

ЛЬВІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ІВАНА ФРАНКА

Г. ЗЛОБІН

СИСТЕМИ КОМП'ЮТЕРНОЇ МАТЕМАТИКИ В НАУКОВИХ  
ДОСЛІДЖЕННЯХ

завдання до лабораторних робіт

Львів — 2013

У практикумі подані завдання до лабораторних робіт з курсу “Системи комп’ютерної математики в наукових дослідженнях” для студентів четвертого курсу факультету електроніки Львівського національного університету імені Івана Франка.

Для студентів старших курсів університетів.

Рецензенти:

Рекомендовано до використання у навчальному процесі на засіданні кафедри радіофізики. Протокол №\_\_ від \_\_.\_\_.20\_\_ р.

Права авторів застережено.

Використання усього тексту посібника або його фрагментів у інших (електронних або друкованих) документах можливо лише за згодою авторів.

## Зміст

### Частина I. СКМ Scilab

Лабораторна робота № 1.1. Робота з комплексними числами 4

Лабораторна робота № 1.2. Ряд Фур'є 5

Лабораторна робота № 1.3. Дослідження вільних коливань лінійних динамічних систем 6

Лабораторна робота № 1.4. Дослідження вимушених коливань лінійних динамічних систем 6

Лабораторна робота № 1.5. Дослідження коливань нелінійних динамічних систем 6

### Частина II. СКА MAXIMA

Лабораторна робота № 2.1. Робота з комплексними числами 8

Лабораторна робота № 2.2. Ряд Фур'є 11

Лабораторна робота № 2.3. Дослідження вільних коливань лінійних динамічних систем 11

Лабораторна робота № 2.4. Дослідження вимушених коливань лінійних динамічних систем 12

Лабораторна робота № 2.5. Дослідження коливань нелінійних динамічних систем 13

### Додатки

Додаток 1. Розбиття простору параметрів автогенератора із жорстким самозбудженням 14

Додаток 2. Зони нестійкості рівняння Мат'є 14

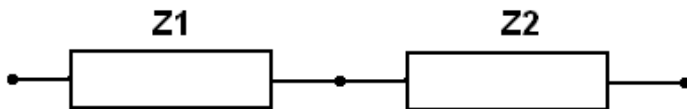
Додаток 3. Нарахування балів поточної успішності за виконані лабораторні роботи 15

## Частина I. СКМ Scilab

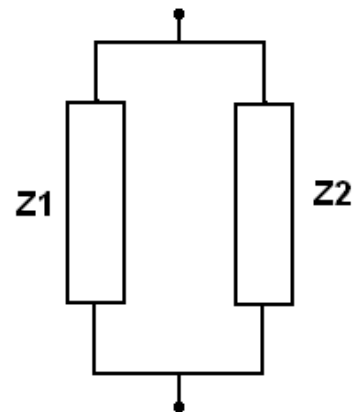
### Лабораторна робота № 1.1. Робота з комплексними числами

Для заданого викладачем електричного кола знайдіть комплексний коефіцієнт передачі кола. Для виконання завдання використайте формули для комплексних опорів  $Z_R=R$ ,  $Z_C=1/(i\omega C)$ ,  $Z_L = i\omega L$  та формули паралельного і послідовного сполучення опорів

$$Z = Z_1 + Z_2$$

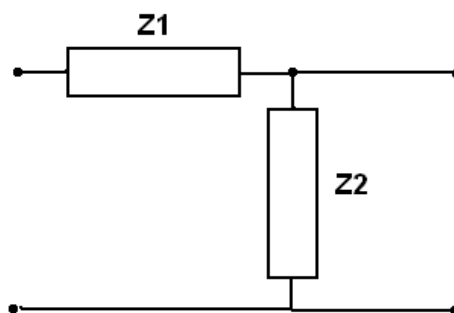


$$z = (z_1 * z_2) / (z_1 + z_2)$$



Поєднуючи формули послідовного і паралельного сполучення опорів зведіть задане коло до такого вигляду

$$K(i\omega) = Z_2 / (Z_1 + Z_2)$$



Для заданих параметрів кола обчисліть модуль коефіцієнта передачі кола як функцію частоти. Побудуйте графік модуля коефіцієнта передачі кола у заданому викладачем діапазоні частот.

