

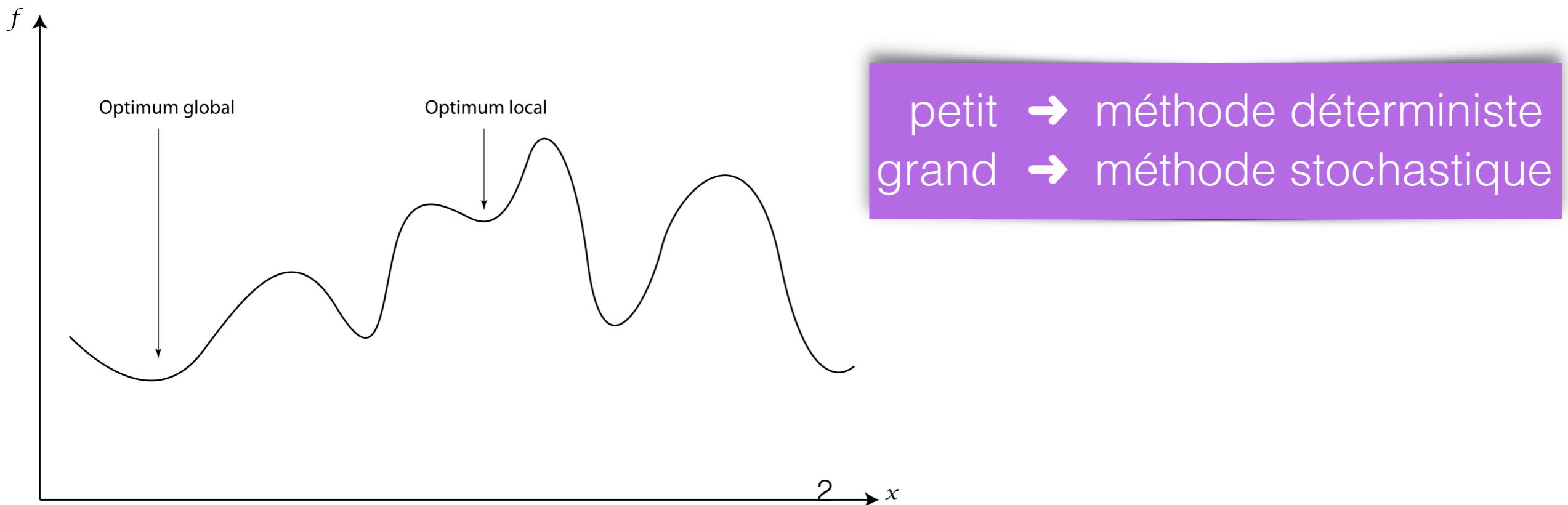


ST2 — Théorie des Jeux

EI — Jeux Évolutionnaires

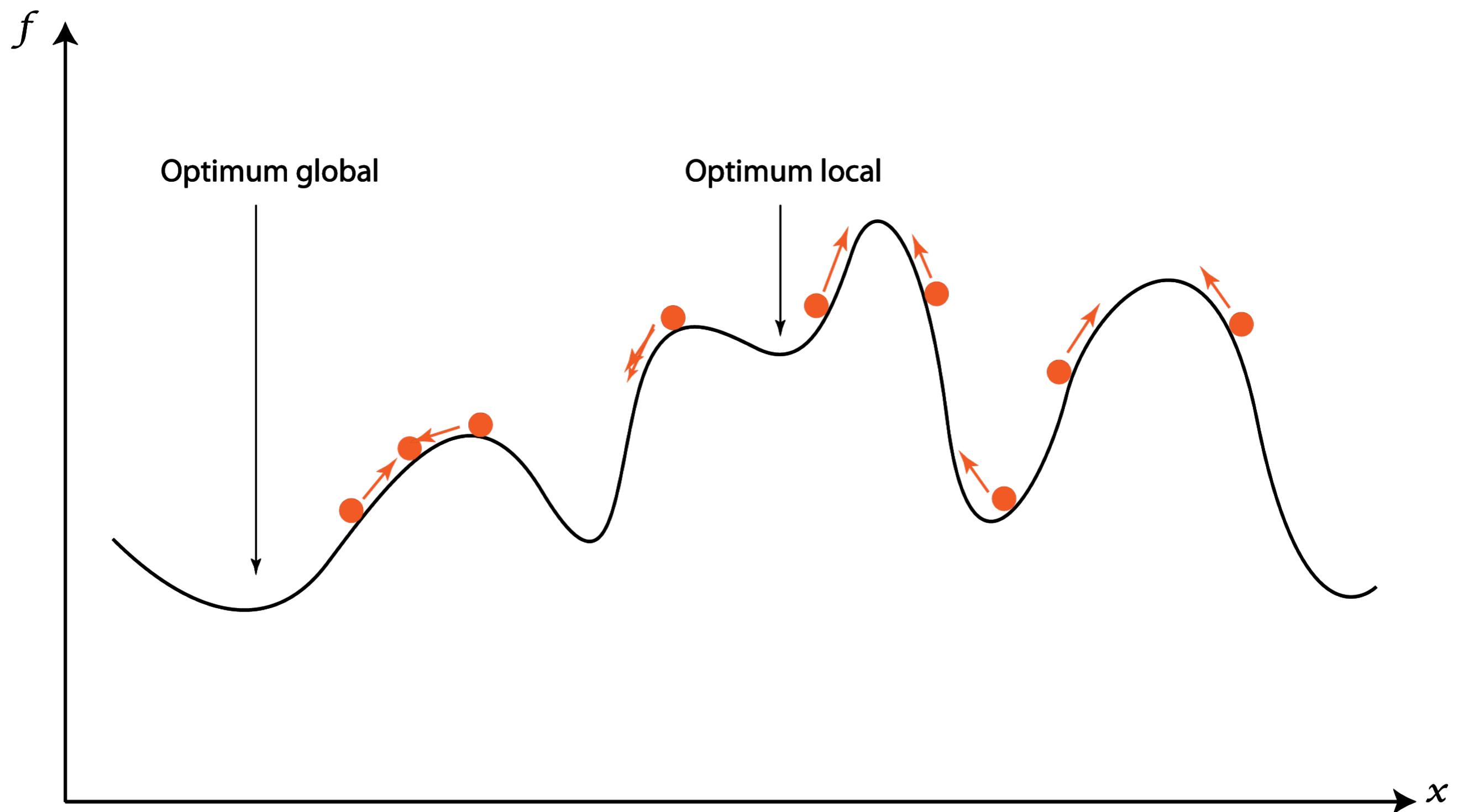
Optimisation

- Optimiser (minimiser/maximiser) une fonction
 - Parcours, emplois du temps, traitement d'image...
- Explorer un espace de recherche



Optimisation

- « Essai et erreur »
 - Solutions admissibles
 - Solutions coût optimal local
- Analyser le problème
 - variables
 - petit si le système est simple
si le concepteur sait quelles variables faire évoluer
 - grand si le système est complexe
si le concepteur ne sait pas quelles variables faire évoluer
 - espace de recherche → **infini** → **fini**
 - objectif → **fitness** → **mesure**
 - méthode d'optimisation
 - déterministe
 - non-déterministe



