



Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
1° semestre 2020

Ayudantía 04

31 de Marzo

MAT1106 - Introducción al Cálculo

- 1) Sean a, b dos números tales que

$$ab = 1.$$

Demuestre que

$$a^2 + b^2 \geq 2.$$

- 2) Sean a, b reales.

- a) Muestre que $a^2 + ab + b^2 \geq 0$, y determine cuando se cumple la igualdad.
- b) Muestre que $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$.
- c) Concluya que $a^3 > b^3$ si y solo si $a > b$.

- 3) Demuestre que

$$x^2 = |x^2| = |x|^2.$$

- 4) ¿Bajo qué condiciones $|x + y| = |x| + |y|$?

- 5) Sean a, b, c, d reales tales que $|a| \neq |c|$. Demuestre que la ecuación

$$|ax + b| = |cx + d|$$

tiene a lo más dos soluciones.