## Лабораторна робота № 1.2. Ряд Фур'є

Завдання до роботи:

Ряд Фур'є широко використовують для задання періодичних процесів

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \cdot \cos(\omega \cdot k \cdot t) + b_k \cdot \sin(\omega \cdot k \cdot t)]$$

де  $\omega = 2\pi/T$ , а коефіцієнти  $a_0, a_k, b_k$  задаються співвідношеннями

$$a_0 = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T s(t) dt$$

$$a_k = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T s(t) \cos(\omega \cdot k \cdot t) dt$$

$$b_k = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T s(t) \sin(\omega \cdot k \cdot t) dt$$
$$k=0,1,2,\dots$$

У цій для роботи використовується скінченна сума ряду Фур'є

$$s_M(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^M [a_k \cdot \cos(\omega \cdot k \cdot t) + b_k \cdot \sin(\omega \cdot k \cdot t)]$$
$$k=0,1,2,\dots,M$$

Числові значення означених інтегралів, які задають коефіцієнти  $a_0, a_k, b_k$ , можна обчислити за методом прямокутників

$$a_0 = \frac{2 \cdot h}{T} \cdot \sum_{i=1}^N s(t_i)$$

$$a_k = 2 \frac{h}{T} \sum_{i=1}^N s(t_i) \cdot \cos(\omega \cdot k \cdot t_i)$$

$$b_k = 2 \frac{h}{T} \sum_{i=1}^N s(t_i) \cdot \sin(\omega \cdot k \cdot t_i)$$

1.

$$t_i = (i-1)h, i=1,2,3,\dots,N$$

### Частина I.

Для заданого викладачем сигналу обчисліть значення  $a_0$ , та десяти гармонік  $a_k, b_k$ .

### Частина II.

Підрахуйте суму десяти гармонік ряду Фур'є та побудуйте її графік.

### Лабораторна робота № 1.3. Дослідження вільних коливань лінійних динамічних систем

Завдання до роботи:

Користуючись функцією ode знайдіть частковий розв'язок дифрівняння.

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} + x = 0$$

Числові параметри задаються викладачем

$\delta$	$x(0)$	$\frac{dx(0)}{dt}$

Побудуйте фазовий портрет системи (графік залежності  $dx/dt$  від  $x$ ) .

### Лабораторна робота № 1.4. Дослідження вимушених коливань лінійних динамічних систем

Завдання до роботи: Користуючись функцією ode знайдіть періодичний розв'язок заданого викладачем дифрівняння. Побудуйте його графік.

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} + x = \gamma \sin \nu t$$

Числові параметри задаються викладачем

$\delta$	$x(0)$	$\frac{dx(0)}{dt}$	$\gamma$	$\nu$

### Лабораторна робота № 1.5. Дослідження коливань нелінійних динамічних систем

Завдання до роботи:

Користуючись функцією ode отримайте розв'язок заданого викладачем нелінійного дифрівняння та побудуйте задані викладачем графіки.

Варі-ант	Дифрівняння	Примітка
1	$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} + \sin x = \gamma_0$	Система ФАПЧ
2	$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} + \sin(x) = \gamma_0 + \gamma \sin \nu t$	Неавтономна система ФАПЧ

3	$\frac{d^2 x}{dt^2} - \delta(1 - x^2) \frac{dx}{d\theta} + x = 0 \quad \delta \in [0.1; 5]$	Автогенератор Ван дер Поля
4	$\frac{d^2 x}{dt^2} - (\lambda - \gamma x^2 - x^4) \frac{dx}{dt} + x = 0$ (числові параметри із додатку 1)	Автогенератор з жорстким самозбудженням
5	$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\delta(1 + \beta x^2) \frac{dx}{dt} + (1 + m \cos(\omega_n t))x = 0$ (числові параметри із додатку 2)	Параметричний генератор
6	$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{d\theta} - \frac{x}{2}(1 - x^2) = a * \cos(0.8t) \quad a \in [1; 15]$	Система із можливістю виникнення стохастичних рухів
7	$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} + \sin x = a \cos(x) \cos(0.8t) \quad a \in [1; 15]$	Система із можливістю виникнення стохастичних рухів

## Частина II. СКА MAXIMA

### Лабораторна робота № 2.1. Робота з комплексними числами

Завдання до роботи:

#### Частина I.

Для заданих варіантів запишіть комплексне число у декартовій формі, у полярній формі, знайдіть його дійсну, уявну частини, модуль, аргумент спочатку аналітично у зошиті, а потім з використанням СКМ Maxima.