stochastique

non-déterministe

répétition

simple

Monte-Carlo

Estimation de la surface d'un lac

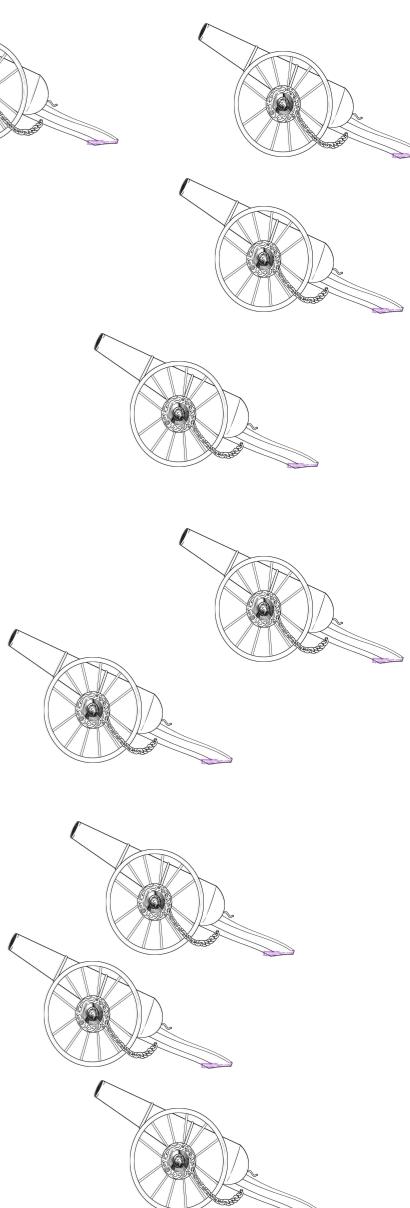
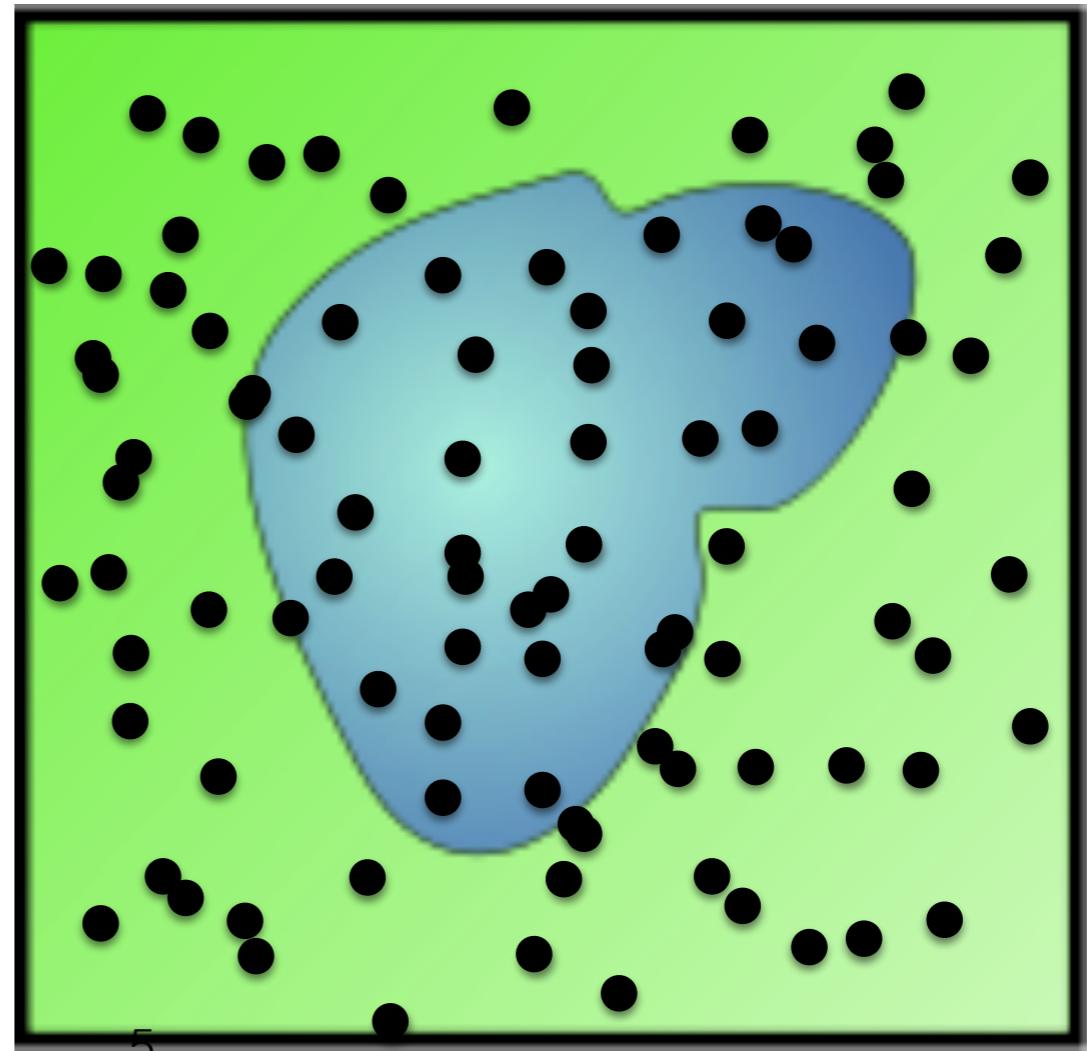
1. Tracer un terrain dont on connaît la superficie autour du lac
2. X tirs au hasard
3. N boulets sur le terrain
4. $X-N$ boulets dans le lac

$$\frac{SUPERFICIE_{terrain}}{SUPERFICIE_{lac}} = \frac{X}{X - N}$$

$$\Rightarrow SUPERFICIE_{lac} = \frac{X - N}{X} \times SUPERFICIE_{terrain}$$

Volume des données

Qualité du tirage aléatoire

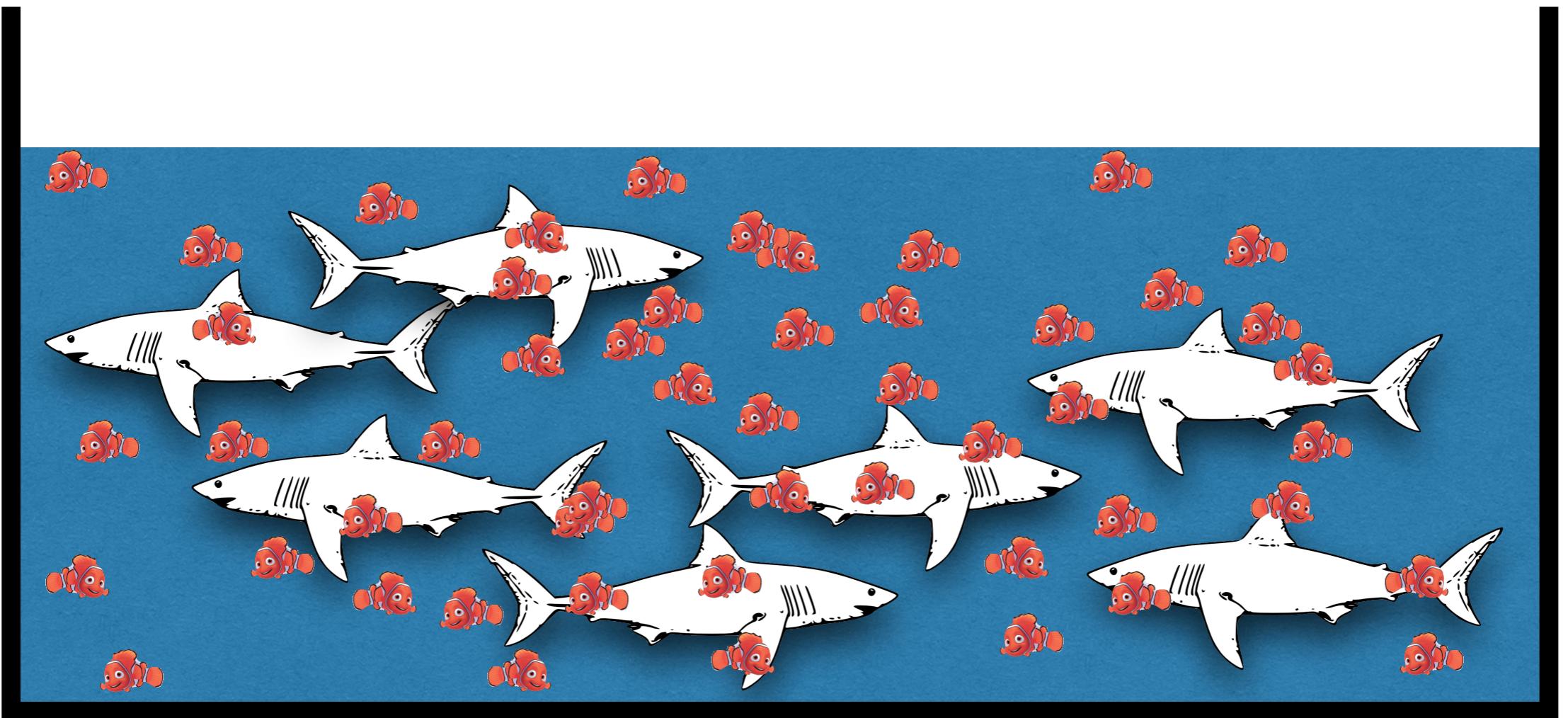


Biologie

- Étude du vivant
- Spectre très large
 - Formes très variées, nombreuses échelles
- Le vivant s'adapte constamment à son environnement

