \mathbb{Z}$ für $i, j \in \{1, \dots, n\}, n \in \mathbb{N}$ (n^2 ganze Zahlen)

- Ausgabe:

$$s = \max_{1 \leq i_1 \leq i_2 \leq n, 1 \leq j_1 \leq j_2 \leq n} \sum_{i_1 \leq i \leq i_2, j_1 \leq j \leq j_2} a_{ij} \quad (\text{maximale 2-dimensionale Teilsumme})$$

Bestimmen Sie die Laufzeit Ihres Algorithmus! Schaffen Sie es, einen Algorithmus mit Laufzeit $O(n^3)$ oder sogar besser zu realisieren?

Aufgabe 4:

Zeigen oder widerlegen Sie die folgende Aussagen:

1. $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k^2}{2^k} = O(1)$
2. $n^m = O(\alpha^n)$ für alle $m \in \mathbb{N}$ und $\alpha > 1$
3. $n \ln n = O(n^{3/2})$
4. $5^{\log_3 n} = O(n^2)$