



Pontificia Universidad Católica de Chile  
Facultad de Matemáticas  
1° Semestre 2019

## Ayudantía 10

11 de Abril

MAT1106 - Introducción al Cálculo

- 1) Sea  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  una sucesión acotada tal que  $a_n \neq 0 \forall n \in \mathbb{N}$ . ¿Es

$$\left\{ \frac{1}{a_n} \right\}_{n \in \mathbb{N}} := \frac{1}{a_n}$$

acotada?

- 2) Se define  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  como

$$a_n = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 1 \\ \sqrt{3a_{n-1} + 4} & \text{si } n > 1 \end{cases}$$

Demuestre que  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  es acotada.

- 3) Demuestre que una sucesión es acotada si y solo si todas sus subsucesiones son acotadas.
- 4) Sea  $\{x_n\}$  una subsucesión, y sea  $\{y_n\}$  una subsucesión tal que
- Deja fuera una cantidad finita de términos.
  - Es acotada.

¿Es  $x_n$  acotada?

- 5) Sea

$$\alpha_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$$

Pruebe que  $\alpha_n$  no es acotada.

*Recuerde que probamos en la ayudantía anterior que*

$$\alpha_{2^n} \geq \frac{n+1}{2}$$

6) Sea ahora

$$\beta_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2}$$

¿Existe algún valor de  $n$  tal que  $\beta_n > 2$ ?

*Hint: Vea que para  $k \geq 2$ ,  $\frac{1}{k^2} \leq \frac{1}{k(k-1)} = \frac{1}{k-1} - \frac{1}{k}$ .*