*En quoi l'étude du vivant peut-elle nous aider à résoudre
un problème d'optimisation ?*

Optimisation de la fonction « survie »



Algorithme génétique

CONSTAT 1

espace de recherche grand = temps de calcul grand

CONSTAT 2

vivant optimise la fonction « survie »

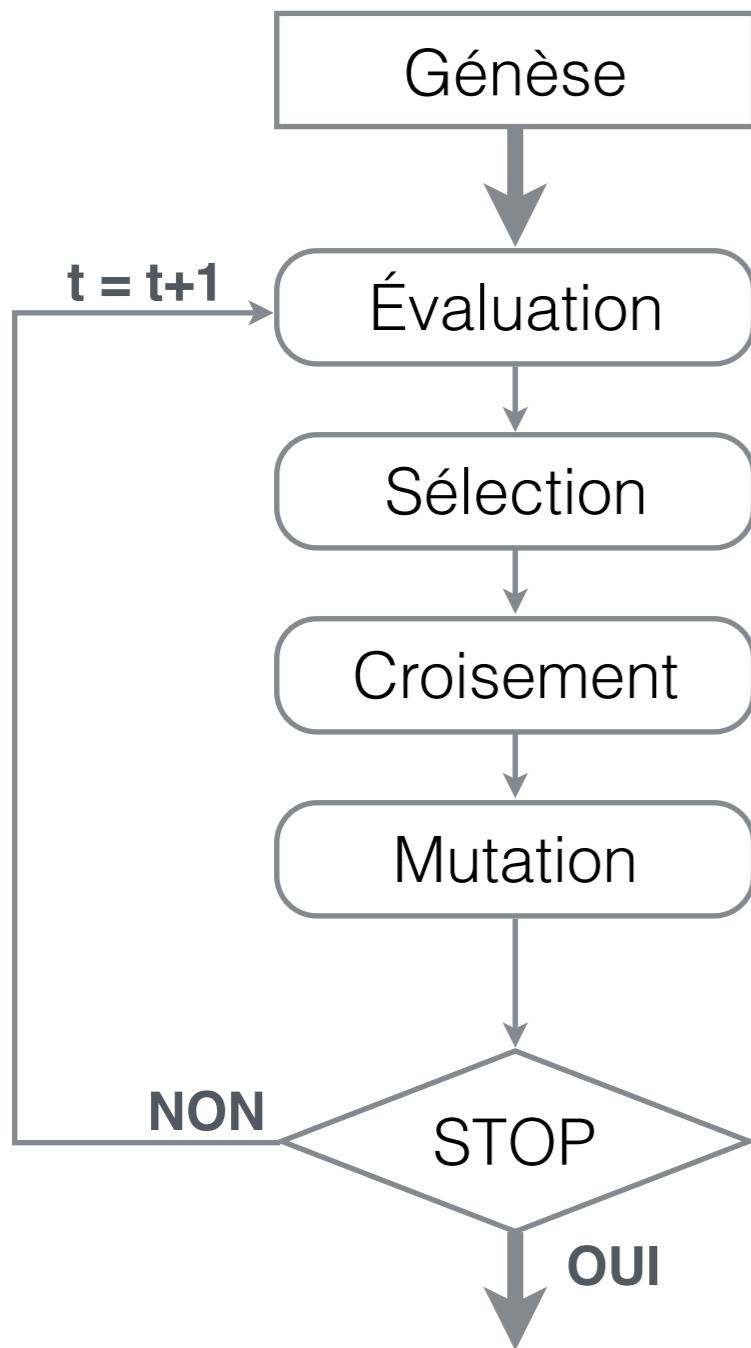
PROPOSITION

s'inspirer du vivant

pour résoudre des problèmes d'optimisation

Algorithme génétique

- Individu = point dans l'espace de recherche
- Valeur du critère à optimiser (adaptation)
- Populations
 - Sélection → meilleurs éléments
 - Croisement → exploitation des résultats déjà obtenus
 - Mutation → exploration de l'espace de recherche
- Arrêt 
 - nombre d'itérations
 - convergence



Aucune connaissance

Solution proche de l'optimale

Solutions meilleures
que par approche classique

Le voyageur de commerce

Wikipédia

En informatique, le problème du voyageur de commerce est un problème d'optimisation qui, étant donnée une liste de villes, et des distances entre toutes les paires de villes, détermine un plus court chemin qui visite chaque ville une et une seule fois et qui termine dans la ville de départ.