№	Завдання
1	$(3+5i)*(7+2i)$ , $(3+5i)/(7+2i)$
2	$(3+4i)*(5+2i)$ , $(3+4i)/(5+2i)$
3	$(4-2i)*(-2+i)$ , $(4-2i)/(-2+i)$
4	$(-3+i)*(5-i)$ , $(-3+i)/(5-i)$
5	$(5-3i)*(-3-2i)$ , $(5-3i)/(-3-2i)$
6	$(-3+i)*(4-2i)$ , $(-3+i)/(4-2i)$
7	$(4+4i)*(3+5i)$ , $(4+4i)/(3+5i)$
8	$(-1-i)*(-1+i)$ , $(-1-i)/(-1+i)$
9	$(1+i)*(1-i)$ , $(1+i)/(1-i)$
10	$(1+i)^3$ , $(1+i)^{-3}$
11	$(1-2i)*(1+2i)$ , $(1-2i)/(1+2i)$
12	$1/(1+3i)^2$ , $(1+3i)^2$
13	$(2-2i)*(2+i)$ , $(2-2i)/(2+i)$
14	$(3-i)*(-1+2i)$ , $(3-i)/(-1+2i)$
15	$(1-3i)*(1+3i)$ , $(1+3i)/(1-3i)$
16	$(3-2i)*(2-3i)$ , $(3-2i)/(2-3i)$
17	$(3+4i)*(5+2i)$ , $(3+4i)/(5+2i)$
18	$(2+5i)*(7+2i)$ , $(2+5i)/(7+2i)$
19	$(3+5i)*(7+2i)$ , $(3+5i)/(7+2i)$
20	$(2+9i)*(7+2i)$ , $(2+9i)/(7+2i)$

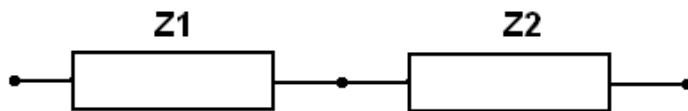


**Частина II. Знайти дійсну та уявну частини числа**

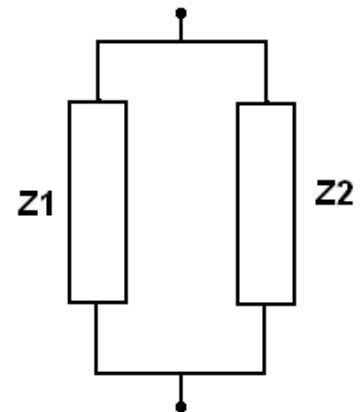
№	Завдання	Ваша відповідь
1	$e^{i2\pi}$	
2	$e^{i\pi}$	
3	$e^{\frac{3\pi}{2}i}$	
4	$e^{\frac{i\pi}{2}}$	
5	$e^{\frac{i\pi}{3}}$	
6	$e^{\frac{i\pi}{4}}$	
7	$e^{i\frac{\pi}{5}}$	
8	$e^{i\frac{\pi}{6}}$	
9	$e^{\frac{i\pi}{10}}$	
10	$e^{\frac{i\pi}{12}}$	
11	$e^{\frac{i\pi}{15}}$	
12	$e^{\frac{i\pi}{9}}$	
13	$e^{i2\pi}$	
14	$e^{i\pi}$	
15	$e^{\frac{3\pi}{2}i}$	
16	$e^{\frac{i\pi}{2}}$	
17	$e^{\frac{i*\pi}{14}}$	
18	$e^{\frac{i*\pi}{16}}$	
19	$e^{\frac{i*\pi}{18}}$	
20	$e^{\frac{i*\pi}{20}}$	

**Частина III.** Для заданого викладачем електричного кола знайдіть комплексний коефіцієнт передачі кола. Для виконання завдання використайте формули для комплексних опорів  $Z_R=R$ ,  $Z_C=1/(i\omega C)$ ,  $Z_L = i\omega L$  та формули паралельного і послідовного сполучення опорів

$$Z = Z_1 + Z_2$$

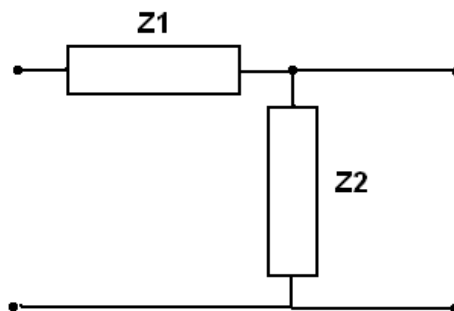


$$z = (z_1 * z_2) / (z_1 + z_2)$$



Поєднуючи формули послідовного і паралельного сполучення опорів зведіть задане коло до такого вигляду

$$K(i\omega) = Z_2 / (Z_1 + Z_2)$$



Для заданих параметрів кола обчисліть модуль коефіцієнта передачі кола як функцію частоти.

