Міністерство освіти та науки України

Львівський національний університет імені Івана Франка

Кафедра фізики напівпровідників

Звіт

про виконання

практичних робіт № 1 – 3

Дослідження спектру сигналів.
Графічне представлення АЧХ сигналу.

Низькочастотна Фур'є фільтрація.

Розрахунок рекурсивних режекторних фільтрів однієї частоти.

Виконала

студентка

групи ФЕІ 31

Литвин Віра

Перевірила

доц. Демків Л.С.

Львів 2013

№ варіанта	f_1, Гц	f_2, Гц	T_1, с	T_2, с	частота для розрахунку режекторного фільтра
8	230	80	2	1.5	230

Для роботи обрано середовище Mathcad 15.

Практична робота №1

Тема:

Дослідження спектру сигналів. Графічне представлення АЧХ сигналу.

Мета роботи:

використовуючи швидке перетворення Фур'є (FFT) побудувати графік АЧХ заданого сигналу.

Хід роботи:

Задаємо неперервний сигнал функцією f(x), відповідно до варіанту

$T0 := 0.01$

$f(x) := \cos(2\cdot\pi\cdot x\cdot 230) + \sin(2\cdot\pi\cdot x\cdot 80)$

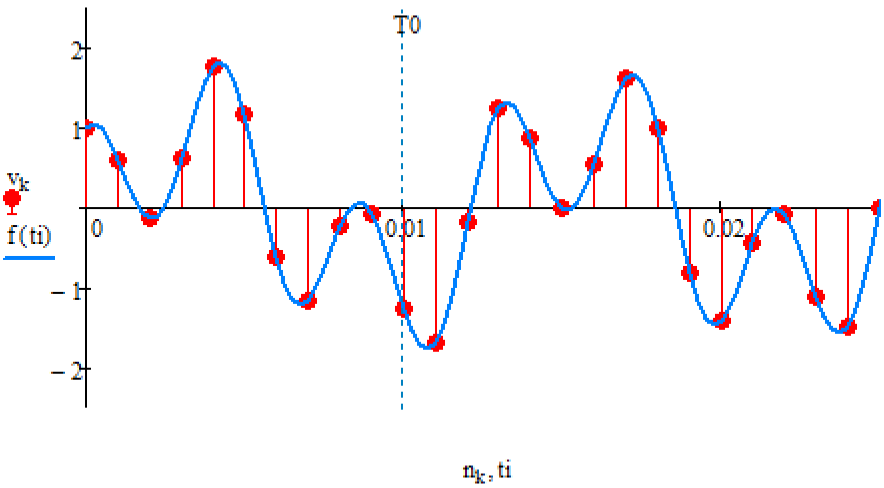
Для неперервного сигналу здійснюємо дискретизацію (табуляцію функції) з відповідним кроком по часу та записуємо результат у вектор.

$N0 := 512 \qquad fs := \frac{10}{T0}$

$k := 0..N0-1 \qquad n_k := \frac{k}{fs}$

$v_k := f(n_k) \qquad h := \frac{1}{4fs} \qquad ti := 0, h..20$

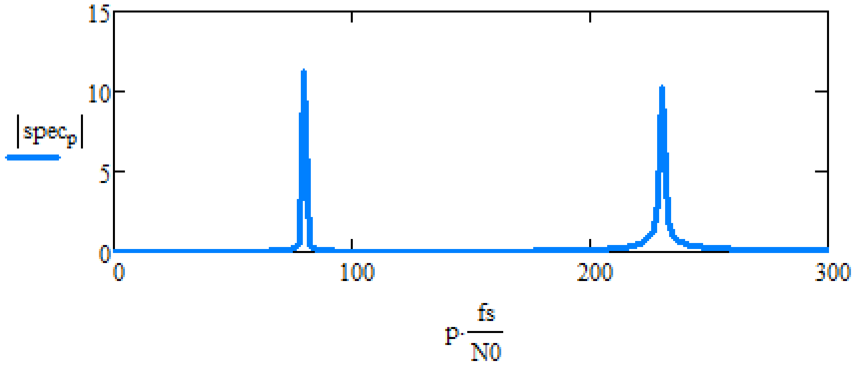
Графік заданого та продискретизованого сигналів



Далі, використовуючи перетворення Фур'є ми отримуємо новий вектор. Щоб побудувати графік АЧХ сигналу достатньо розглянути лише половину перетвореного вектора.

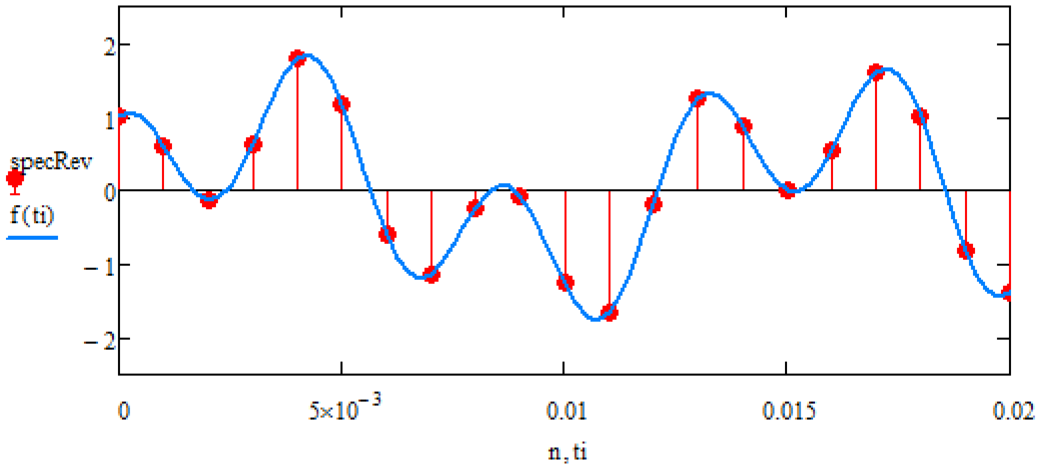
$spec := fft(v) \qquad p := 0..\frac{N0}{2}$

Спектр сигналу (АЧХ)



Щоб переконатися, що спектр знайдено правильно використаємо зворотнє перетворення Фур’є.