NP-complet

Le voyageur de commerce

1 chemin = 1 µs

Énumération

$O(n!)$

10 villes → 0,18 s

15 villes → 12 h

20 villes → 2 000 ans

Programmation Dynamique

$O(n^2 \cdot 2^n)$

10 villes → 0,1 s

30 villes → 11 j

40 villes → 55 ans

AG

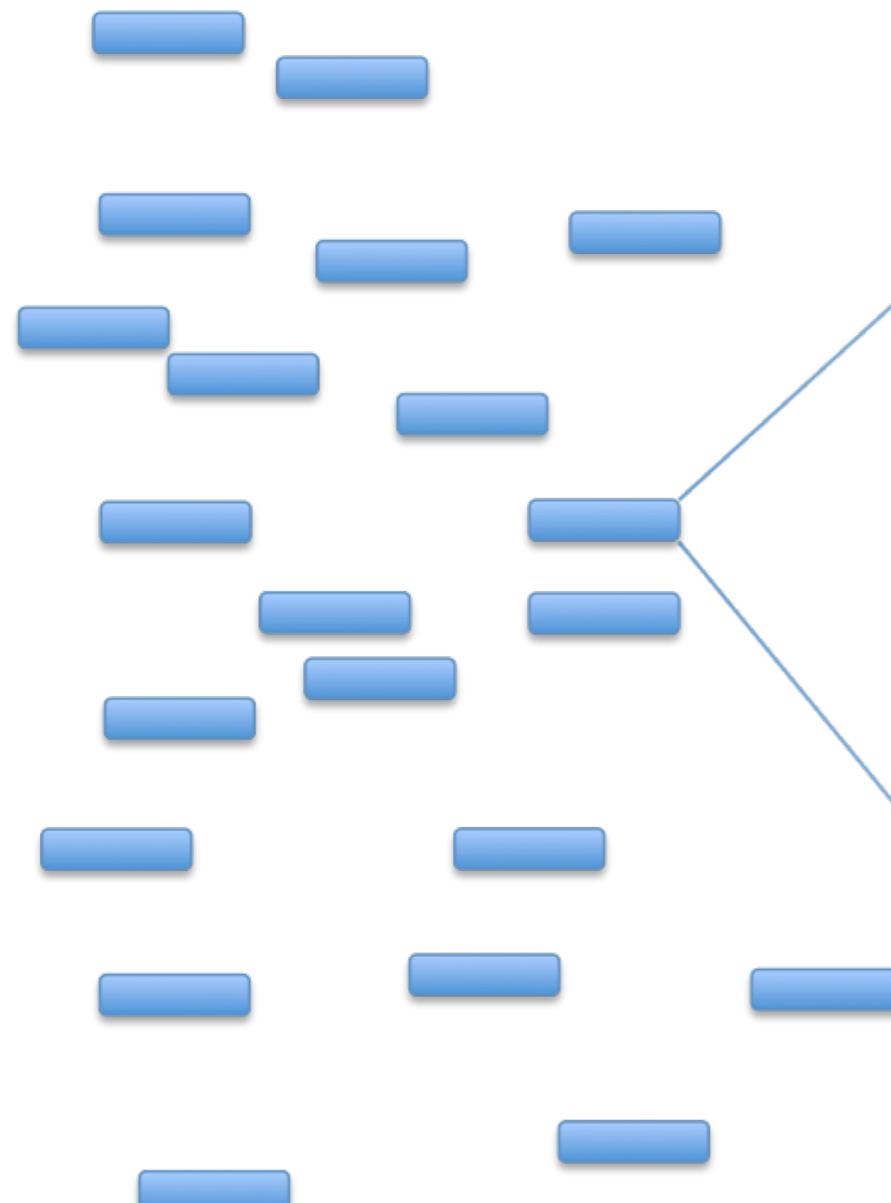
1000 ind. x 100 gén. x n

$O(n)$

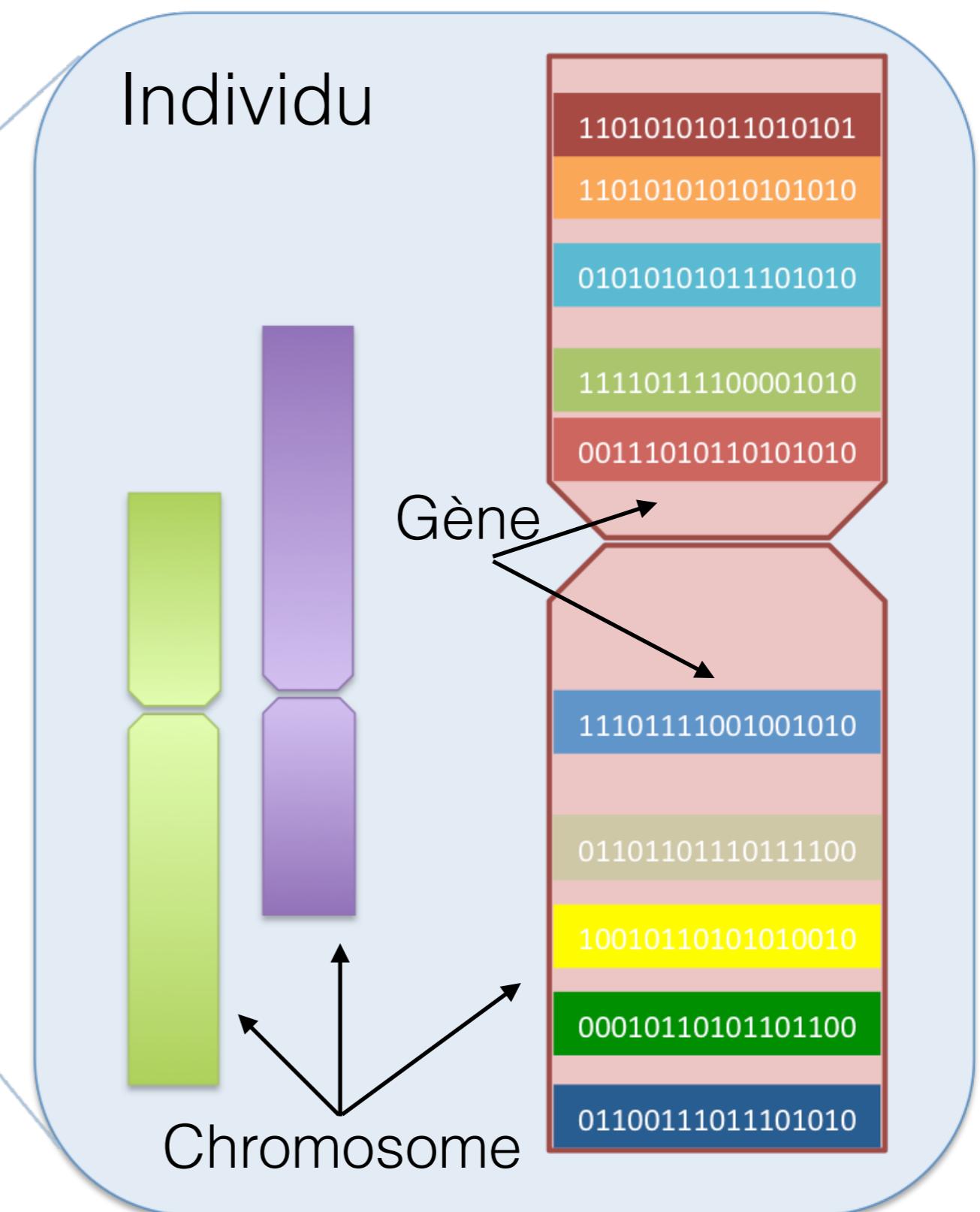
10 villes → 1s

100 villes → 10s

Population



Individu



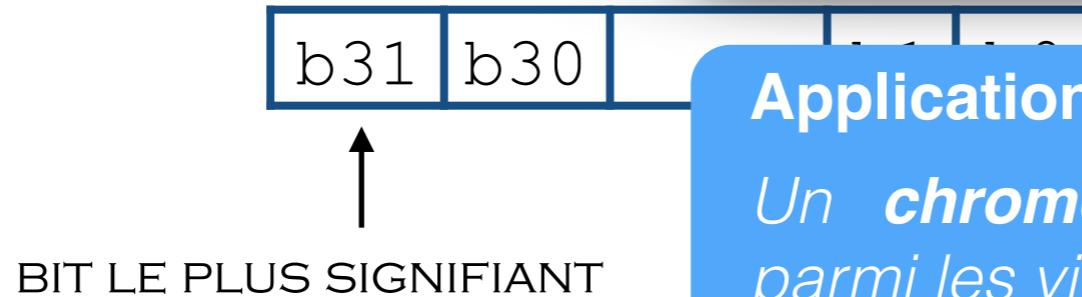
Encodage des gènes

Réels, entiers, binaire, Graphe

Application au voyageur de commerce

Un **gène** représente une ville et est codé par un entier.

Binaire



Application au voyageur de commerce

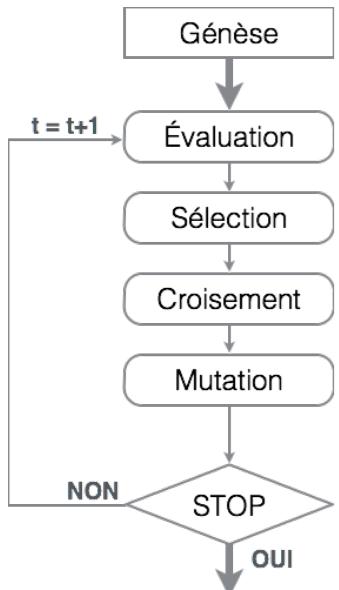
Un **chromosome** représente un chemin parmi les villes du problème.

$$g_i = \sum_{j=0}^{31} b_j \cdot 2^j \quad 0 \leq g_i \leq g_{max}, \forall i \in [1, n]$$

encodage / décodage

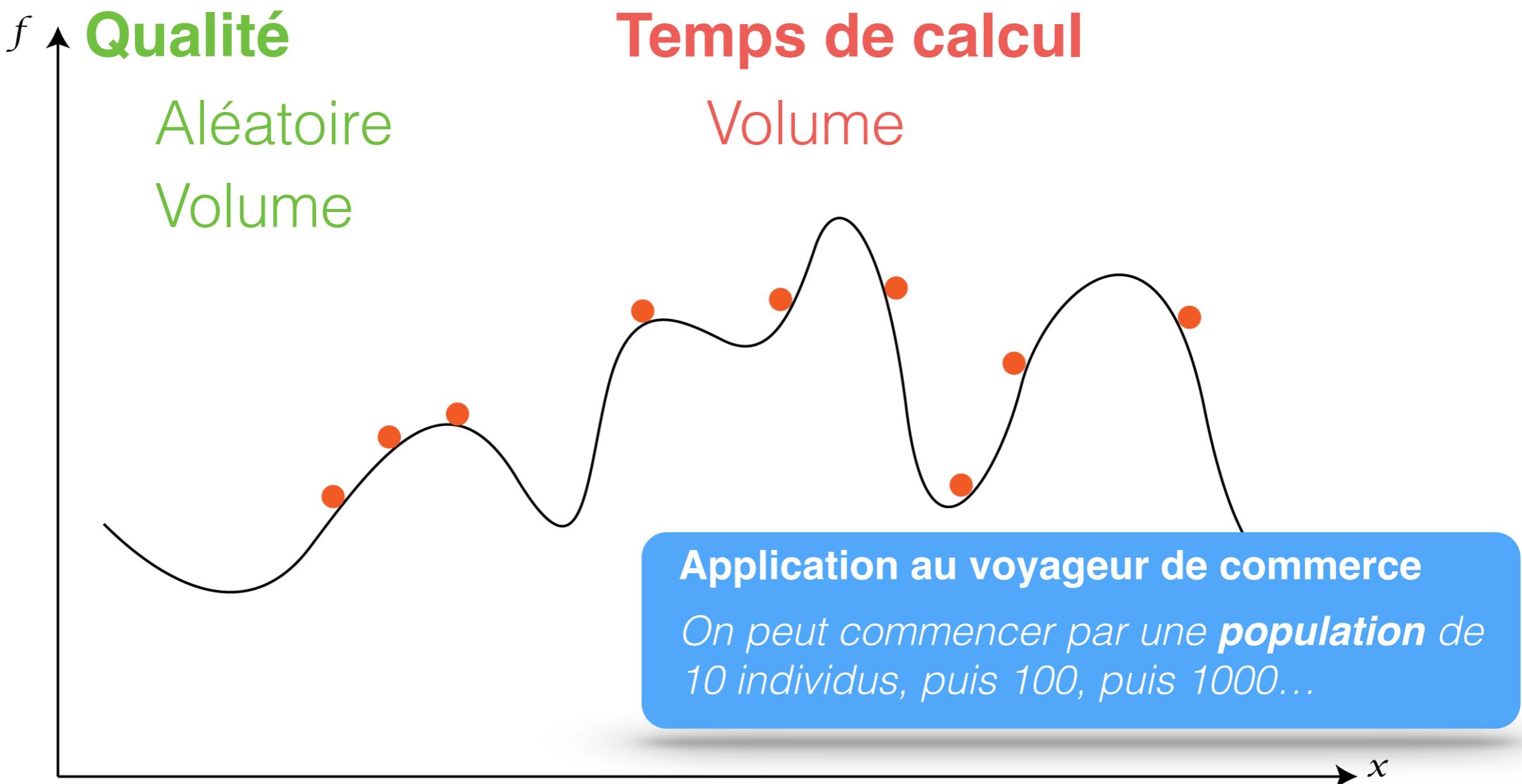
$$g_i = \frac{x_i - x_{imin}}{x_{imax} - x_{imin}} \cdot g_{imax}$$