**Частина IV.** Для знайденого модуля коефіцієнта передачі обчисліть границі для  $\omega \rightarrow 0$ ,  $\omega \rightarrow \infty$

**Частина V.** Побудуйте графік модуля коефіцієнта передачі кола у заданому викладачем діапазоні частот.

## Лабораторна робота № 2.2. Ряд Фур'є

Завдання до роботи:

### Частина I.

Для заданого викладачем сигналу отримайте вирази для  $a_0$ ,  $a_k$ ,  $b_k$ . Збережіть отримані вирази у файл для використання в ЛР4. Для заданого значення періоду отримайте числові значення  $a_0$ , та десяти гармонік  $a_k$ ,  $b_k$ .

### Частина II.

Підрахуйте суму десяти гармонік ряду Фур'є та побудуйте графік.

## Лабораторна робота № 2.3. Дослідження вільних коливань лінійних динамічних систем

Завдання до роботи:

### Частина I.

Користуючись функцією `ode` знайдіть частковий розв'язок дифрівняння.

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} + x = 0$$

Числові параметри задаються викладачем

$\delta$	$x(0)$	$\frac{dx(0)}{dt}$

Побудуйте фазовий портрет системи.

### Частина II.

Для завдання із частини I знайдіть частковий розв'язок заданого викладачем дифрівняння користуючись функцією `desolve`. Побудуйте фазовий портрет.

## Лабораторна робота № 2.4. Дослідження вимушених коливань лінійних динамічних систем

Завдання до роботи:

### Частина I.

Користуючись функцією ode2 або desolve (за вибором викладача) знайдіть періодичний розв'язок заданого викладачем дифрівняння. Побудуйте його графік.

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} + x = \gamma \sin \nu t$$

Числові параметри задаються викладачем

$\delta$	$x(0)$	$\frac{dx(0)}{dt}$	$\gamma$	$\nu$

### Частина II.

Для сигналу із ЛР2 отримайте вирази для реакції заданого викладачем дифрівняння на гармоніки сигналу.

### Частина III.

Підрахуйте суму десяти гармонік ряду Фур'є та побудуйте графік періодичного розв'язку дифрівняння у випадку негармонічного збудження.

## Лабораторна робота № 2.5. Дослідження коливань нелінійних динамічних систем

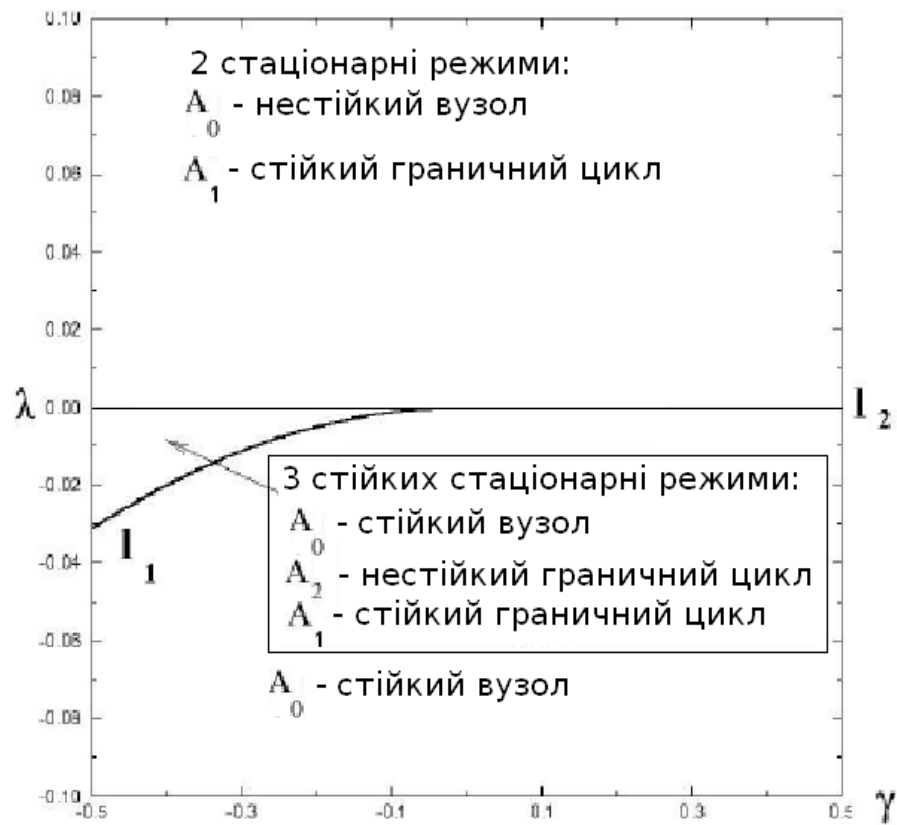
Завдання до роботи:

Користуючись функцією rk отримайте розв'язок заданого викладачем нелінійного диференціального рівняння та побудуйте задані викладачем графіки.