$specRev := ifft(spec)$



Висновок:

Отримана амплітудо-частотна характеристика відповідає сигналу, як бачимо з графіку, піки знаходяться на таких частотах, які відповідають частотам складових гармонічного сигналу.

Аналогічно для прямокутних та трикутних імпульсів.

Приклад для прямокутного сигналу:

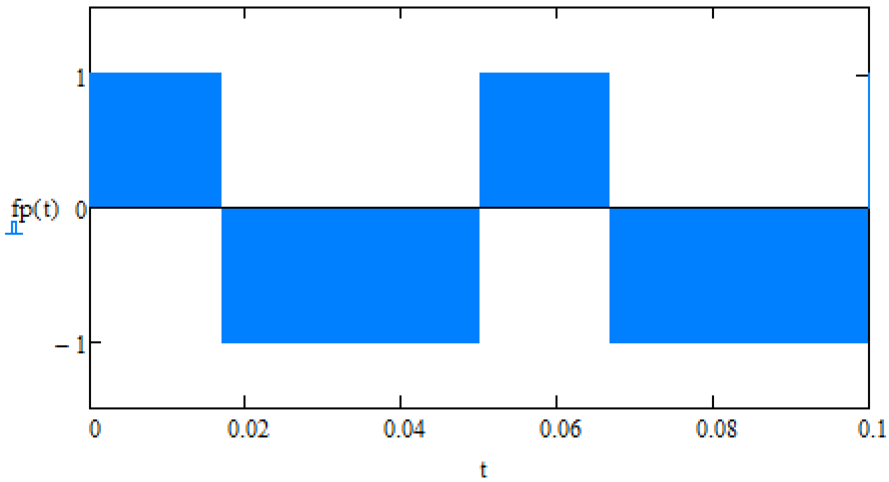
$T1 := 0.05 \qquad tau := \frac{2T1}{6} = 0.017$

$fs := \frac{60}{T1} \qquad n_k := \frac{k}{fs} \qquad h := \frac{1}{4 \cdot fs} \qquad t := 0, h .. 10$

$$fp(t) := \begin{cases} 1 & \text{if } 0 \le mod(t, T1) \le tau \\ -1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

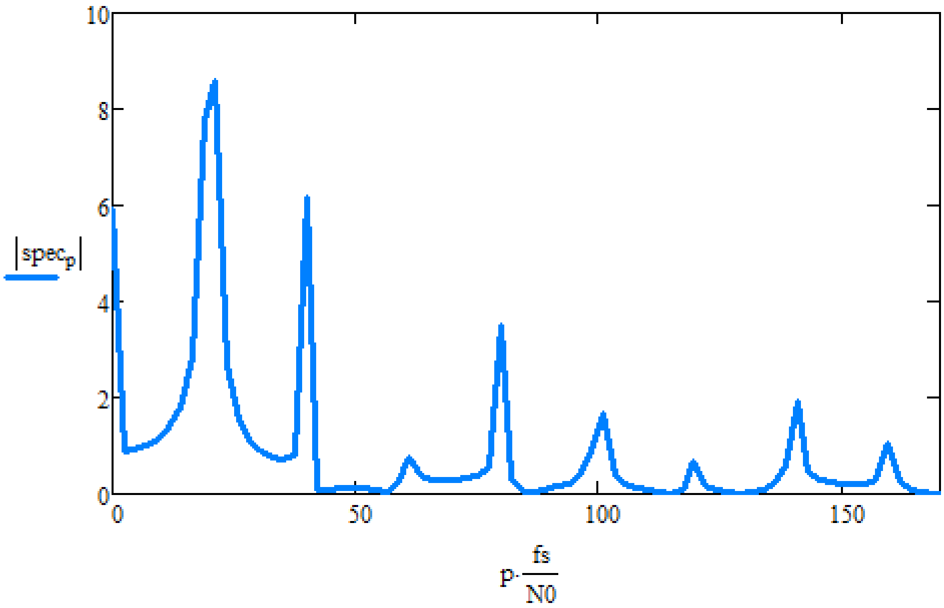
$v_k := fp(n_k)$

Графік сигналу до дискретизації:



Фільтрація : spec := fft(v)