$$x_i = x_{imin} + (x_{imax} - x_{imin}) \cdot \frac{g_i}{g_{max}}$$



ÉTAPE 1

GÉNÉRATION INITIALE



Génèse

Évaluation

Sélection

Croisement

Mutation

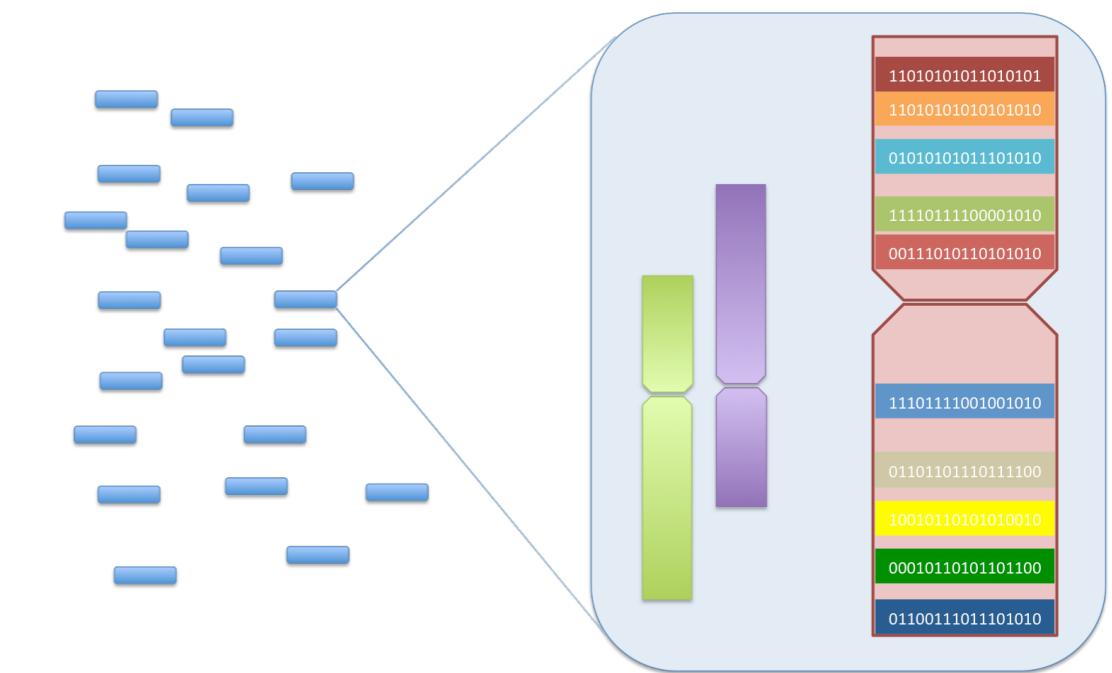
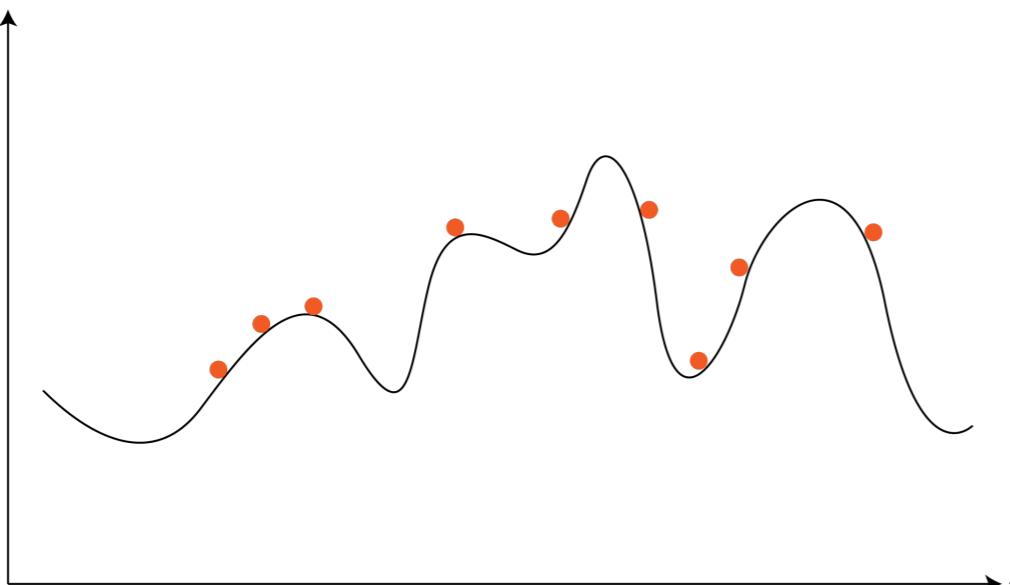
NON

STOP

OUI f



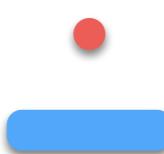
ÉTAPE 2 ÉVALUATION



Application au voyageur de commerce

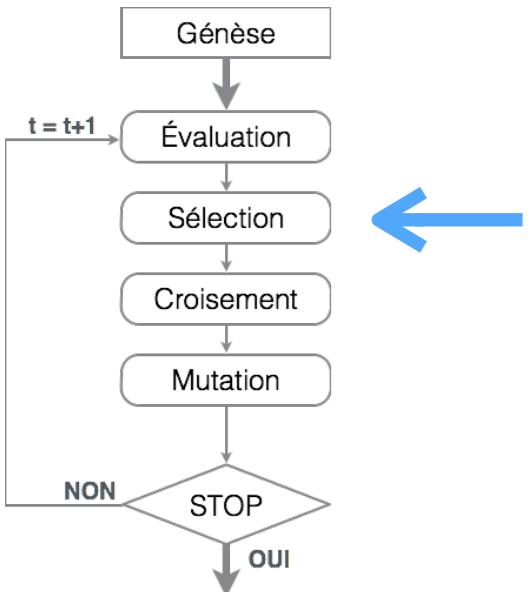
La fonction de **fitness** calculera la distance parcourue si le voyageur emprunte le chemin représenté par l'individu évalué.

