



Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
1° Semestre 2019

Ayudantía 4

21 de Marzo

MAT1106 - Introducción al Cálculo

- 1) Sean $a, b > 0$. Pruebe que

$$\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} \geq \frac{a + b}{2}.$$

¿Cuándo se alcanza la igualdad?

- 2) Sean $a, b > 0$. Pruebe que

$$\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} \geq \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}.$$

¿Cuándo se alcanza la igualdad?

- 3) a) Sean a, b, c, d positivos tales que $a < b$ y $ad = bc$. Pruebe que $d > c$.
b) ¿Es necesario que sean positivos?

- 4) Pruebe que

$$(a + b)(a + c) \geq 2\sqrt{abc(a + b + c)}.$$

- 5) Sean a_1, \dots, a_n y b_1, \dots, b_n tales que

$$a_1 > a_2 > \dots > a_n$$

$$b_1 > b_2 > \dots > b_n$$

Pruebe que

$$a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n > S > a_1b_n + a_2b_{n-1} + \dots + a_nb_1$$

Donde S es la suma de $a_{k_i}b_{j_i}$ con $k_i, j_i \in \{1, \dots, n\}$. tales que $k_a \neq k_b$ y $j_a \neq j_b$ si $(a \neq b)$.

- 6) Sean a_1, a_2, \dots, a_n positivos. Pruebe que

$$(a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n) \left(\frac{1}{a_1} + \dots + \frac{1}{a_n} \right) \geq n^2.$$