Варіант	Диференціальне рівняння	Примітка
1	$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} + \sin x = \gamma_0$	Система ФАПЧ
2	$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} + \sin(x) = \gamma_0 + \gamma \sin \nu t$	Неавтономна система ФАПЧ
3	$\frac{d^2 x}{dt^2} - \delta(1-x^2) \frac{dx}{d\theta} + x = 0 \quad \delta \in [0.1; 5]$	Автогенератор Ван дер Поля
4	$\frac{d^2 x}{dt^2} - (\lambda - \gamma x^2 - x^4) \frac{dx}{dt} + x = 0$ (числові параметри із додатку 1)	Автогенератор з жорстким самозбудженням
5	$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\delta(1+\beta x^2) \frac{dx}{dt} + (1+m \cos(\omega_n t))x = 0$ (числові параметри із додатку 2)	Параметричний генератор
6	$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{d\theta} - \frac{x}{2}(1-x^2) = a \cos(0.8t)$ $a \in [1; 15]$	Система із можливістю виникнення стохастичних рухів
7	$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} + \sin x = a \cos(x) \cos(0.8t)$ $a \in [1; 15]$	Система із можливістю виникнення стохастичних рухів

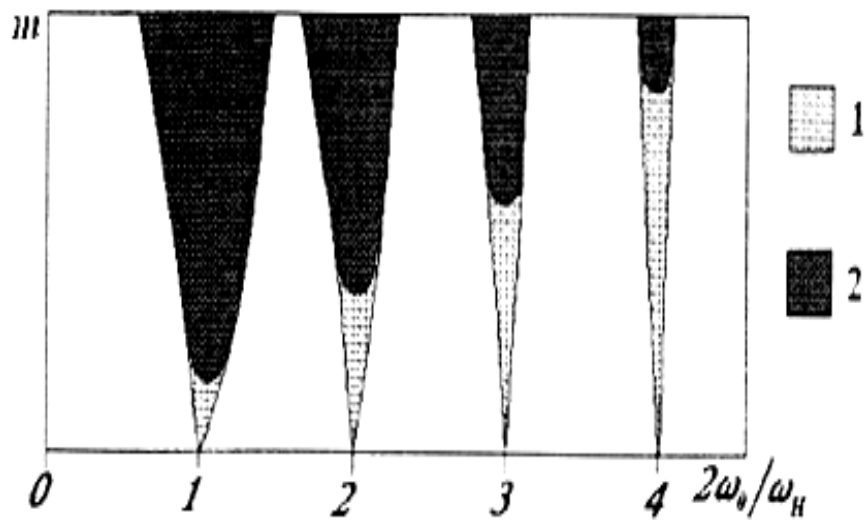
Додаток 1.

Розбиття простору параметрів автогенератора із жорстким самозбудженням



Додаток 2.

Зони нестійкості рівняння Мат'є



1 — контур без втрат, 2 - контур із втратами

Додаток 3.

Нарахування балів поточної успішності за виконані лабораторні роботи

№ роботи	Сума балів за виконану роботу
Частина I. СКМ Scilab	
ЛР 1.1	4
ЛР 1.2	6 (кожна частина по 3 бали $2 \cdot 3 = 6$ )
ЛР 1.3	5
ЛР 1.4	5
ЛР 1.5	5
Реферат “Створення графічних додатків в Scilab”	35
Всього:	60
Частина II. СКА MAXIMA	
ЛР 2.1	10 (кожна частина по 2 бали $5 \cdot 2 = 10$ )
ЛР 2.2	6 (кожна частина по 3 бали $2 \cdot 3 = 6$ )
ЛР 2.3	6 (кожна частина по 3 бали $2 \cdot 3 = 6$ )
ЛР 2.4	12 (кожна частина по 4 бали $3 \cdot 4 = 12$ )
ЛР 2.5	6
Всього:	40
Всього:	100