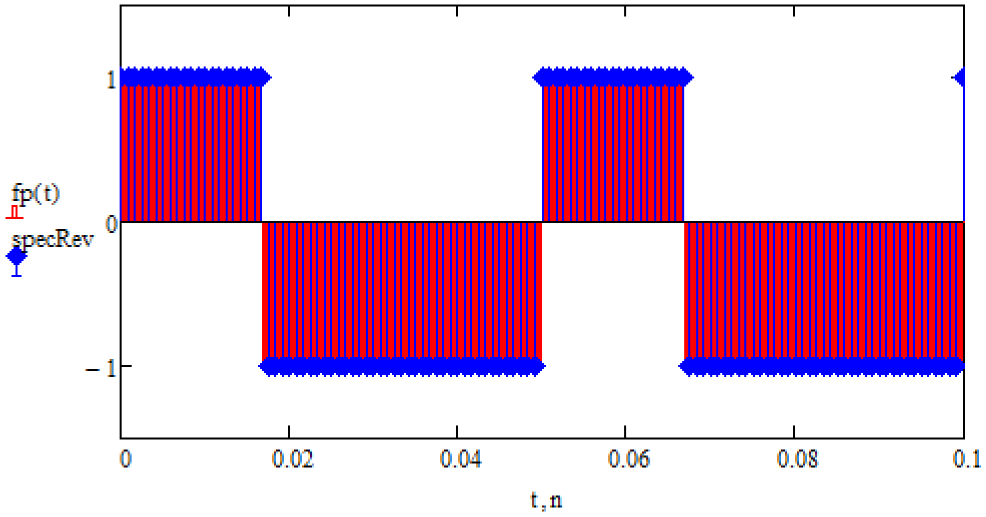
Графік АЧХ прямокутного сигналу:



Використовуємо зворотнє перетворення, щоб побачити сигнал після дискретизації.

specRev := ifft(spec)

Графік після дискретизації:



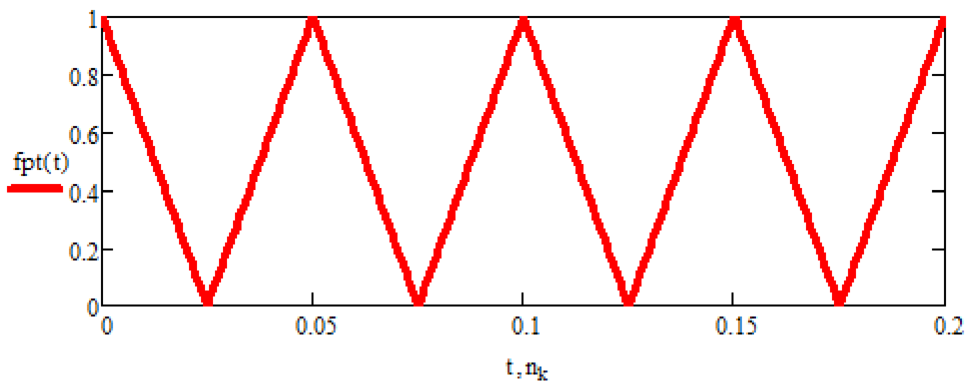
Приклад для трикутного сигналу:

$\underset{\sim\sim}{tau} := T1 \qquad \underset{\sim\sim}{fs} := \frac{30}{T1} \qquad n_k := \frac{k}{fs} \qquad \underset{\sim\sim}{h} := \frac{1}{4 \cdot fs} \qquad t := 0, h .. 10$

$$fpt(t) := \begin{vmatrix} 2 \cdot \frac{\left(mod\left(t + \frac{tau}{2}, T1\right)\right)}{tau} & \text{if } \frac{-tau}{2} \le mod\left(t + \frac{tau}{2}, T1\right) - \frac{tau}{2} \le 0 \\ -2 \cdot \frac{\left(mod(t, T1) + \frac{-tau}{2}\right)}{tau} & \text{if } 0 \le mod(t, T1) \le \frac{tau}{2} \\ 0 & \text{otherwise} \end{vmatrix}$$

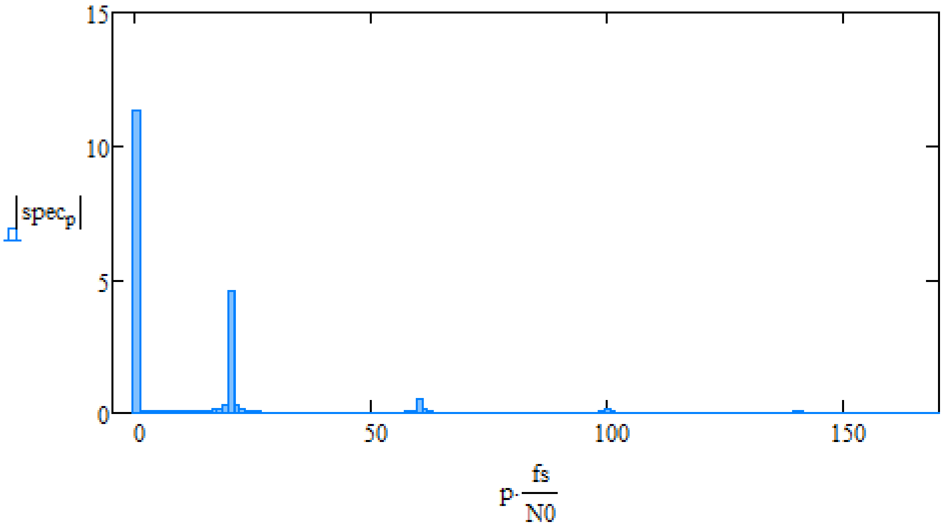
$v_k := fpt\left(n_k\right)$

Графік до дискретизації:



