

Übungen zur Vorlesung  
**Algorithmen und Datenstrukturen**

WiSe 2024/25

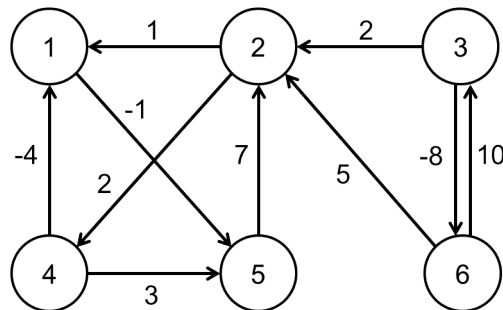
Blatt 13

Wichtige Hinweise:

- > Falls Sie bei der Bearbeitung einer Aufgabe größere Schwierigkeiten hatten und deswegen die Bearbeitung abgebrochen haben, so versuchen Sie bitte Ihre Schwierigkeiten in Form von Fragen festzuhalten. Bringen Sie Ihre Fragen einfach zur Vorlesung oder zur Übung mit!
- > Musterlösungen werden bei Bedarf in den Übungen besprochen!

**Aufgabe 1:**

Demonstrieren Sie die Funktionsweise des Floyd-Warshall-Algorithmus an dem folgenden Graphen und überprüfen Sie Ihre Demonstration anhand einer Implementierung in C, C++, Java, C# oder Python. Führen Sie neben der Distanzmatrix auch die jeweilige Vorgängermatrix mit.

**Aufgabe 2:**

Konstruieren Sie einen gerichteten, gewichteten Graphen  $G = (V, E)$  mit  $|V| = 4$  und  $|E| = 4$ , so dass die Anwendung des Floyd-Warshall-Algorithmus auf diesem Graphen in einer Iteration  $k$  in der Vorgängermatrix  $\pi^k$  an einer Stelle dazu führt, dass der Wert  $k - 1$  gesetzt wird. Demonstrieren Sie, dass Ihre Konstruktion richtig ist!

**Aufgabe 3:**

Beschreiben Sie die Implementierung eines Algorithmus, der für einen Dag  $G = (V, E)$  eine topologische Sortierung in Zeit  $O(|V| + |E|)$  berechnet, indem er in  $G$  wiederholt nach einem Knoten mit Eingangsgrad 0 sucht und diesen aus  $G$  inkl. seiner ausgehenden Kanten entfernt. Wie reagiert der Algorithmus auf Zyklen?

**Aufgabe 4:**

Sei  $G = (V, E)$  ein ungerichteter Graph. Ein geschlossener Kantenzug in  $G$ , der jeden Knoten genau einmal durchläuft, heißt Hamiltonkreis. Seien

- $\text{HK} = \{G \mid G \text{ ist ein ungerichteter Graph, der einen Hamiltonkreis enthält}\}$
- $\text{TSP} = \{(G, w, k) \mid G = (V, E) \text{ ist ein ungerichteter, vollständiger Graph mit}$   
 $w : E \rightarrow \mathbb{N}_0 \text{ und } G \text{ enthält eine Rundreise mit Gewicht höchstens } k \in \mathbb{N}\}$

Zeigen Sie, dass  $\text{HK} \leq_p \text{TSP}$ . Wann ist TSP NP-vollständig? Wann ist  $\text{HK} \in P$ ?