Pontificia Universidad Católica de Chile Facultad de Matemáticas 1° Semestre 2019

## Ayudantía 23

04 de Junio MAT1106 - Introducción al Cálculo

- 1) Sea  $A \neq \emptyset$  un conjunto, y sea  $x_n$  una sucesión de cotas superiores de A que converge a  $L \in A$ .
  - a) Pruebe que L es cota superior de A.
  - b) Concluya que L es el supremo de A.
- 2) Sea  $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  una función creciente (es decir,  $x < y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$ ). Sea  $X \subset \mathbb{R}$  un conjunto no vacío y acotado por arriba. Se define

$$f(X) = \{ f(x) : x \in X \}$$

Demuestre que sup  $f(X) = f(\sup X)$ .

3) Sea  $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  una función decreciente (es decir,  $x < y \Rightarrow f(x) \ge f(y)$ ). Sea  $X \subset \mathbb{R}$  un conjunto no vacío y acotado por abajo. Se define

$$f(X) = \{f(x) : x \in X\}$$

Demuestre que  $\sup f(X) = f(\inf X)$ .

4) Sea  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  una función, y sea X un conjunto no vacío y acotado. ¿Se puede concluir que f(X) tiene supremo o infimo?