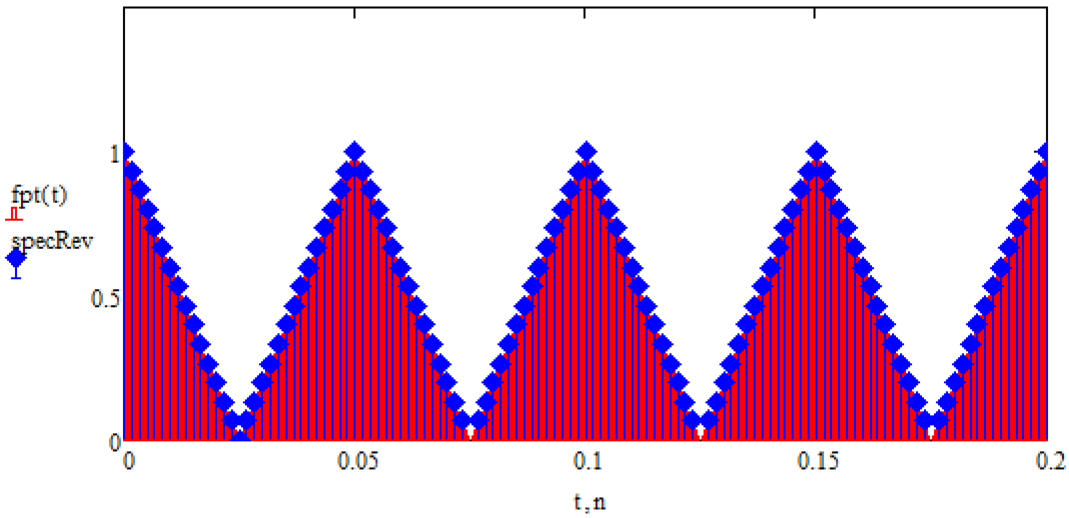
$\underset{\sim\sim}{spec} := fft(v)$

Спектр нашого трикутного сигналу:



specRev := ifft(spec)

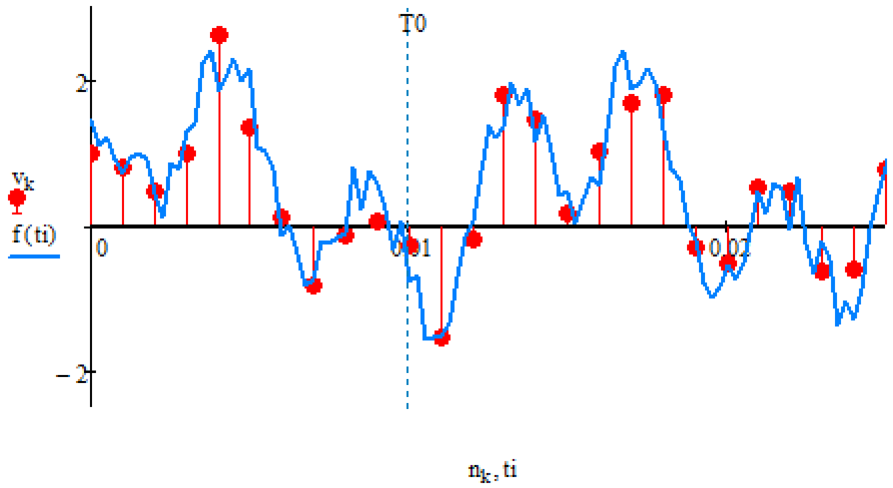
Графік після дискретизації:



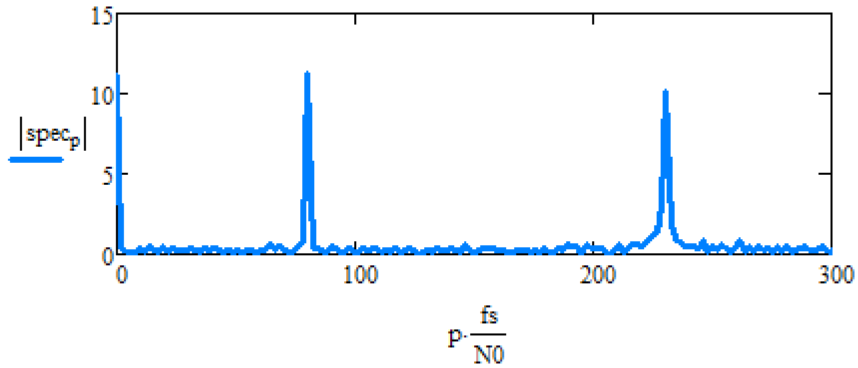
Додамо до нашого гармонічного сигналу, з першого прикладу, шум і побачимо, як змінились графіки функції-сигналу, та її спектр.

$$f(x) := \cos(2\cdot\pi\cdot x\cdot 230) + \sin(2\cdot\pi\cdot x\cdot 80) + \mathrm{rnd}(1)$$

