



Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
1° semestre 2020

Ayudantía 21

16 de Junio

MAT1106 - Introducción al Cálculo

- 1) Sea $x = p/q$ un número racional, con $\gcd(p, q) = 1$. Muestre que la expansión decimal de x es eventualmente periódica, y que su periodo mínimo es a lo más q .
- 2) Sea $x = 0, a_1 a_2 a_3 \dots$ un real con una expansión decimal. Diremos que la expansión en base 100 de x será $0, b_1 b_2 \dots$, donde $0 \leq b_i < 100$ para todo i , $b_i \in \mathbb{N}$ para todo i , y

$$x = \frac{b_1}{100} + \frac{b_2}{100^2} + \dots$$

- a) Muestre que x siempre tiene una expansión en base 100 y construya una.
 - b) Muestre que si un real tiene expansión decimal periódica, también tiene expansión en base 100 periódica.
- 3) (I8 2019) Definimos $x_n = 1 + 3(n - 1) \pmod{5}$, también definido como

$$x_n = 1 + 3(n - 1) - 5 \left\lfloor \frac{1 + 3(n - 1)}{5} \right\rfloor,$$

donde $\lfloor x \rfloor$ denota la parte entera de x .

- a) Muestre que $x_k = x_{k+5}$ para todo k natural.
- b) Definimos

$$x = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{x_k}{10^k}.$$

Encuentre x .