



Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
1° semestre 2020

Ayudantía 25

30 de Junio

MAT1106 - Introducción al Cálculo

- 1) Sean A, B conjuntos no vacíos y acotados superiormente. Definimos

$$A + B = \{a + b : a \in A, b \in B\}.$$

Pruebe que $\sup A + B = \sup A + \sup B$.

- 2) Sea x un número real, $0 < x < 1$. Sea α un real positivo. Demuestre que

$$\inf\{x^q : q \in \mathbb{Q}, q < \alpha\} = \frac{1}{\sup\{(1/x)^q : q \in \mathbb{Q}, q < \alpha\}}.$$

Concluya que si $(\rho_j)_{j \in \mathbb{N}}$ es una sucesión de racionales que tiende a α entonces

$$\lim_{j \rightarrow \infty} x^{\rho_j} = \frac{1}{(1/x)^\alpha}.$$

- 3) Sea $a > 1$. Definimos el logaritmo en base a de $x > 0$ como

$$\log_a(x) = \sup\{q \in \mathbb{Q} : a^q < x\}$$

Muestre que este supremo siempre existe.

- 4) Pruebe que el logaritmo definido arriba cumple

$$\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y)$$