INDIVIDU



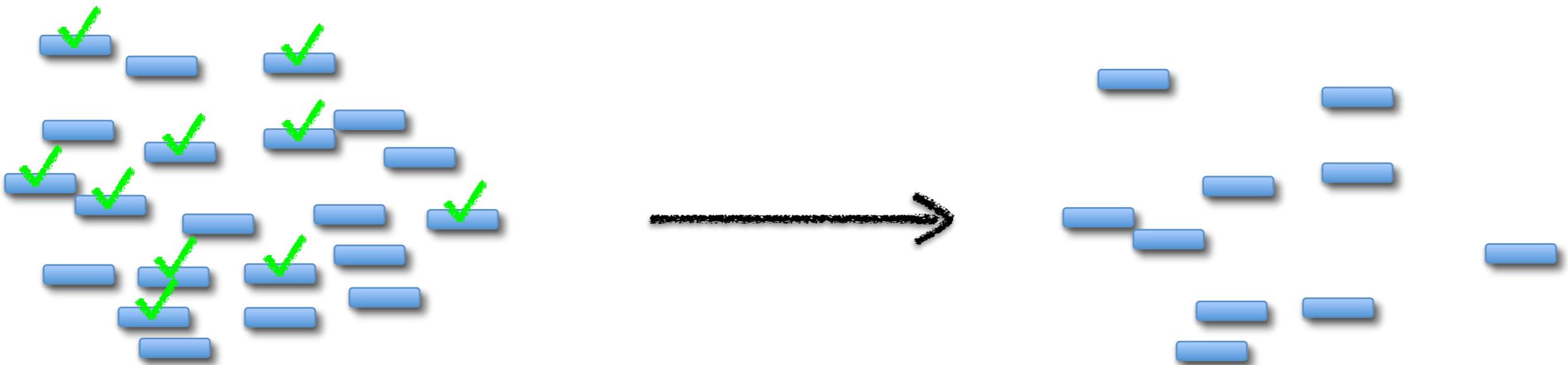
fitness

SCORE



ÉTAPE 3

SÉLECTION



ÉTAPE 3

SÉLECTION PAR ÉLITISME

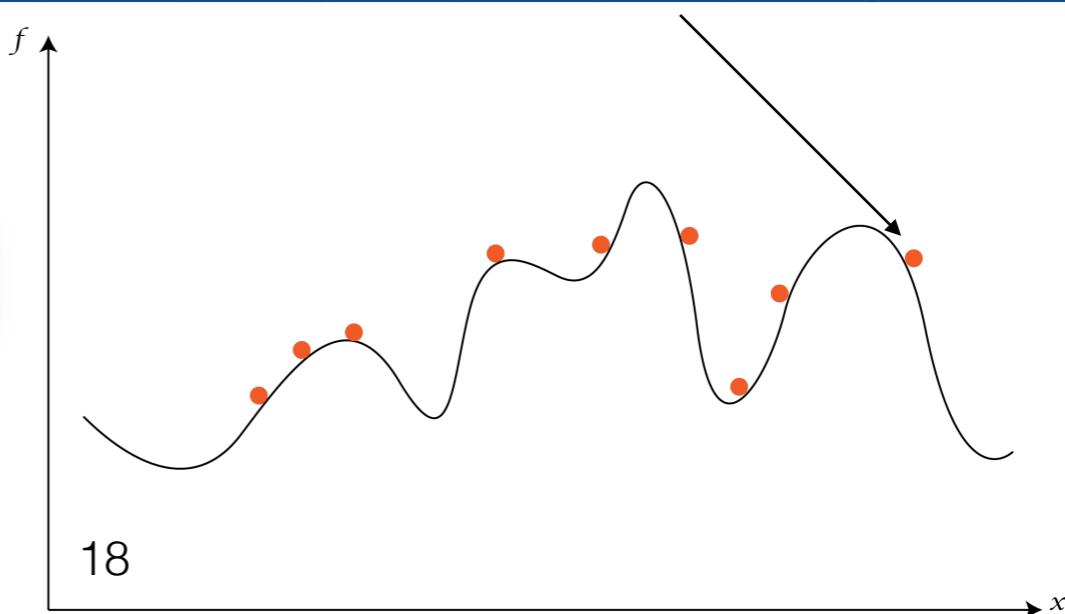


Sélectionnés

469	354	352	287	244	215	201	176	154	133	87	65	34	32	14
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	----	----	----	----

