**Лекція 2**

1) Задача одновимірної оптимізації полягає у відшуканні мінімуму (або максимуму) функції на відрізку [а, b ]. Ця задача має самостійне значення і в той же час її доводиться розв'язувати при оптимізації функцій багатьох змінних. Відразу треба зауважити, що класичний підхід до розв'язування задач одновимірної оптимізації, що ґрунтується на відшуканні коренів рівняння, ,далеко не завжди може бути реалізований на практиці. **По-перше**, в практичних задачах оптимізації часто взагалі невідомо, чи є функція диференційованою, наприклад, якщо вона задана таблично. **По-друге**, задача розв'язування рівняння з обчислювальної точки зору має такий же порядок складності, як і вихідна задача. Ось чому є потреба в застосуванні методів оптимізації, відмінних від класичних, тобто таких, які не зв'язані з похідною.

* 4) Метод випадкового пошуку (МВП) застосовується для знаходження мінімуму (максимуму) довільної функції y = f ( x ), що задана в будь-якій допустимій області D .

Розглянемо реалізацію даного методу для функції однієї змінної. Нехай довільна функція f ( x ) задана на проміжку [а, b ]. За допомогою давача випадкових чисел, рівномірно розподілених на проміжку [0,1], будується послідовність випадкових чисел x { k }, k =1,..., N , рівномірно розподілених на проміжку [а, b ]. Обчислюються та порівнюються між собою значення функції f ( x ) в точках x { k }. Мінімальне з них приймається за оцінку мінімуму функції f ( x ) на проміжку [а, b ].

Якщо N прямує до нескінченності, отримана оцінка по ймовірності збігається до глобального мінімуму функції, що розглядається.

**Лекція 3**

1) Упорядкування може бути внутрішнім і зовнішнім. Якщо дані, які впорядковуються, цілком розміщені в пам’яті, то *упорядкування буде внутрішнім*. Якщо даних багато і для їх розміщення вимагається зовнішня пам’ять, то впорядкування буде зовнішнім. При зовнішньому впорядкуванні масив даних розбивається на частини, які впорядковуються методами внутрішнього впорядкування і потім зливаються в один упорядкований масив. **Способи внутрішнього впорядкування** : **1. Вибірка:** вибирається найбільший (або найменший) елемент масиву і поміщається на перше місце, потім аналогічна процедура виконується з елементами, що залишилися. **2. Обмін:** багатократно порівнюються і впорядковуються сусідні елементи. **3. Вставка:** кожний новий елемент уставляється в правильну позицію стосовно вже розміщених у масиві і впорядкованих елементів. **4. Злиття:** впорядковані підмножини елементів об’єднуються в більші впорядковані підмножини.

2) Складемо алгоритм упорядкування елементів цього масиву за зростанням методом обміну, який інакше називають методом «**бульбашки».** Цей метод полягає в наступному: розглядають першу пару елементів масиву. Якщо перший елемент більший, ніж другий, то їх міняють місцями. Другий елемент порівнюють з третім і, якщо потрібно, застосовують обмін, і т. ін. — максимальний елемент (тут 6) розташується в кінці масиву, тобто там, де потрібно (порівняння: максимальний елемент переміщується в кінець масиву подібно до бульки, яка, збільшуючись, випливає на поверхню під час кипіння води в чайнику). Після цього знову розглядають масив, але вже без останнього елемента, і застосовують до нього метод обміну — другий за величиною елемент (тут 5) опиниться в масиві на передостанній позиції і т. ін. Якщо масив має n елементів, то метод треба застосувати n - 1 разів кожного разу до меншої кількості елементів. Упорядковані елементи будуть нагромаджуватися в кінці масиву.

3) **Метод мінімальних елементів** . Цей метод полягає в такому: розглядають увесь масив, визначають мінімальний елемент та його номер і міняють його місцями з першим елементом. Розглядають масив без першого елемента. Застосовують до нього метод і так n -1 разів. Упорядковані елементи будуть поступово переноситися на початок масиву.

