## Pontificia Universidad Católica de Chile Facultad de Matemáticas 1° semestre 2020

## Ayudantía 22

## 18 de Junio MAT1106 - Introducción al Cálculo

- 1) Sea  $E \subset \mathbb{R}$ . Muestre que E es denso si se cumple la siguiente propiedad: Para todo x en  $\mathbb{R}$  y  $\varepsilon > 0$ , existe un e en E a distancia menor que  $\varepsilon$  de x.
- 2) Encuentre cotas superiores e inferiores (si existen) de los siguientes conjuntos:
  - a)  $(1, \infty)$ .
  - b)  $(-\infty, 1)$ .
  - c)  $\mathbb{Z}$ .
  - d) (-1,1).
  - e) [-1, 1].
- 3) Encuentre el supremo de los siguientes conjuntos:
  - a) (-1,1).
  - b)  $\{n^{-1} : n \in \mathbb{N}\}.$
  - c)  $\{n \in \mathbb{N} : n \le 2020\}.$
  - d)  $\{n \in \mathbb{N} : n < 2020\}.$
  - e)  $\{n \in \mathbb{Q} : n < 2020\}.$
- 4) Sea A un conjunto acotado y no vacío.
  - a) Muestre que si s es cota superior de A y para todo  $\varepsilon > 0$  existe un  $a \in A$  tal que  $s \varepsilon < a$ , entonces s es supremo de A.
  - b) Muestre que si s es cota superior de A y existe una sucesión de elementos en A que converge a s, entonces s es supremo de A.
  - c) Concluya que si A es cerrado, el supremo pertenece al conjunto.