

Міністерство освіти і науки України
Львівський національний університет імені Івана Франка
Кафедра оптоелектроніки та інформаційних технологій

Звіт
про виконання
лабораторної роботи № 7
МАКСИМІННИЙ КРИТЕРІЙ

Виконала
студентка групи ФЕІ - 41
Литвин Віра

Перевірив
доц. Рихлюк С.В.

Львів - 2013

Мета роботи:

Засвоїти використання максимінного критерію у задачах теорії прийняття рішень.

Обладнання та програмне забезпечення:

- IBM сумісна персональна обчислювальна машина;
- програмне забезпечення: C++, Turbo Pascal.

Завдання до роботи:

Написавши програму для ПЕОМ, котра реалізує наступні функції:

- ввід набору альтернатив та нормативних значень критеріїв;
- відображення оптимальної альтернативи за максимінним критерієм.

Короткі теоретичні відомості:

У методі максимінного згортання глобальний критерій визначається як:

$$Q(x) = \min_{i=1,n} \lambda_i Q_i(x) \Rightarrow \text{Max}_{x \in X}, \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1, \lambda_i > 0, i = \overline{1, n}.$$

На значення глобального критерію впливає лише той частковий критерій, який має у відповідній точці найменше значення. Береться до уваги лише «найгірший» випадок, тому значення $Q(x)$ визначає гарантовану нижню оцінку для всіх часткових критеріїв. Зрозуміло, що цей критерій можна застосовувати й у нормованому вигляді:

$$Q(x) = \min_{i=1,n} \lambda_i \left(\frac{Q_i(x) - Q_i^{\min}}{Q_i^{\max} - Q_i^{\min}} \right) \Rightarrow \text{Max}_{x \in X}, \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1, \lambda_i > 0, i = \overline{1, n}.$$

У проектуванні використовують різновид критерію максимінного згортання, у якому задано нормативні значення параметрів Q^* , яких бажано дотримуватися:

$$Q(x) = \min_{i=1,n} \frac{Q_i(x)}{Q_i^*} \Rightarrow \text{Max}_{x \in X}.$$

Зміст цього критерію очевидний: за певного значення x ми будемо мати найгірше значення відношення, і умова максимізації глобального критерію означатиме вибір такої системи конструктивних параметрів, яка максимізує відношення значення складового критерію до його контрольного значення. Для задач такого типу не обов'язково задавати критерій безпосередньо. У багатьох випадках вимоги до системи, що проектується, формують у вигляді системи нерівностей:

$$Q_i(x) \leq Q_i^*, i = \overline{1, n}.$$

У цьому випадку для побудови глобального критерію потрібна додаткова інформація. Увівши додаткові змінні, зведемо систему нерівностей (2) до канонічного вигляду:

$$Q_i(x) + z_i(x) = Q_i^*, \quad i = \overline{1, n}.$$

Додаткові змінні доцільно розглядати як «невикористаний ресурс», якщо значення $z_i(x)$ розглядати як «запас ресурсу», тобто в проектуванні $z_i(x)$ – це по суті запас міцності i -го конструктивного параметра. У такій інтерпретації, слід забезпечити якомога більший запас міцності для конструктивних параметрів. Це та додаткова інформація, що дає змогу конкретизувати глобальний критерій оптимальності. Отже, у цьому разі задачу формулюють як багатокритерійну задачу максимізації всіх «запасів міцності»:

$$z_i(x) \Rightarrow \max, \quad i = \overline{1, n}.$$

Тому можна припустити, що доцільно мати якомога більший запас міцності для всіх конструктивних параметрів з урахуванням їх важливості, тобто максимізувати мінімальний із них (вагові коефіцієнти дають змогу брати до уваги різну важливість конструктивних параметрів і по суті нормують часткові критерії за значенням). Отже, одержимо максимінне згортання та, як наслідок, задачу у вигляді:

$$Q(x) = \min_{i=1, n} \lambda_i (Q_i^* - Q_i(x)) \Rightarrow \max.$$

Змістовне значення вагових коефіцієнтів $\lambda_i, 1, 0$ і $\lambda_i \rightarrow 0$ полягає в тому, що обернені до них величини $1/\lambda_i$ – це еквівалентні прирости критеріїв $Q_i(x)$ із погляду децидента: збільшення значення критерію $Q_i(x)$ на $1/\lambda_i$, еквівалентне збільшенню значення критерію $Q_i(x)$ на $1/\lambda_i$.

За допомогою критеріїв максимінного типу, змінюючи значення вагових коефіцієнтів, можна досліджувати область слабоефективних розв'язків (оптимальних за Слейтером), а для деяких задач – і область розв'язків, оптимальних за Парето, у найзагальнішому випадку неопуклої множини значень векторного критерію. Звичайно, однокритерійні задачі, які доведеться розв'язувати при цьому, складні та найчастіше нелінійні, тобто така можливість у багатьох випадках залишається суто теоретичною. Окрім того, існують й інші методи згортання, зокрема метод ідеальної точки.

