

## Hálózatok összekapcsolása

$k$  szolgáltató üzemeltet internet szolgáltatást. Összesen  $n$  szolgáltató központ van, mindegyik valamelyik szolgáltatóhoz tartozik. Minden szolgáltató kiépítette saját hálózatát úgy, hogy bármely két központja között lehet adatátvitelt megvalósítani a hálózaton keresztül. A  $k$  különálló hálózatot össze akarják kapcsolni úgy, hogy bármely két központ között lehessen átvitel (nem feltétlenül közvetlen), függetlenül attól, hogy melyik hálózathoz tartoznak. Az összekapcsolást úgy akarják megvalósítani, hogy bizonyos központok között új adatátviteli vonalat építenek ki. A megvalósításra pályázatot írtak ki, amire  $m$  pályázat érkezett. Minden pályázat három adatot tartalmaz:  $A, B, C$  ami azt jelenti, hogy a pályázó az  $A$  és a  $B$  központ között  $C$  költséggel építeni ki vonalat.

### Feladat

Ijunk olyan programot, amely kiszámítja, hogy mely pályázatokat kell elfogadni ahhoz, hogy a legkisebb összköltséggel összekapcsolják a hálózatokat!

### Bemenet

A **standard bemenet** első sora három egész számot tartalmaz, a csomópontok  $n$  számát ( $1 \leq n \leq 10\,000$ ), a hálózatok  $k$  számát ( $1 \leq k \leq n$ ) és az ajánlatok  $m$  számát ( $1 \leq m \leq 500\,000$ ). A központokat az  $1, \dots, n$  számokkal azonosítjuk. A következő  $k$  sor mindegyike egy-egy hálózathoz tartozó központok sorszámaikat tartalmazza egy-egy szóközzel elválasztva. Minden felsorolást egy 0 szám zár. Az ezt követő  $m$  sor mindegyike egy ajánlatot tartalmaz, három egész számot egy-egy szóközzel elválasztva:  $A \ B \ C$ , ami azt jelenti, hogy a pályázó az  $A$  és a  $B$  különböző hálózathoz tartozó két központ között  $C$  költséggel építeni ki vonalat ( $1 \leq C \leq 1\,000$ ).

### Kimenet

A **standard kimenet** első sora két egész számot tartalmazzon, a legkisebb  $P$  összköltséget, amellyel a hálózatok összekapcsolhatók és ennek megvalósításához elfogadandó pályázatok  $l$  számát. A második sor a kiválasztott  $l$  pályázat sorszámaikat tartalmazza egy-egy szóközzel elválasztva, tetszőleges sorrendben. Több megoldás esetén bármelyik megadható.

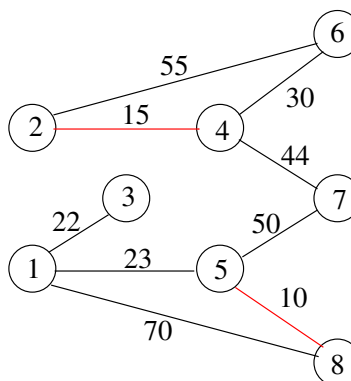
### Példa

#### Bemenet

```
8 3 9
1 2 0
3 4 5 0
6 7 8 0
2 6 55
2 4 15
1 3 22
1 5 23
1 8 70
5 8 10
5 7 50
7 4 44
4 6 30
```

#### Kimenet

```
25 2
2 6
```



### Korlátok

Időlimit: 0.5 mp.

Memórilimit: 32 MiB

Pontozás: a tesztesetek 40%-ában  $n < 1000$

## Megoldás

Tekintsük azt a  $G = (V, E, suly)$  irányítatlan súlyozott gráfot, ahol az élek  $suly : E \rightarrow N$  súlya a két pont között kiépítendő vonal költsége. Tekintsük úgy, hogy a súly érték 0 minden olyan  $u, v$  párra, ahol  $u$  és  $v$  ugyanazon hálózathoz tartozik. A megvalósításban azonban nem kell felvenni ezeket a 0 súlyú éleket, hanem az egy hálózathoz tartozó pontokat összevonjuk egy részhalmazzá a beolvasáskor. Tehát a Beolvas után ha  $u$  és  $v$  ugyanazon hálózathoz tartozik, akkor  $Holvan(u) = Holvan(v)$ .

