Informe laboratorio de análisis numérico
Práctica No. 8

Kevin Javier Lozano Galvis
Escuela de ingeniería de sistemas e informática
Universidad Industrial de Santander
28 de julio de 2019

1. Introducción

En esta práctica de laboratorio se estudiará la diferenciación numérica en el sistema de cómputo numérico MATLAB; se implementará un código ya dado junto con algunas fórmulas de aproximación de derivadas.

Usando el algoritmo, se aproximarán las derivadas de dos funciones en un punto x dado, así mismo se usarán las fórmulas para determinar la aproximación de otra función para comparar y analizar la importancia del incremento y sus posibles errores. Para dar éxito a la práctica de laboratorio contamos con la documentación adecuada de MATLAB y ayuda del docente de laboratorio en el aula de clase.

2. Desarrollo

Para el desarrollo de esta práctica se van a dividir los pasos realizados en los cuales se llevó a cabo el laboratorio.

2.1. Implementación del algoritmo

Para la implementación del programa 6.1 para aproximar la derivada tenemos dos funciones, las cuales se explicarán por separado, Antes de analizar las dos funciones, en el ejercicio nos piden que la precisión sea de 13 cifras decimales, por lo que será la tolerancia a introducir para comparar con el error es:

$$error < \frac{10^{1-d}}{2}, d\ son\ las\ cifras\ significativas$$

Entonces: $error < \frac{10^{1-13}}{2}$ = 5e-13 es la tolerancia.

A) $\boldsymbol{f(x) = 60x^{45} - 32x^{33} + 233x^5 - 47x^2 - 77\ , x = 1/\sqrt{3}}$

Para esta función el h asignado fue de 7/8 y la aproximación de la derivada según el algoritmo es de:

$$\boldsymbol{f(1/\sqrt{3}) = 75.1734947}$$

Matlab no me muestra las 13 cifras decimales por eso se halló la tolerancia.

Esto teniendo en cuenta las recomendaciones del algoritmo de que ‘n’ es la coordenada de mejor aproximación, es decir, el penúltimo valor fue el seleccionado, así mismo el error que nos muestra es de 0 (aplicando format long vemos al igual que no muestra más cifras),vemos que esto cierto ya que el error debe ser menor a 5e-13.

En la figura 1. Podemos ver el valor seleccionado teniendo en cuenta que n=8.

```
L =

   1.0e+08 *

   0.000000008750000   6.694028185801526                   0
   0.000000000875000   0.000000811332767   6.694027374468759
   0.000000000087500   0.000000752329587   0.000000059003181
   0.000000000008750   0.000000751740893   0.000000000588693
   0.000000000000875   0.000000751735006   0.000000000005887
   0.000000000000087   0.000000751734948   0.000000000000059
   0.000000000000009   0.000000751734947   0.000000000000001
   0.000000000000001   0.000000751734947                   0
   0.000000000000000   0.000000751734936   0.000000000000011
```

Figura 1. Resultado de la función del inciso a

B) $\boldsymbol{f(x) = tan\left(cos\left(\frac{\sqrt{5}+sen(x)}{1+x^2}\right)\right), x = \frac{1+\sqrt{5}}{3}}$

Para esta función el h asignado fue de 2/175 y la aproximación de la derivada según el algoritmo es de:

$$f\left(\frac{1+\sqrt{5}}{3}\right) = 1.228597423377081$$

Esto teniendo en cuenta las recomendaciones del algoritmo de que 'n' es la coordenada de mejor aproximación, es decir, el penúltimo valor fue el seleccionado, así mismo el error que nos muestra es de 0.000000000017000.

En la figura 2. Podemos ver el valor seleccionado teniendo en cuenta que n=5.

L =

0.011428571428571	1.228604628952576	0
0.001142857142857	1.228597495480472	0.000007133472104
0.000114285714286	1.228597424096315	0.000000071384157
0.000011428571429	1.228597423394082	0.000000000702233
0.000001142857143	1.228597423377081	0.000000000017000
0.000000114285714	1.228597422478494	0.000000000898587

Figura 2. Resultado de la función del inciso b

2.2. Usando las fórmulas

Según las fórmulas propuestas en la guía de trabajo, se procederá a usarlas en cada inciso con la función:

$$f(x) = cos(x)$$

a) Use la fórmula (6) con h=0.05 para aproximar f ''(1)

Tenemos: $f''(x_0) = \frac{f_1 - 2f_0 + f_{-1}}{h^2} + E(f,h)$

Hallamos las incógnitas:

f_0 = cos(1) = 0.5403023059
f_1 = cos(1+0.05) = 0.4975710479
$f_{-1} = \cos(1 - 0.05) = 0.5816830895$

