



Pontificia Universidad Católica de Chile  
Facultad de Matemáticas  
2° semestre 2020

**Ayudantía 04**  
04 de Septiembre  
MAT2225 - Teoría de Números

- 1) Muestre el criterio de divisibilidad por 9: “un entero  $n$  es divisible por 9 si y solo si la suma de sus dígitos también lo es”.
- 2) ¿Existen dos potencias de 2 distintas tales que al reordenar los dígitos de una se llegue a la otra? (sin tener ceros a la izquierda).
- 3) Encuentre  $5^{2020} \pmod{36}$ .
- 4) Sea  $p$  primo impar y  $a$  un natural tal que  $(a, p) = 1$ . Encuentre el inverso de  $a$ .
- 5) Sea  $p$  un primo y  $n, m$  enteros tales que  $a^n \equiv_p 1$  y  $a^m \equiv_p 1$ . Muestre que  $a^{(n,m)} \equiv_p 1$ .
- 6) Sea  $p$  un primo impar. Muestre que el conjunto  $\{[1^2]_p, [2^2]_p, \dots, [(p-1)^2]_p\}$  tiene exactamente  $(p-1)/2$  elementos distintos.

**Bonus:** (*Iberoamericana 2016*) Encuentre todos los primos  $p, q, r, k$  tales que

$$pq + pr + qr = 12k + 1.$$