



Pontificia Universidad Católica de Chile  
Facultad de Matemáticas  
1° Semestre 2019

## Ayudantía 6

28 de Marzo

MAT1106 - Introducción al Cálculo

- 1) Sea  $\varepsilon > 0$ . Demuestre que

$$ab \leq \varepsilon a^2 + \frac{b^2}{4\varepsilon}.$$

- 2) Sean  $a_i > 0$  para  $i \in \{1, \dots, n\}$ . Si  $a_1 a_2 \cdots a_n = 1$ , pruebe que

$$(1 + a_1)(1 + a_2) \cdots (1 + a_n) \geq 2^n.$$

- 3) Demuestre la desigualdad de Nesbitt: Si  $a, b, c > 0$ , entonces

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} \geq \frac{3}{2}.$$

- 4) Pruebe que si  $a, b, c > 0$ , entonces

$$a(1-b) > 1/4, \quad b(1-c) > 1/4, \quad c(1-a) > 1/4$$

no pueden pasar a la vez.

- 5) Sea

$$a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}.$$

Pruebe que  $a_n > a_{n+1}$  para todo  $n \in \mathbb{N}$ .