



Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
1° Semestre 2019

Ayudantía 16

07 de Mayo

MAT1106 - Introducción al Cálculo

- 1) Sean $0 < a < b$ números reales. Se definen las sucesiones $\{x_n\}, \{y_n\}$ como

$$x_1 = \sqrt{ab} \quad y_1 = \frac{a+b}{2} \quad x_{n+1} = \sqrt{x_n y_n} \quad y_{n+1} = \frac{x_n + y_n}{2}$$

Demuestre que ambas sucesiones convergen al mismo límite.

- 2) Se define $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ como

$$a_n = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 1 \\ \sqrt{3a_{n-1} + 4} & \text{si } n > 1 \end{cases}$$

Demuestre que a_n converge y encuentre su límite.

- 3) Sea la sucesión

$$\sqrt{k}, \sqrt{k + \sqrt{k}}, \sqrt{k + \sqrt{k + \sqrt{k}}}, \dots$$

con $k \in \mathbb{N}$. En base a esto:

- Pruebe que si $k = 2$, entonces la sucesión converge.
- Pruebe que la sucesión está acotada para cualquier k fijo.
- Encuentre condiciones necesarias y suficientes para que la sucesión converja a un número entero.