**4) Метод вставки** У цьому випадку розглядають увесь масив, і перший елемент порівнюють з іншими, доки не знайдуть меншого від нього. Перша позиція в масиві стає позицією вставки. Знайдений менший елемент і його індекс запам'ятовують. Усі елементи масиву, починаючи від позиції вставки до того, що передує знайденому, зміщують праворуч. Значення знайденого елемента записують у позицію вставки і порівнюють його з елементами, що залишилися. Якщо буде виявлено ще менший елемент, то повторюють процедуру вставки і так доти, доки не дійдуть до кінця масиву — лише після цього перший елемент буде на місці. Розглядають масив без першого елемента і застосовують до нього описаний метод і т.п.

*Обидва описані алгоритми вважаються простішими, ніж метод обміну, але менш ефективними, оскільки потребують більшої кількості операцій.*

5) **Алгоритм злиття впорядкованих масивів.** Розглянемо алгоритм злиття впорядкованих масивів. Цей алгоритм можна використовувати як для внутрішнього, так і зовнішнього впорядкування. **Приклад.** Нехай задано два впорядкованих за зростанням елементів масиви цілих чисел А і В. Розробити програму, яка зливає ці масиви в один упорядкований за неспаданням елементів масив С. Для злиття масивів порівнюємо елементи масивів А і В: якщо а1<b1, то a1 записуємо в масив С і переходимо до a2 , інакше в масив С записуємо b1 і переходимо до b2 і т. д. Цей процес завершується, якщо вичерпуються елементи масиву А або В . Якщо вичерпався масив А, то елементи, які залишилися у масиві В, дописуються в масив С. Якщо вичерпався масив В, то елементи, які залишилися в масиві А, дописуються в масив С.

**Лекція 4**

* + - 1. **В чому полягає задача інтерполяції функції?**

Інтерполяція  (в обчислювальній математиці) - спосіб знаходження проміжних значень величини за наявним дискретним набором відомих значень.

Нехай маємо *n* значень *xі*, кожному з який відповідає своє значення *yі*. Потрібно знайти таку функцію *F*, що: F(x_i) = y_i\ ,\ i=1,\ldots,n\,\! При цьому: *хі* називають *вузлами інтерполяції* пари (*xі*, *yі*) називають *точками даних* чи *базовими точками* різницю між «сусідніми» значеннями *xі-xі-1* — *кроком* функцію *F (x)* — *функцією, що інтерполює* чи *інтерполянтом*.

* + - 1. **Яка різниця між задачами інтерполяції та апроксимації функції?**

Часто доводиться оперувати наборами значень, отриманих експериментальним шляхом чи методом випадкової вибірки. Як правило, на підставі цих наборів потрібно побудувати функцію значення якої могли б з високою точністю збігатися із вихідними значеннями. Така задача називається апроксимацією кривої. Інтерполяцією називають такий різновид апроксимації, при якій крива побудованої функції проходить точно через наявні точки даних.

* + - 1. **В чому полягає лінійна інтерполяція функції?**

**Лінійна інтерполяція** — це інтерполяція функції f алгебраїчним двочленом P1(x)=kx + c у точках x0 та x1, які належать відрізку [a, b].

З геометричної точки зору це означає заміну функції *f* прямою,яка проходить через точки (*x*0,*f*(*x*0)) та (*x*1,*f*(*x*1)). Рівняння такої прямої має вигляд: \frac{y - f(x_0)}{f(x_1) - f(x_0)} = \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} звідси для x \in [x_0, x_1] маємо:

f(x) \approx  y = P_1(x) = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0) Це і є **формула лінійної інтерполяції**, при чому f(x) = P_1(x) + R_1(x)\quadде *R*1(*x*) — похибка формули, яка обчислюється за формулою:

R_1(x) = \frac{f''(\psi)}{2}(x - x_0)(x - x_1),\quad \psi \in [x_0, x_1]Для неї є справедливою наступна оцінка:

|R_1(x)|\leqslant \frac{M_2}{2} \max |(x - x_0)(x - x_1)| = \frac{M_2 h^2}{8},\quad M_2 = \max_{[a, b]} |f''(x)|,\quad h = x_1 - x_0.