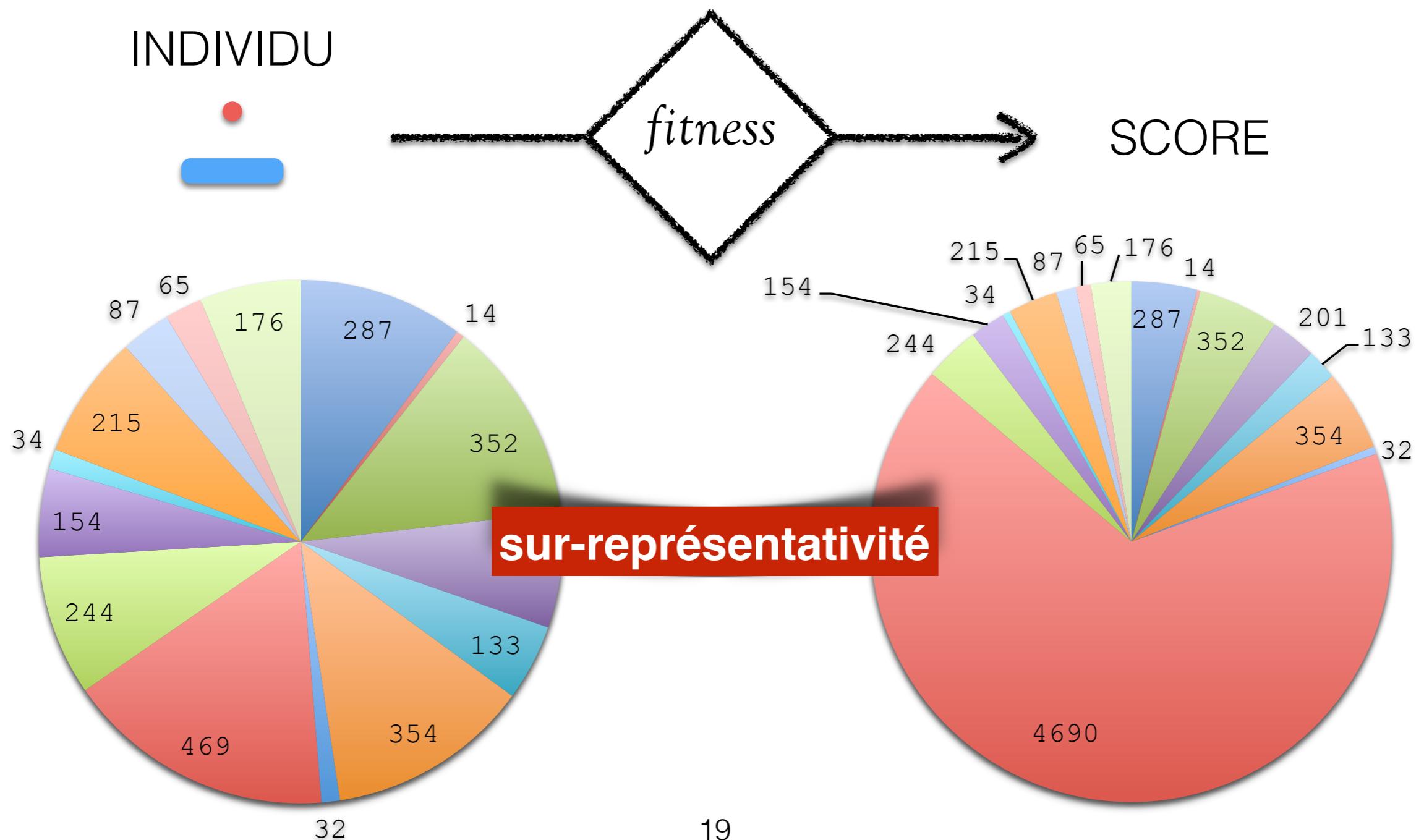
Rejetés

Forte pression de sélection



ÉTAPE 3

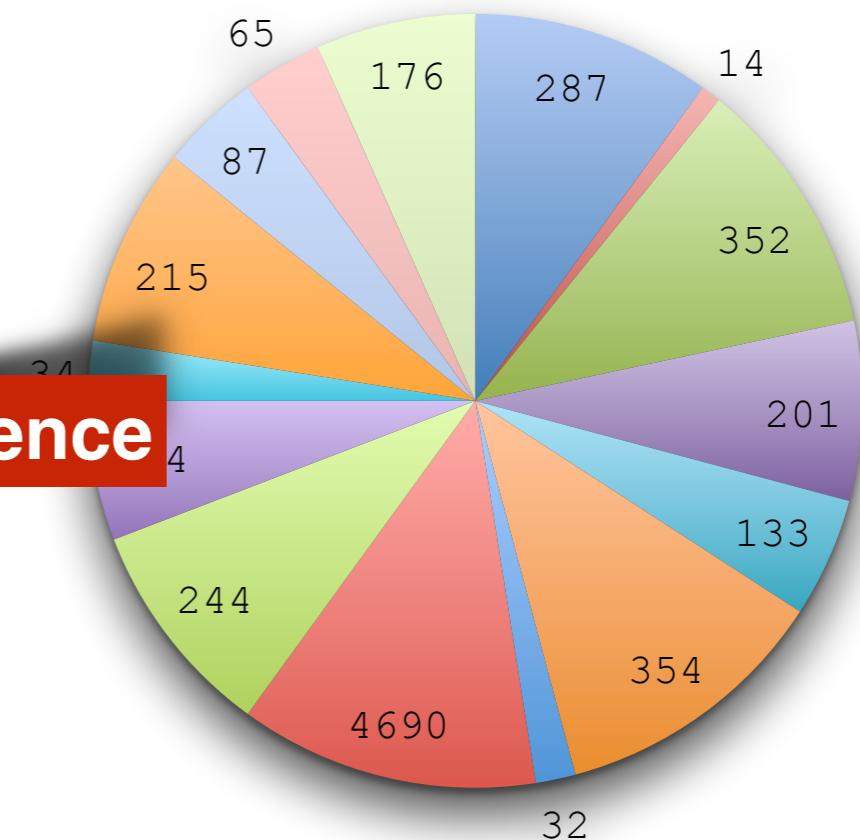
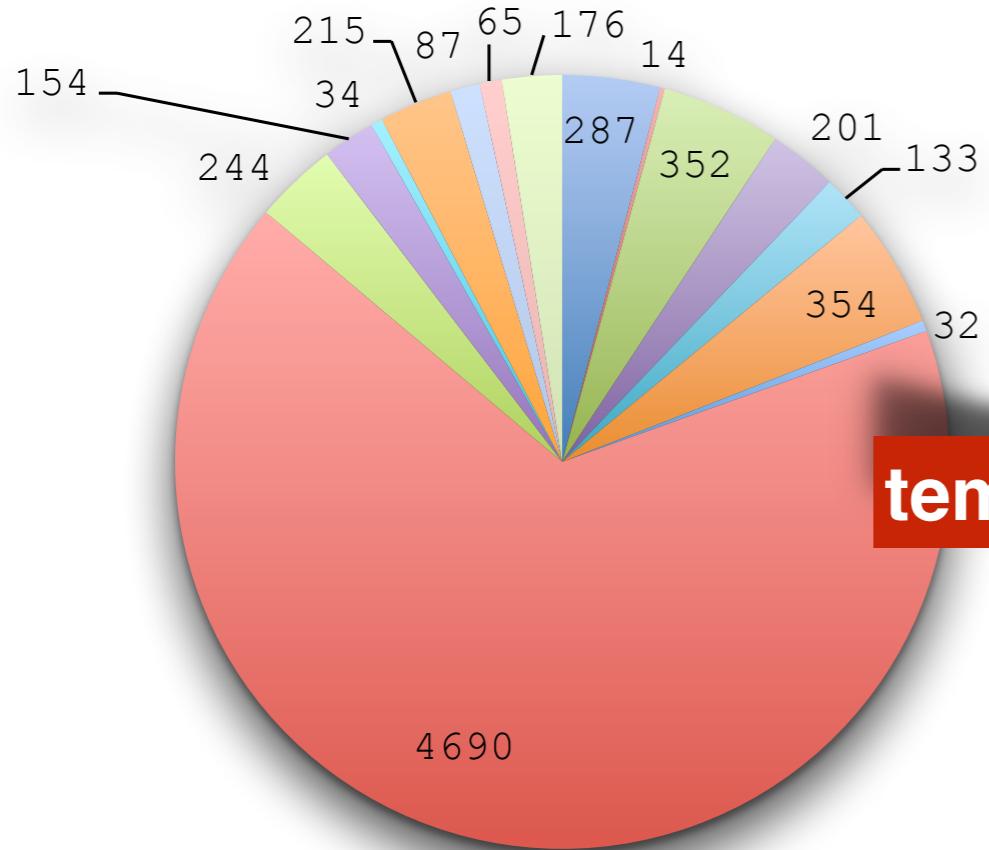
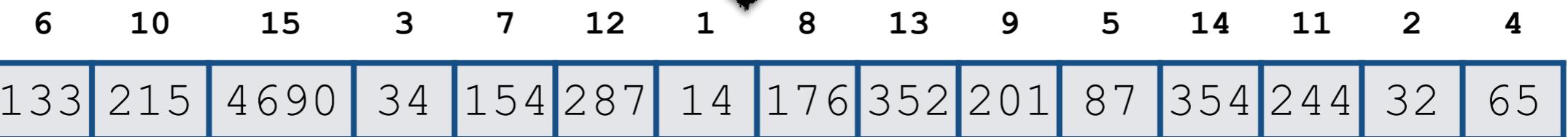
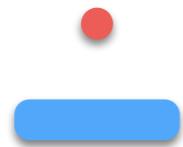
SÉLECTION PAR ROULETTE