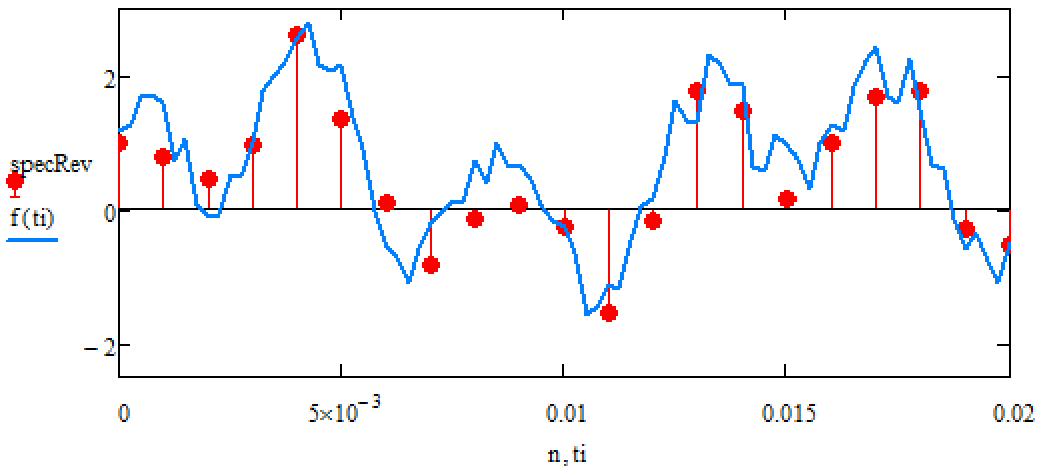
Графік функції – сигналу з шумом до дискретизації.



Спектр функції – сигналу з шумом.



Дискретизований графік функції – сигналу з шумом.



Практична робота №2

Тема:

Низькочастотна Фур'є фільтрація.

Хід роботи:

Задаємо неперевний сигнал.

$f(x) := \cos(2\cdot\pi\cdot x\cdot 230) + \sin(2\cdot\pi\cdot x\cdot 80) + rnd(3)$

Оскільки ми вокористовуємо швидке перетворення Фур'є, то кількість точок повинна бути кратною 2, тобто 2^n.

Нехай n = 2^7. Задамо це так:

$n := 0..127$

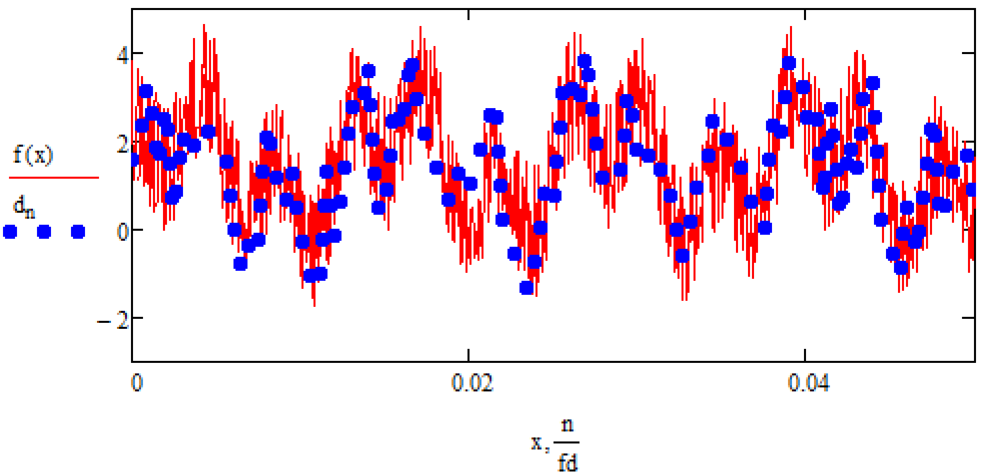
Частоту дискретизації обираємо велику, оскільки використовується великий шум.

$fd := 2000$

Для початку згенеруємо зразкові дані.

$d_n := f\left(\frac{1}{fd}\cdot n\right)$ $\qquad m1 := 0..64$

Побудуємо графіки.



Застосовуємо перетворення. В роботі фільтрація реалізована двома способами: за допомогою функції cfft, яка допускає довільну кількість аргументів, та функції fft (яка вимагає кількість аргументів 2^n).

$D1 := cfft(d)$ $\qquad DF := fft(d)$ $\qquad s1_{m1} := |m1 - 50| \le 30$

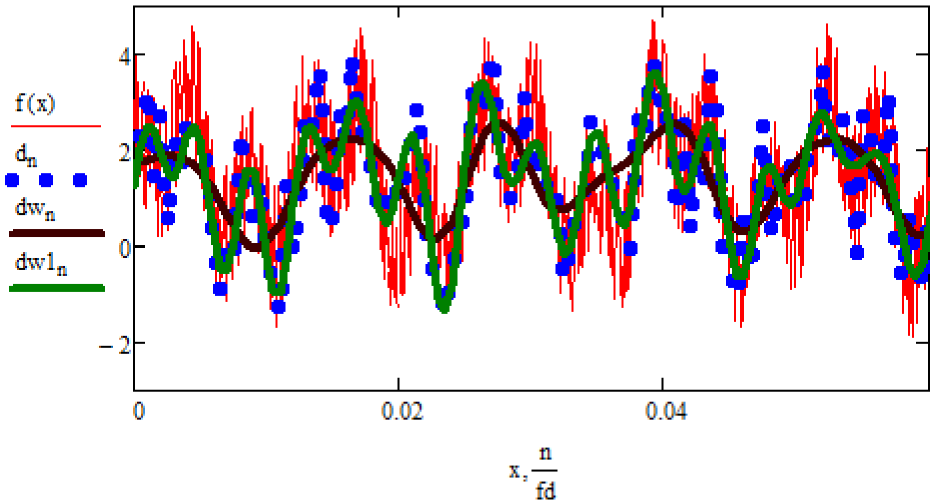
Тепер обнулюємо половину частот в середині смуги, залишаючи таким чином початок і кінець, тобто низькі частоти.

$DW_n := if(|n - 64| < 55, 0, D1_n)$ $\qquad length(DF) = 65$

Тепер використаємо зворотнє перетворення.