A megvalósításhoz az UnioHolvan műveleteket használjuk. Az értékhalmoz kezdetben az egyelemű  $\{1, \dots, \{n\}$  részhalmazok (a gráf pontjai:  $1, \dots, n$ ).

$Holvan(x)$  művelet egy olyan  $Nx$  értéket ad eredményül, amely azt a részhalmazt reprezentálja, amelynek  $x$  eleme. Tehát ha  $x$  és  $y$  ugyanazon részhalmaz elemei, akkor  $Holvan(x) = Holvan(y)$ . Az  $Unio(Nx, Ny)$  egyesíti azt a két diszjunkt részhalmazt, amelyeknek  $Nx$  és  $Ny$  a reprezentánsa. A gráf éleit a  $G$  tömb tartalmazza.

Beolvas

rendezzük az éleket suly szerint növekvőre

fael:=0 //a minimális feszítőfa éleinek száma

okolts:=0

**ciklus i:=1-től m-ig**

$Nx := Holvan(G[i].p)$

$Ny := Holvan(G[i].q)$

**ha**  $Nx \neq Ny$  **akkor**

$Unio(Nx, Ny)$

$Fa[fael] := i$

$fael := fael + 1$

$okolts := okolts + G[i].suly$

**elágazás vége**

**ciklus vége**

$Ki\acute{r}(okolts, ' ', fael)$

$Ki\acute{r}(Fa)$

## Megvalósítás C++ nyelven

```
1  #include <iostream>
2  #include <algorithm>
3  #define MaxN 10000
4  #define MaxM 500000
5  using namespace std;
6
7  struct El{
8      int p,q,az;
9      long suly;
10 };
11 int n,k,m;
12 El G[MaxM];
13 int Apa[MaxN];
14
15 void UnioHolvan(int n);
16 int Holvan(int x);
17 int Unio(int Nx, int Ny);
18
19 void Beolvas(){
20     int x,y,Nx,Ny;
21     cin>>n>>k>>m;
22     UnioHolvan(n);
23     for(int i=1;i<=k;i++){
24         cin>>x;
25         Nx=Holvan(x);
26         while(true){
27             cin>>y;
28             if(y==0) break;
29             Ny=Holvan(y);
30             Nx=Unio(Nx,Ny);
31         }
32     }
33     for(int i=0;i<m;i++){
34         cin>>G[i].p>>G[i].q>>G[i].suly;
35         G[i].az=i+1;
36     }
37 }
38
39 bool rend_rel(const El a, const El b) {
40     return a.suly < b.suly;
41 }
42
43 int main(){
44     int fael=0 ;
45     int Np,Nq;
46     Beolvas();
47     sort(begin(G),begin(G)+m,rend_rel );
48
49     int okolts=0;
50     int Mego[n];
51     for (int i=0; i<m; i++){
52         Np = Holvan(G[i].p);
53         Nq = Holvan(G[i].q);
```

```
54     if (Np!=Nq){
55         Mego[fael++]=G[i].az;
56         Unio(Np,Nq);
57         okolts+=G[i].suly;
58     }
59 }
60 cout<<okolts<<"_ "<<fael<<endl;
61 for(int i=0;i<fael;i++)
62     cout<<Mego[i]<<"_ ";
63 cout<<endl;
64 }//main
65 void UnioHolvan(int n){
66     for (int x = 1; x <= n; ++x)
67         Apa[x] = -1;
68 }
69 int Holvan(int x){
70     int Nx = x;
71     while (Apa[Nx] > 0)
72         Nx = Apa[Nx];
73     int y = x;
74     //úttömörítés
75     while (x != Nx){
76         y = Apa[x];
77         Apa[x] = Nx;
78         x = y;
79     }
80     return Nx;
81 }
82 int Unio(int Nx, int Ny){
83     if (Nx == Ny)
84         return Nx;
85     if (Apa[Nx] > Apa[Ny]){//egyesítés a nagyobbikhoz
86         int z = Nx;
87         Nx = Ny;
88         Ny = z;
89     }
90     Apa[Nx] += Apa[Ny];
91     Apa[Ny] = Nx;
92     return Nx;
93 }
```