Виконання роботи:

- 1) Опрацьовуємо матеріал наведений в теоретичних відомостях.
- 2) Складаємо програму для визначення оптимальної альтернативи за максимінним критерієм.

Інтерфейс програми відображає всі наявні альтернативи та їх позначення у таблиці а також критерії оцінювання альтернатив та їх позначення у таблиці.

Оцінки альтернатив та нормативні значення критеріїв формуються випадковим чином, тому в результатах роботи програми наведено кілька прикладів визначення оптимальної альтернативи за максимінним критерієм для кількох різних оцінок наборів та нормативних значень критеріїв.

Код основної частини програми наведено нижче.

```
public partial class MaxMinForm : Form
{
    private int qCount;
    private int aCount;
    public MaxMinForm()
    {
        qCount = 5;
        aCount = 10;
        InitializeComponent();
        MaxMinDataGV.ColumnCount = aCount + 1;
        MaxMinDataGV.RowCount = qCount + 3;
    }
    private void Solve_Click(object sender, EventArgs e)
    {
        MaxMinDataGV[0, 0].Value = "Критерій/Альтернатива";
        for (int i = 1; i <= qCount; i++)
            MaxMinDataGV[0, i].Value = "Q" + Convert.ToString(i);
        for (int i = 1; i <= aCount; i++)
            MaxMinDataGV[i, 0].Value = "A" + Convert.ToString(i);
        MaxMinDataGV[0, qCount + 1].Value = "min";
        double[][] data = new double[qCount][];
        for (int i = 0; i < qCount; i++)
            data[i] = new double[aCount];
        Random rand = new Random();
        for (int i = 0; i < qCount; i++)
        {
            int randValue = rand.Next(7) + 1;
            for (int j = 0; j < aCount; j++)
            {
                int randValue2 = rand.Next(7) + 1;
                MaxMinDataGV[j + 1, i + 1].Value = Convert.ToString(randValue2) + "/" +
                Convert.ToString(randValue);
                data[i][j] = ((double)randValue2) / (double)randValue;
            }
        }
        double minForColumn = int.MaxValue; ;
        double maxAmongFindedMins = int.MinValue;
        int maxColumntIndex = 0;
        for (int i = 0; i < aCount; i++)
        {
            minForColumn = int.MaxValue;
            for (int j = 0; j < qCount; j++)
            {
                if (minForColumn > data[j][i])
                {
                    minForColumn = data[j][i];
                    MaxMinDataGV[i + 1, qCount + 1].Value = MaxMinDataGV[i + 1, j +
1].Value;
```

```

    }
}
if (maxAmongFindedMins < minForColumn)
{
    maxAmongFindedMins = minForColumn;
    maxColumntIndex = i;
}
MaxMinDataGV[i+1, qCount + 2].Value = "";
}
MaxMinDataGV[maxColumntIndex + 1, qCount + 2].Value = "max";
}
}
}

```

Результати роботи програми:

Застосування максимінного критерію

Критерій/Альтернатива	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
Q1	2/2	7/2	5/2	7/2	2/2	2/2	4/2	1/2	6/2	6/2
Q2	7/3	7/3	1/3	5/3	1/3	5/3	3/3	1/3	1/3	2/3
Q3	4/4	7/4	6/4	1/4	2/4	3/4	7/4	2/4	6/4	3/4
Q4	4/6	1/6	5/6	2/6	6/6	4/6	5/6	7/6	3/6	5/6
Q5	1/2	1/2	7/2	5/2	7/2	2/2	4/2	2/2	4/2	2/2
min	1/2	1/6	1/3	1/4	1/3	4/6	5/6	1/3	1/3	2/3
							max			

Набір критеріїв

☒ Висота - Q1
☒ Розмір суцвіття - Q2
☒ Куцистість - Q3
☒ Тривалість цвітіння - Q4
☒ Розмаїтість кольору - Q5

Набір альтернатив

☒ Волошки - A1 ☒ Конюшина - A3 ☒ Бузок - A5 ☒ Хризантеми - A7 ☒ Черемха - A9
☒ Ромашки - A2 ☒ Чебрець - A4 ☒ Жасмин - A6 ☒ Розхідник - A8 ☒ Маки - A10

Розв'язати

Застосування максимінного критерію

Критерій/Альтернатива	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
Q1	6/3	3/3	4/3	3/3	1/3	3/3	5/3	2/3	6/3	1/3
Q2	7/3	5/3	5/3	5/3	2/3	4/3	7/3	2/3	3/3	3/3
Q3	3/7	3/7	1/7	5/7	7/7	1/7	3/7	3/7	6/7	4/7
Q4	4/4	2/4	6/4	3/4	7/4	5/4	2/4	3/4	4/4	5/4
Q5	2/5	3/5	5/5	3/5	3/5	4/5	2/5	2/5	5/5	2/5
min	2/5	3/7	1/7	3/5	1/3	1/7	2/5	2/5	6/7	1/3
									max	