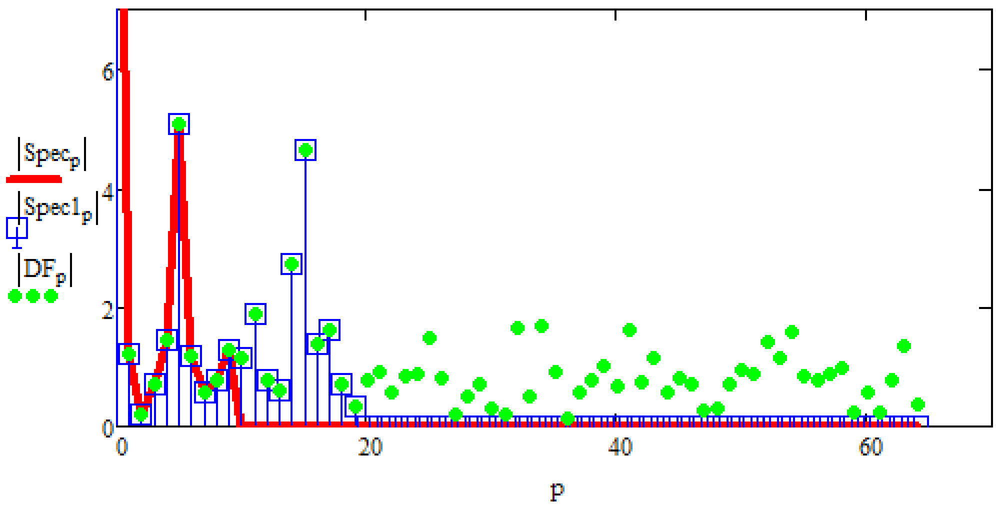
$dw := icfft(DW)$ $\qquad DW1_{m1} := (1 - s1_{m1}) \cdot DF_{m1}$ $\qquad dw1 := ifft(DW1)$

Побудуємо графіки після фільтрації.



Тепер побудуємо спектри згладженого сигналу.

$p := 0..64$ $\qquad Spec := cfft(dw)$ $\qquad Spec1 := cfft(dw1)$



Практична робота №3

Тема:

Низькочастотна Фур'є фільтрація.

Хід роботи:

Синтезуємо режекторний фільтр, тобто розрахуємо його коефіцієнти *а* і *в*, використавши вхідні дані відповідно до варіанту завдання.

$fk := 80 \qquad fs := 230 \qquad Td := 0.00 \qquad delta := 0.00$

$$fn := \frac{1}{2 \cdot delta} = 500$$

$$fi := \pi \cdot \frac{fs}{fn} = 1.445 \qquad fi1 := \pi \cdot \frac{fk}{fn} = 0.503$$

$r := 1.01$

$zn := \cos(fi) + \sin(fi) \cdot i$

$zp := r \cdot \cos(fi) + r \cdot \sin(fi) \cdot i$

$$mn := \frac{\left[1 + \frac{(1 + 2 \cdot Re(zp))}{r \cdot r}\right]}{(2 + 2 \cdot Re(zn))} = 0.99$$

$$b1 := -2 \cdot Re(zn) = -0.251$$

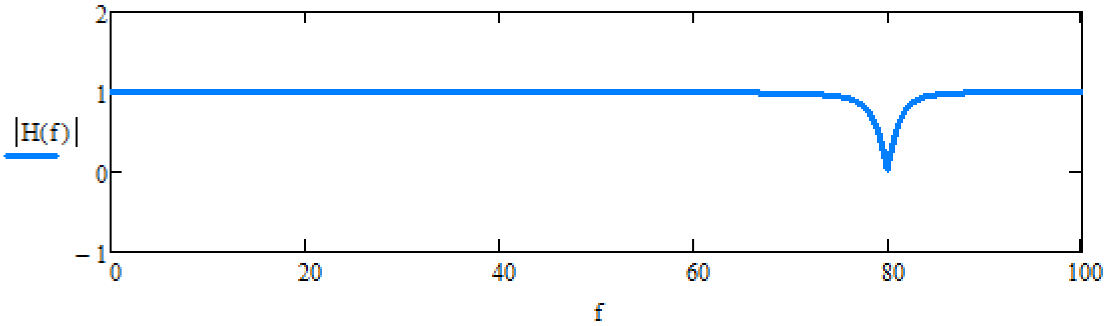
$$a1 := \frac{-(2 \cdot Re(zp))}{r \cdot r} = -0.248$$

$$a2 := \frac{1}{r \cdot r} = 0.98$$

Тепер, коли ми отримали коефіцієнти фільтра, обчислимо його частотну характеристику, щоб переконатись, що коефіцієнти правильні.

$$H(f) := \left| \left[1 \cdot e^{-2 \cdot i \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot Td} + -1.753 e^{-i \cdot (2 \cdot \pi \cdot f) \cdot Td} + 1\right] \cdot \frac{mn}{0.98 e^{-2 \cdot i \cdot (2 \cdot \pi \cdot f) \cdot Td} + -1.735 e^{-i \cdot (2 \cdot \pi \cdot f) \cdot Td} + 1} \right|$$

Побудуємо графік цієї характеристики.