Para el error use el épsilon de la máquina, en este caso el de la calculadora con la que se están llevando a cabo estos cálculos, y su valor es $\epsilon = 4.656612873e - 10$, y para c, es el valor que hace más grande la función en su derivada correspondiente.

$$E(f,h) = \frac{4(4.656612873e-10)}{(0.05)^2} + \frac{(0.05)^2 * (1)}{12} = 0.00020907839$$

Entonces:

$$f''(1) = -0.5399806739$$

b) Use la fórmula (6) con h=0.01 para aproximar f ''(1)

Tenemos: $f''(x_0) = \frac{f_1 - 2f_0 + f_{-1}}{h^2} + E(f,h)$

Hallamos las incógnitas:

f_0 = cos(1) = 0.5403023059
f_1 = cos(1+0.01) = 0.5318607214
$f_{-1} = \cos(1 - 0.01) = 0.5486898606$

$$E(f,h) = \frac{4(4.656612873e-10)}{(0.01)^2} + \frac{(0.01)^2 * (1)}{12} = 0.00002695978$$

Entonces:

$$f''(1) = -0.5402708435$$

c) Use la fórmula (12) con h=0.1 para aproximar f ''(1)

Tenemos: $f''(x_0) = \frac{-f_2 + 16f_1 - 30f_0 + 16f_{-1} - f_{-2}}{12h^2} + E(f,h)$

Hallamos las incógnitas:

f_0 = cos(1) = 0.5403023059
f_1 = cos(1+0.1) = 0.4535961214

$f_{-1} = \cos(1 - 0.1) = 0.6216099683$
f_2 = cos(1+0.1+0.1) = 0.362377545
$f_{-2} = \cos(1 - 0.1 - 0.1) = 0.6967067093$

$E(f,h) = \frac{16(4.656612873e-10)}{3(0.1)^2} + \frac{(0.1)^4*(1)}{90}$ = 0.00000135946

Entonces:

$$f''(1) = -0.54030034067$$

d) ¿Qué respuesta, (a), (b), o (c) ,es más precia?

Para determinar cual respuesta es más precisa podemos comparar el valor real de $f''(1) = -\cos(1) = -0.5403023059$, es decir, la diferencia D del valor original con el valor dado

a) $f''(1) = -0.5399806739$

D = -0.5403023059 – (-0.5399806739) = -0.00032163199

b) $f''(1) = -0.5402708435$

D = -0.5403023059 – (-0.5402708435) = -0.00275221548

c) $f''(1) = -0.54030034067$

D = -0.5403023059 – (-0.54030034067)= -0.00000196523

Según estos valores podemos decir que el valor de c es la más precisa y vemos que tiene las otras dos se alejan un poco de lo que es el valor original, es decir, podemos determinar que la fórmula (12) es más efectiva, es decir si en la fórmula (12) usamos un h=0.01 el valor sería mucho más exacto; estos valores también dependen de la máquina utilizada para los cálculos y del punto inicial que se de para calcular su derivada.

3. Anexos

A continuación, mostraremos los script:

```
% Para el punto 1 inciso A
% f = @(x) 60*x.^45 - 32*x.^33 + 233*x.^5 - 47*x.^2 - 77;
% [L,n]=diffim(f,(1/sqrt(3)),(5e-13));

%Para el punto 1 inciso B
f = @(x) tan(cos((sqrt(5)+sin(x))/(1+x.^2)));
[L,n]=diffim(f,((1+sqrt(5))/3),(5e-13));
```

```
function [L,n]=diffim(f,x,toler)
 max1=10;
 h=2/175;
 H(1)=h;
 D(1)=(feval(f,x+h)-feval(f,x-h))/(2*h);
 E(1)=0;
 R(1)=0;

 for n=1:2
 h=h/10;
 H(n+1)=h;
 D(n+1)=(feval(f,x+h)-feval(f,x-h))/(2*h);
 E(n+1)=abs(D(n+1)-D(n));
 R(n+1)=2*E(n+1)*(abs(D(n+1))+abs(D(n))+eps);
 end

 n=2;

 while((E(n)>E(n+1))&(R(n)>toler))& n<max1
 h=h/10;
 H(n+2)=h;
 D(n+2)=(feval(f,x+h)-feval(f,x-h))/(2*h);
 E(n+2)=abs(D(n+2)-D(n+1));
 R(n+2)=2*E(n+2)*(abs(D(n+2))+abs(D(n+1))+eps);
 n=n+1;
 end
n=length(D)-1;
L=[H' D' E'];

end
```