



Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
1° semestre 2020

Ayudantía 10

23 de Abril

MAT1106 - Introducción al Cálculo

1) Escriba que significa que x_n sea decreciente y su negación.

2) (I6 2018) Considere $x_n = \frac{n!}{n^n}$.

a) Demuestre que

$$\frac{x_{n+1}}{x_n} \leq \frac{1}{2}$$

b) Demuestre que

$$0 \leq x_n \leq \frac{1}{2^{n-1}}$$

para todo $n \in \mathbb{N}$.

3) ¿Es $x_n = \sqrt[n]{n!}$ monótona?

4) Para $a > 0$, se define la función

$$f(x) = x^3 - 2 \quad \text{y} \quad g_a(x) = a^3 - 2 + 3a^2(x - a).$$

Sea x_n una sucesión tal que $x_1 = 2$ y x_{n+1} cumpla

$$g_{x_n}(x_{n+1}) = 0.$$

a) Muestre que

$$f(x) - g_a(x) = (x + 2a)(x - a)^2$$

y concluya que $f(x) \geq g_a(x)$ cuando $x \geq 0$.

b) Escriba x_{n+1} en función de x_n .

c) Muestre que $x_n > 0$ para todo $n \in \mathbb{N}$.

d) Use las partes anteriores para mostrar que $x_n^3 \geq 2$ para todo n natural.

e) Pruebe que esta sucesión es monótona.