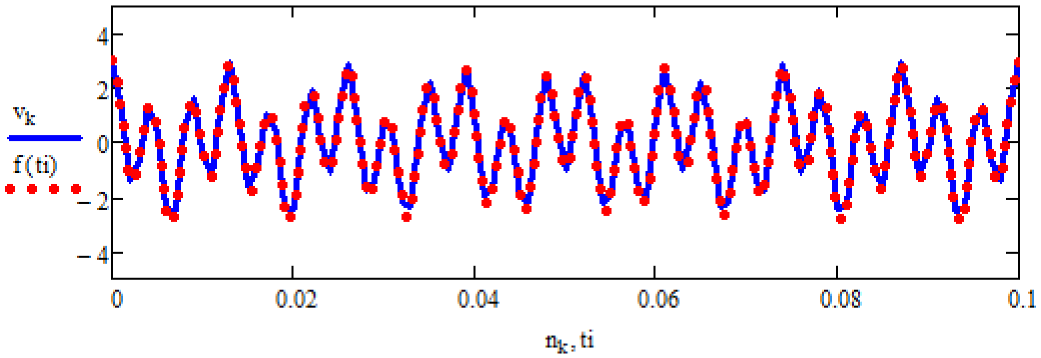
Описуємо наш сигнал, дискретизуємо його, малюємо спектр.

$f(x) := 2\cos(2 \cdot \pi \cdot x \cdot 230) + \cos(2 \cdot \pi \cdot x \cdot 80)$

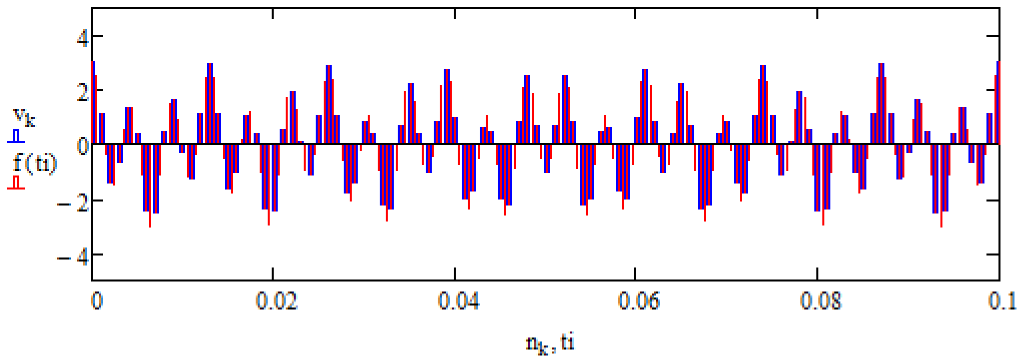
$fd := 1000 \qquad N0 := 512 \qquad k := 0..N0 - 1$

$$n_k := \frac{k}{fd} \qquad v_k := f\left(n_k\right) \qquad ti := 0, 0.0005..10$$

Графік сигналу.

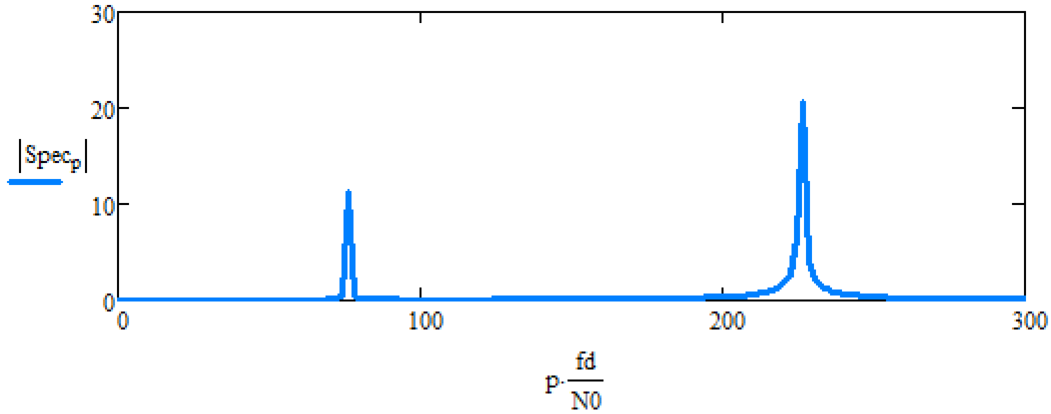


Для кращого наочного представлення перемалюємо графік наступним чином.



Спектр нашого сигналу.

$Spec := fft(v) \qquad p := 0..\frac{N0}{2}$

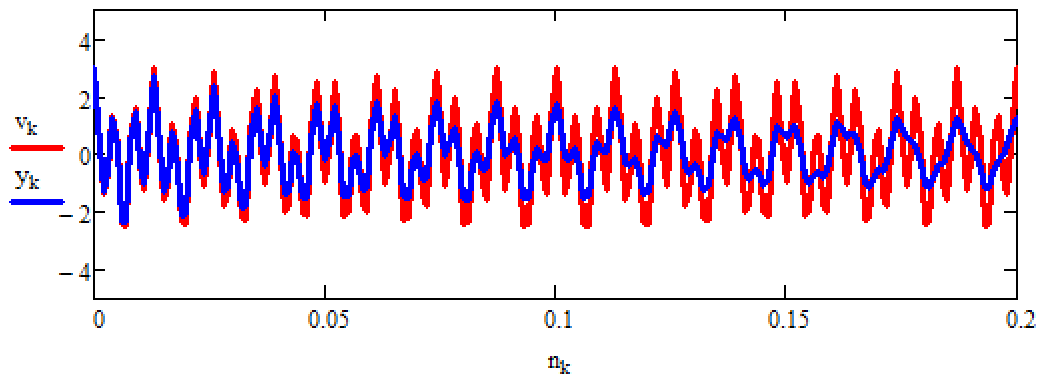


Тепер пропускаємо наш сигнал через фільтр.