* + - 1. **Що таке ефект Рунге при інтерполяції функції?**

**Феномен Рунге** — проблема, що виникає в обчислювальній математиці при використанні поліноміальної інтерполяції за допомогою поліномів високих порядків (степенів). Була описанаКарлом Рунге при вивченні поводження похибок при використанні поліноміальної інтерполяції для апроксимації функцій.Помилка між заданою функцією та інтерполюючими поліномами порядку N визначається через N-ту похідну заданої функції.Величина похідних більш високого порядку заданої функції Рунге стає навіть більше. Отже похибка (в проміжках між точками інтерполяції) при використанні інтерполюючих поліномів більш високого порядку стає ще більшоюКоливання може мінімізуватися використанням вузлів Чебишева замість рівновіддалених вузлів. У цьому випадку, гарантується, що максимальна похибка зменшуватиметься з підвищенням порядку полінома. Феномен Рунге демонструє, що високий порядок апроксимуючого полінома - зазвичай не є підходящим для інтерполяції. Проблема також може вирішитись використанням кусково-поліноміальних сплайнів. При спробі зменшити похибку інтерполяції можна збільшити кількість поліноміальних частин, що використовуються, щоб створити сплайн замість підвищення степеня використаних поліномів.

* + - 1. **В чому полягає сплайн інтерполяція функції?**

Сплайн — функція, область визначення якої розбита на куски, на кожному з кусків функція є деяким поліномом (многочленом). В задачах інтерполяції, інтерполяція сплайном краща, ніж інтерполяція многочленом, оскільки дає схожі результати навіть при менших степенях поліномів, а також при її використанні не виникає феномена Рунге. Максимальний степінь поліномів в сплайні називається степенем сплайна. Різниця між степенем сплайна і його гладкістю називається дефектом сплайна. Для визначення інтерполяційного сплайна з неперервною першою похідною достатньо розрахувати значення першої похідної у вузлах. Спосіб визначення похідних у вузлах сплайна визначає широку різноманітність інтерполяційних сплайнів Якщо значення першої похідної у вузлах розраховувати виходячи з умови неперервності другої похідної (вирішуючи систему з n лінійних рівнянь) то сплайн матиме дві неперервні похідні. Такий спосіб побудови сплайна, як і сам сплайн називають глобальним, оскільки при визначенні кожного з його коефіцієнтів враховується вся множина вузлів інтерполяції. В інших випадках, для визначення окремого коефіцієнта, враховуються лише найближчі вузли інтерполяції і такі способи побудови, як і самі сплайни, називають локальними. Параметри фрагмента такого сплайна можна визначити незалежно від інших фрагментів.

* + - 1. **Які умови накладаються при стикуванні фрагментів сплайнів третього порядку?**

*Умови стикування фрагментів.* Ще одна важлива ознака, що вирізняє сплайни. Коли йде мова про сплайни, як правило, вважають що фрагменти стикуються гладко. Тобто забезпечується неперервність значень та першої похідної. Поняття дефекту сплайна пов'язане із числом неперервних похідних, що має функція-фрагмент певного виду та числом похідних, неперервність яких гарантована у вузлах

Найбільш простою умовою побудови фрагмента локального сплайна є умова рівності полінома на кінцях відрізків відповідним значенням інтерпольованої функції.

Для найпростішого сплайна - ламаної цієї умови цілком досить. Два коефіцієнта прямої однозначно визначаються з двох рівнянь. Такий сплайн є локальним. Для поліномів більш високих степенів ми повинні додати додаткові умови таким чином, щоб загальне число рівнянь дорівнювало числу коефіцієнтів полінома. Так для сплайна 3-й степені такою умовою є рівність 1-ї похідної на кінцях відрізка деякому значенню, що визначається для сусідніх відрізків однаковим чином (у формулах (2) через значення похідної функції яку наближують).

* + - 1. **З яких умов визначаються коефіцієнти сплана третього порядку?**



(1)



(2)

Краєві умови в точках задаються в залежності від конкретної задачі. Якщо кінці «лінійки» не закріплені за межами інтервалу то там вона описується рівнянням прямої (поліномом першої степені). Тоді маємо наступні краєві умови:



(3)

Лекція 5,6,7.

* + - * 1. **На яких з перелічених принципах: спадковість,мінливість,відбір базуються генетичні алгоритми?**

Генетичний алгоритм базується на усіх перелічених принципах

ГА відрізняються від традиційних методів оптимізації декількома базовими принципами:

* Обробляють не значення параметрів самого завдання, а їх закодовану форму;
* Здійснюють пошук рішення виходячи не з єдиної точки, а з їх деякої популяції;
* Використовують тільки цільову функцію, а не її похідні або іншу додаткову інформацію;
* Застосовують імовірнісні, а не детерміновані правила вибору.
  + - * 1. **До якого типу методів можна віднести генетичні алгоритми?**

Градієнтні методи дозволяють швидко знайти мінімум, проте вони не гарантують, що цей мінімум буде глобальним.Стохастичні методи забезпечують знаходження глобального мінімуму, але для цього необхідно нескінченно багато часу. Генетичні алгоритми є поєднанням стохастичного (через мінливість) та градієнтного (через спадковість та відбір) методів*. Вони повільніші за градієнтні, проте швидше знаходять розв'язок задачі, ніж стохастичні методи*.

