



Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
2° semestre 2020

Ayudantía 05
11 de Septiembre
MAT2225 - Teoría de Números

- 1) Determine si los siguientes enteros se pueden escribir como suma de dos cuadrados. Si se puede, encuentre una suma:
 - a) $9!$.
 - b) 29 .
 - c) 2020 .
 - d) $10^9 + 7$.
- 2) Encuentre $2^{2020} \pmod{36}$.
- 3) Determine si el siguiente sistema de congruencias tiene solución. En caso de tener, encuentre una:

$$x \equiv_{15} 2$$

$$x \equiv_{24} 17$$

$$x \equiv_{28} 9$$

Bonus: Sea $f : \mathbb{Z}/5\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$ una permutación y a, b clases de $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$.

- a) Muestre que la sucesión $a, f(a), f^2(a), f^3(a), \dots$ es periódica.
- b) Determine condiciones necesarias y suficientes para que $f^k(a) = f^k(b)$ para algún $k \in \mathbb{N}$. ¿Cuál es el k más pequeño que cumple lo pedido?
- c) Sea $g : \mathbb{Z}/5\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$ cualquier función. Muestre que $a, g(a), g^2(a), \dots$ es eventualmente periódica.
- d) Encuentre una cota superior para el menor k natural tal que $g^k(a) = g^k(b)$ (cuando existe).
- e) Encuentre una función g y clases a, b tales que lo anterior nunca ocurra.