Набір критеріїв

☒ Висота - Q1
☒ Розмір суцвіття - Q2
☒ Куцистість - Q3
☒ Тривалість цвітіння - Q4
☒ Розмаїтість кольору - Q5

Набір альтернатив

☒ Волошки - A1 ☒ Конюшина - A3 ☒ Бузок - A5 ☒ Хризантеми - A7 ☒ Черемха - A9
☒ Ромашки - A2 ☒ Чебрець - A4 ☒ Жасмин - A6 ☒ Розхідник - A8 ☒ Маки - A10

Розв'язати

Застосування максимінного критерію

Критерій/Альтернатива	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
Q1	3/4	2/4	2/4	4/4	2/4	3/4	2/4	1/4	2/4	7/4
Q2	5/4	7/4	6/4	5/4	4/4	5/4	7/4	2/4	4/4	1/4
Q3	1/7	4/7	6/7	5/7	6/7	5/7	7/7	1/7	4/7	2/7
Q4	5/2	3/2	2/2	5/2	3/2	1/2	2/2	1/2	4/2	5/2
Q5	3/3	7/3	2/3	4/3	1/3	2/3	6/3	4/3	3/3	7/3
min	1/7	2/4	2/4	5/7	1/3	1/2	2/4	1/7	2/4	1/4
				max						

Набір критеріїв

☒ Висота - Q1
☒ Розмір суцвіття - Q2
☒ Куцистість - Q3
☒ Тривалість цвітіння - Q4
☒ Розмаїтість кольору - Q5

Розв'язати

Набір альтернатив

☒ Волошки - A1 ☒ Конюшина - A3 ☒ Бузок - A5 ☒ Хризантеми - A7 ☒ Черемха - A9
☒ Ромашки - A2 ☒ Чебрець - A4 ☒ Жасмин - A6 ☒ Розхідник - A8 ☒ Маки - A10

Застосування максимінного критерію

Критерій/Альтернатива	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
Q1	6/7	5/7	6/7	5/7	4/7	5/7	5/7	1/7	3/7	4/7
Q2	4/3	5/3	3/3	6/3	7/3	1/3	6/3	5/3	1/3	4/3
Q3	4/4	7/4	6/4	1/4	2/4	7/4	5/4	7/4	4/4	3/4
Q4	4/6	1/6	7/6	3/6	1/6	5/6	3/6	3/6	1/6	3/6
Q5	3/3	5/3	4/3	3/3	1/3	2/3	7/3	5/3	7/3	3/3
min	4/6	1/6	6/7	1/4	1/6	1/3	3/6	1/7	1/6	3/6
			max							

Набір критеріїв

☒ Висота - Q1
☒ Розмір суцвіття - Q2
☒ Куцистість - Q3
☒ Тривалість цвітіння - Q4
☒ Розмаїтість кольору - Q5

Розв'язати

Набір альтернатив

☒ Волошки - A1 ☒ Конюшина - A3 ☒ Бузок - A5 ☒ Хризантеми - A7 ☒ Черемха - A9
☒ Ромашки - A2 ☒ Чебрець - A4 ☒ Жасмин - A6 ☒ Розхідник - A8 ☒ Маки - A10

Застосування максимінного критерію

Критерій/Альтернатива	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
Q1	5/1	2/1	3/1	3/1	1/1	2/1	4/1	4/1	2/1	3/1
Q2	5/5	1/5	5/5	3/5	7/5	7/5	7/5	2/5	7/5	3/5
Q3	7/2	5/2	4/2	3/2	7/2	4/2	2/2	6/2	6/2	4/2
Q4	4/2	3/2	4/2	3/2	5/2	5/2	3/2	2/2	5/2	1/2
Q5	3/2	6/2	4/2	6/2	3/2	3/2	3/2	7/2	5/2	7/2
min	5/5	1/5	5/5	3/5	1/1	7/5	2/2	2/5	7/5	1/2
						max				

Набір критеріїв

☒ Висота - Q1
☒ Розмір суцвіття - Q2
☒ Куцистість - Q3
☒ Тривалість цвітіння - Q4
☒ Розмаїтість кольору - Q5

Розв'язати

Набір альтернатив

☒ Волошки - A1 ☒ Конюшина - A3 ☒ Бузок - A5 ☒ Хризантеми - A7 ☒ Черемха - A9
☒ Ромашки - A2 ☒ Чебрець - A4 ☒ Жасмин - A6 ☒ Розхідник - A8 ☒ Маки - A10

Висновки:

Під виконання цієї лабораторної роботи було розглянуто алгоритм визначення оптимальної альтернативи за допомогою максимінного критерію та реалізовано його програмним чином.