



Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
1° semestre 2020

Ayudantía 05

02 de Abril

MAT1106 - Introducción al Cálculo

- 1) Sean a, b positivos. Muestre que

$$\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \leq \sqrt{ab}.$$

- 2) Sean a, b, c, d positivos. Pruebe que

$$\sqrt{(a+c)(b+d)} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{cd}.$$

- 3) Se usará la notación $\sqrt[4]{x} = \sqrt{\sqrt{x}}$. Demuestre que para todo a, b, c, d no negativo se tiene que

$$\frac{a+b+c+d}{4} \geq \sqrt[4]{a+b+c+d}.$$

- 4) Sean x, y positivos. Pruebe que

$$x^4 + y^4 + 8 \geq 8xy.$$

- 5) Sean a_1, \dots, a_n reales positivos:

- a) Muestre que

$$\frac{a_1}{a_2} + \frac{a_2}{a_1} \geq 2.$$

- b) Demuestre que para todo n ,

$$(a_1 + a_2 + \dots + a_n) \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} \right) \geq n^2.$$