



Pontificia Universidad Católica de Chile  
Facultad de Matemáticas  
2° semestre 2020

## Ayudantía 09

23 de Octubre

MAT2225 - Teoría de Números

- 1) ¿Es 74 un residuo cuadrático módulo 131?
- 2) ¿Para qué primos  $p \geq 3$  se tiene que  $-3$  es un cuadrado módulo  $p$ ?
- 3) Sea  $p \geq 3$  primo. Muestre que

$$\left(\frac{1}{p}\right) + \left(\frac{2}{p}\right) + \dots + \left(\frac{p-2}{p}\right) + \left(\frac{p-1}{p}\right) = 0$$

- 4)
  - a) Demuestre que la ecuación  $x^2 \equiv_{19} -1$  no tiene soluciones enteras.
  - b) Considere la ecuación  $x^2 - dy^2 = -1$ . Muestre que si existe un primo tal que  $p \equiv_3 4$  y  $p \mid d$ , entonces la ecuación no tiene soluciones.
  - c) Muestre que la ecuación  $x^2 \equiv -1 \pmod{2450003}$  no tiene soluciones enteras.