



Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
1° Semestre 2019

Ayudantía 25

11 de Junio

MAT1106 - Introducción al Cálculo

- 1) Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función, y se define el conjunto

$$A := \left\{ \frac{f(x) - f(y)}{x - y} : x, y \in \mathbb{R} \wedge x \neq y \right\}$$

Asuma que el ínfimo de A existe y es positivo.

- a) Demuestre que f es inyectiva.
 - b) Demuestre que $X = \{f(x) : x \in \mathbb{R}\}$ no está acotado por ningún lado.
- 2) Ahora, sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ estrictamente creciente. Sean a, b tales que $f(a) = b$, y definimos $\mathcal{C}(b)$ como

$$\mathcal{C}(b) := \{x \in \mathbb{R} : f(x) < b\}$$

En base a esto:

- a) Demuestre que $\mathcal{C}(b) \neq \emptyset$.
- b) Demuestre que el real a que cumple $f(a) = b$ es cota superior de $\mathcal{C}(b)$.
- c) Pruebe que si $r < a$, entonces r no puede ser cota superior de $\mathcal{C}(b)$.
- d) Pruebe que $a = \sup \mathcal{C}(b)$.