* + - * 1. **Котрі з перелічених методів вирішення задач оптимізації: градієнтні методи, стохастичні методи генетичні алгоритми не потребують знання похідної цільової функції?**

ГА використовують тільки цільову функцію, а не її похідні або іншу додаткову інформацію.

* + - * 1. **Який тип кодування хромосом використовується в генетичних алгоритмах?**

*двійкове кодування,* Порядок кодування:

1. Знаючи область визначення функції, знаходять опорне для кодування число R. Для випадку функції двох змінних опорне число буде рівне



1. Визначають розрядність двійкового числа для опису змінних:



Де епс - точність визначення змінних Після цього кодують кожну хромосому: де i = x,y; C — двійковий код хромосоми.

3. Перехід до коду Грея.

Слід зауважити, що кодування необхідне лише для того щоб застосувати операції кросоверу та мутації.

* + - * 1. **Чому рівні значення десяткових чисел 7 та 8 в коді Грея?**

7 - 0100 8 – 1100

числа 7 і 8 у бітовому поданні відрізняються в чотирьох позиціях (7=0111, 8=1000), що затрудняє функціонування генетичного методу й збільшує час, необхідний для його збіжності, а в коді Грея ці числа відрізняються всього на одну позицію (7=0100Г, 8=1100Г).

* + - * 1. **Котра з операцій: відбір,мутація, кросинговер ініціює розмаїтість у популяції, дозволяючи переглядати більше рішень у просторі пошуку й виходити в такий спосіб з локальні екстремумів в процесі пошуку?**

На відміну від операторів відбору та схрещування, які використовуються для поліпшення структури хромосом, метою оператора **мутації** є диверсифікація, тобто підвищення розмаїтості пошуку й введення нових хромосом у популяцію для того, щоб більш повно досліджувати простір пошуку. Оскільки число членів популяції P звичайно вибирається значно меншим у порівнянні із загальним числом ( ) можливих хромосом у просторі пошуку. Отже, мутація ініціює розмаїтість у популяції, дозволяючи переглядати більше рішень у просторі пошуку.

7) **Котрі із приведених методів оптимізації: градієнтний, стохастичний, генетичні алгоритми вважають найшвидшими?**

градієнтні

* + - * 1. **Котрі із приведених методів оптимізації:градієнтний, стохастичний, генетичні алгоритми вважають найповільнішими?**

*Стохастичні*

* + - * 1. **Котрі із приведених методів оптимізації градієнтний, стохастичний, генетичні алгоритми дає найменшу імовірність знаходження глобального мінімуму функції?**

Градієнтні методи

* + - * 1. **Навіщо проводиться кодування хромосом в генетичних алгоритмах?**

кодування необхідне для того щоб застосувати операції кросоверу та мутації.

* + - * 1. **У чому полягає метод інбридингу для вибору батьківської пари?**

Інбридинг складається з двох етапів:

1. Перший член пари вибирається випадково.

2. Другим батьком з більшою ймовірністю буде максимально близька до першого особина.

Один з варіантів процедури інбридингу може бути реалізований у такий спосіб:

1. Вибрати випадковим чином першого батька.

2. Вибрати з поточної популяції випадковим чином групу з *С* хромосом (*С* = 1%–15% від розміру популяції).

3. Розрахувати *Евклідову* відстань від хромосоми, отриманої на першому кроці, до кожної із *С* відібраних на другому кроці хромосом.

4. В якості другого батька вибрати найближчу до першого батька хромосому.

**12. Аутбридинг формує батьківські пари з максимально далеких особин.**

У чому полягає метод аутбридингу для вибору батьківської пари?

**13. Що може бути критерієм зупинка генетичного алгоритму?**

Критерієм зупинки може бути перевищення певної кількості ітерацій чи знаходження особи з прийнятною пристосованістю.