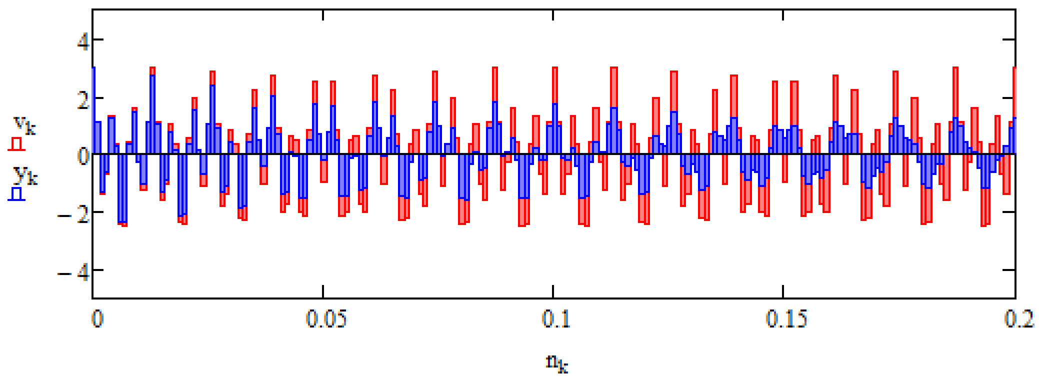
$y_{-1} := 0 \qquad y_{-2} := 0$

$y_k := 0.99\left(v_k + b1 \cdot v_{k-1} + v_{k-2}\right) - a1 \cdot y_{k-1} - a2 \cdot y_{k-2}$

Побудуємо графік відфільтрованого сигналу.



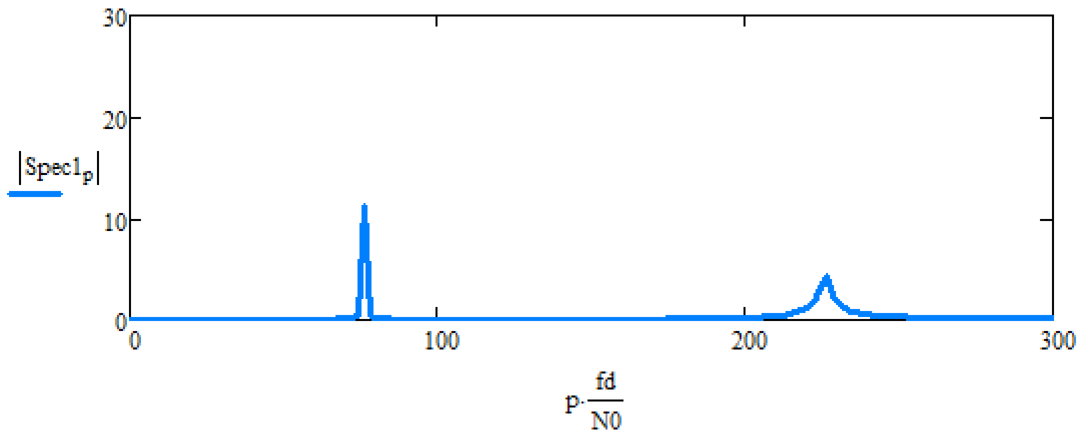
Для кращого наочного представлення перемалюємо графік наступним чином.



Тепер побудуємо спектр відфільтрованого сигналу.

$Spec1 := cfft(y) \qquad p := 0..256$

Графік спектру.



На зображенні спектру сигналу після фільтрації режекторним фільтром чітко видно, що частота 230 Гц вирізана.

Висновки:

Виконуючи ці практичні завдання я закріпила здобуті під час вивчення курсу «Цифрові сигнали» у минулому семестрі знання про обробку інформації та здобула нові. Ознайомилась із середовищем Mathcad 15.

В роботі засобами згаданого вище середовища я

задавала неперервні сигнали, гармонічні сигнали з шумом, а також імпульси трикутної та прямокутної форми, квантувала та дискретизувала їх;

завтосовувала швидке та зворотнє перетворення Фур'є та будувала АЧХ сигналу, тобто спектр, та аналізувала її;

навилась проводити низькочастотну фільтрацію сигналу;

розраховувала коефіцієнти режекторного фільтра відповідно до заданих вхідних даних, обчислювала його частотну характеристику та вирізала, з його допомогою, задану частоту зі свого сигналу.

Середовище Mathcad 15 є дуже зручним в користуванні, оскільки дозволяє зусередитись саме на дослідженні тих чи інших характеристик сигналів.

На відміну від нерекурсивних фільтрів, які мають велику ширину вікна (велику кількість коефіцієнтів), в рекурсивних фільтрах кількість коефіцієнтів фільтра може бути значно меншою.

Синтез рекурсивних фільтрів безпосередньо в z-області можливий лише для фільтрів простого типу - режекторних і селекторних з обмеженою кількістю полюсів і нулів. Важливою особливістю рекурсивних фільтрів є можливість отримання вузьких перехідних зон при конструюванні частотних фільтрів.

Низькочастотна фільтрація дозволяє відфільтрувати цілу смугу частот, в той час, як режекторний фільтр відрізає лише одну, конкретно задану частоту і вимагає перерахутнку коефіцієнтів для кожної частоти, яку хочуть визізати.