



Pontificia Universidad Católica de Chile  
Facultad de Matemáticas  
1° semestre 2020

## Ayudantía 20

11 de Junio

MAT1106 - Introducción al Cálculo

- 1) Sea  $\{z_j\}_{j \in \mathbb{N}}$  una sucesión de números reales tales que

$$-3 < z_j < -3/2 \quad \text{para todo } j.$$

Muestre que es imposible que

$$z_j^3 + \frac{3\left(1 + \frac{1}{j}\right)^j}{e} z_j^2 + 3z_j + 1 = 0$$

para todo natural  $j$ .

*Hint: Muestre que en otro caso, existiría una subsucesión convergente a  $-1$ .*

- 2) Demuestre que para todo  $n$  natural y expansión decimal  $a_i$ ,

$$0, a_1 a_2 \cdots a_n \leq 1 - \frac{1}{10^n}.$$

- 3) Demuestre que  $0,10100100010000100000 \dots$  es irracional.

4)

a) Demuestre que 0 tiene solo una expansión decimal.

b) Muestre que un real tiene a lo más una expansión decimal finita.

- 5) Sean  $x = a, a_1 a_2 \dots a_i$ ,  $y = b, b_1 b_2 \dots b_i$  reales con expansiones decimales convergentes. Diremos que  $x <_d y$  si sucede alguna de las siguientes:

I)  $a < b$ .

II)  $a = b$ , pero existe un  $j$  natural tal que  $a_j < b_j$  y  $a_i = b_i$  para todo  $i < j$ .

Muestre que existen reales  $x, y$  tales que  $x <_d y$  pero  $x \geq y$ .

*Hint: Recuerde la convergencia de  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{9}{10^k}$ .*