ÉTAPE 3

SÉLECTION PAR RANG

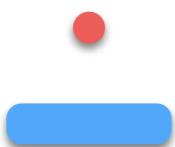
INDIVIDU



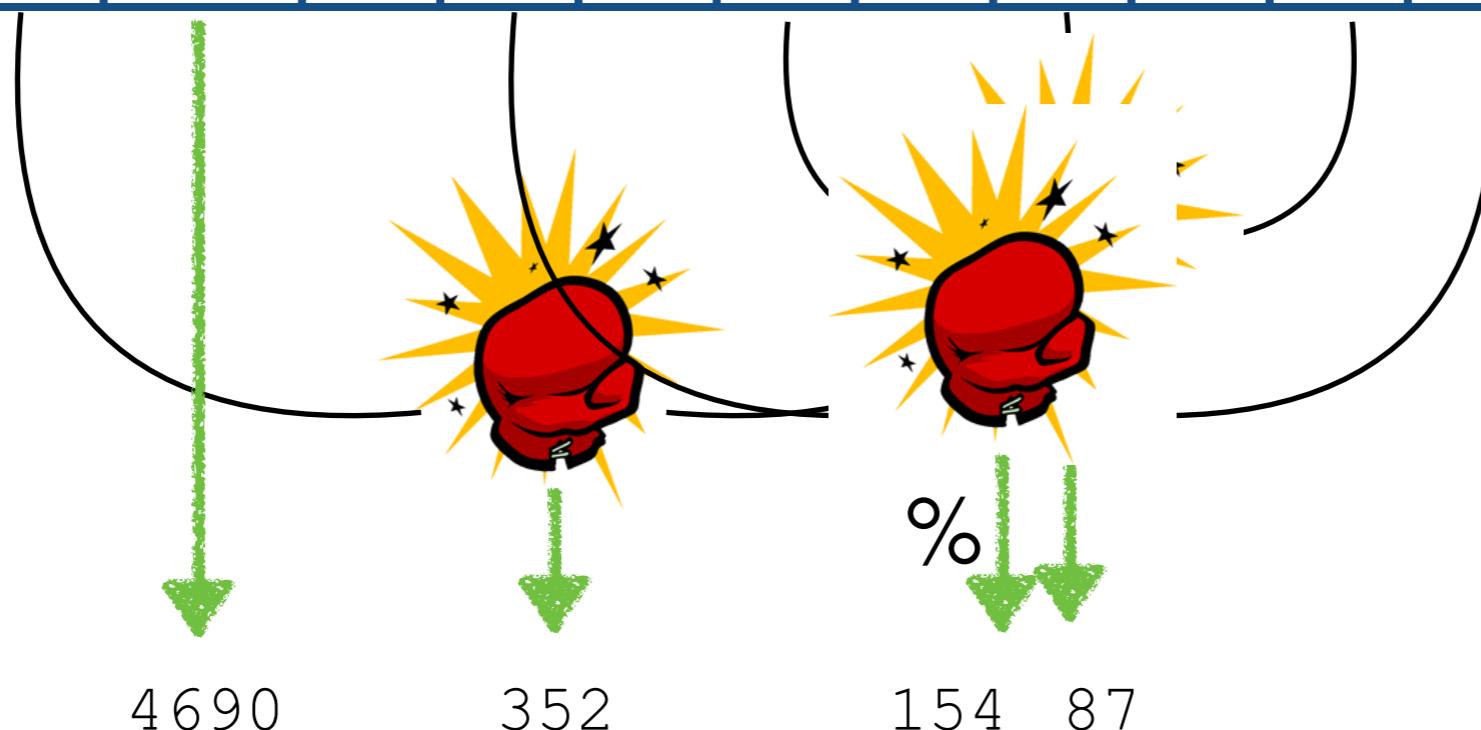
ÉTAPE 3

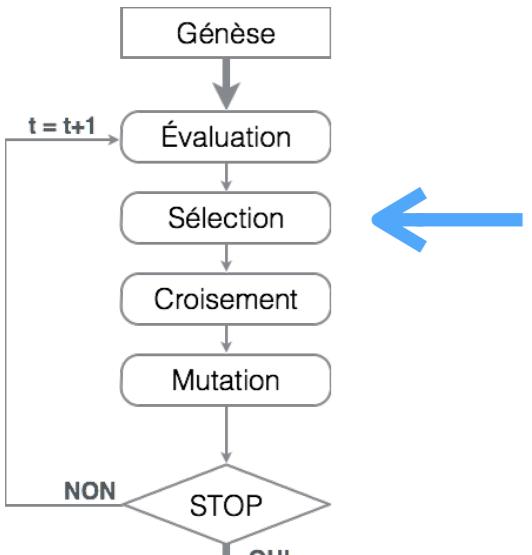
SÉLECTION PAR TOURNOI

INDIVIDU



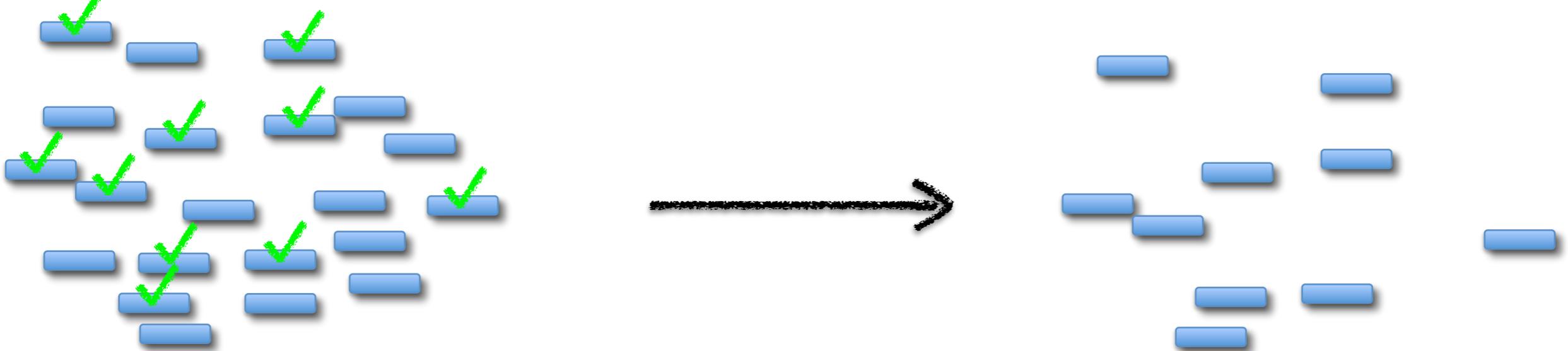
133	215	4690	34	154	287	14	176	352	201	87	354	244	32	65
-----	-----	------	----	-----	-----	----	-----	-----	-----	----	-----	-----	----	----





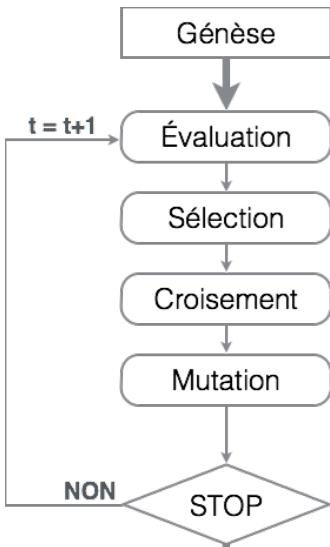
ÉTAPE 3

SÉLECTION



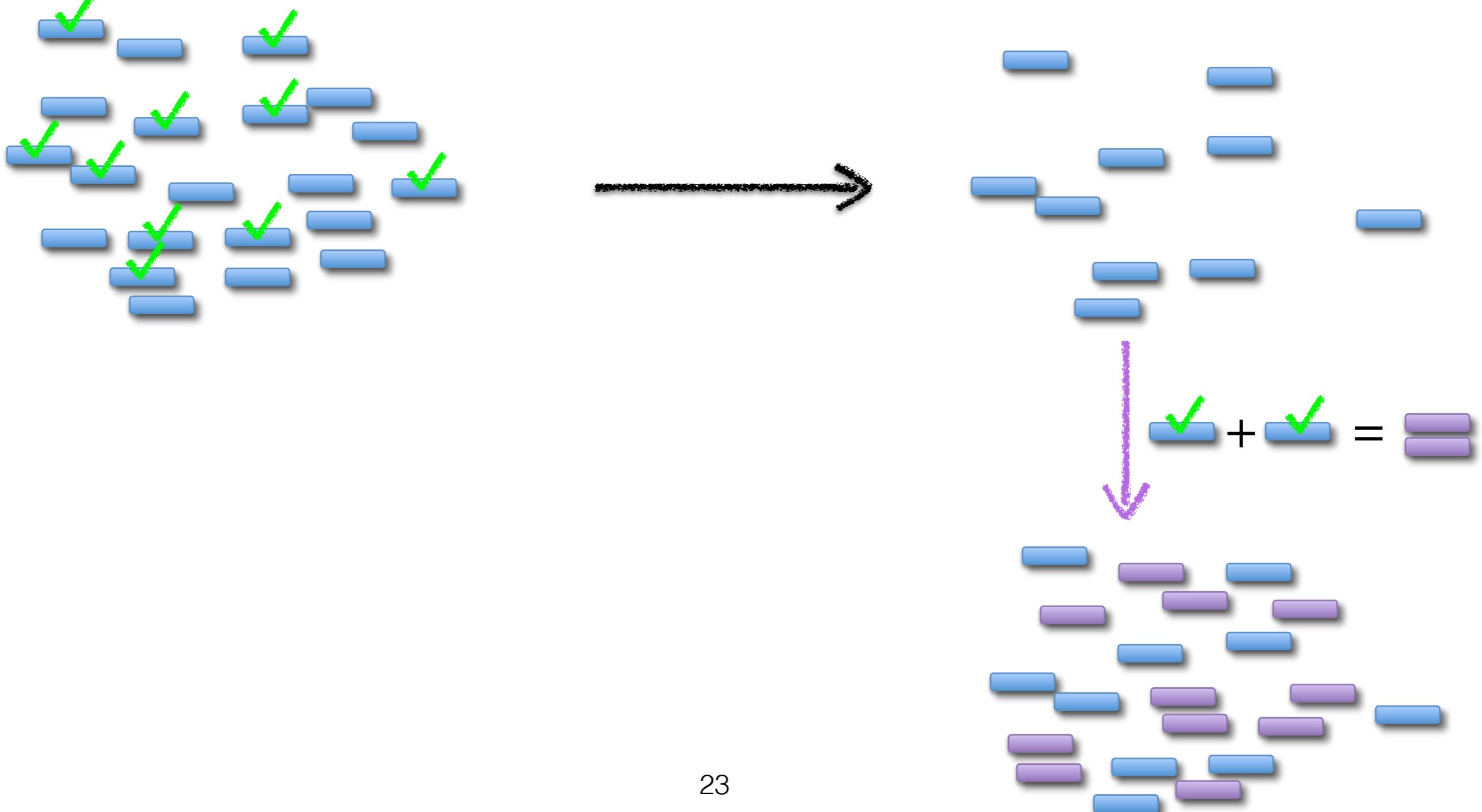
Application au voyageur de commerce

*La méthode de **sélection** est au choix du concepteur.*



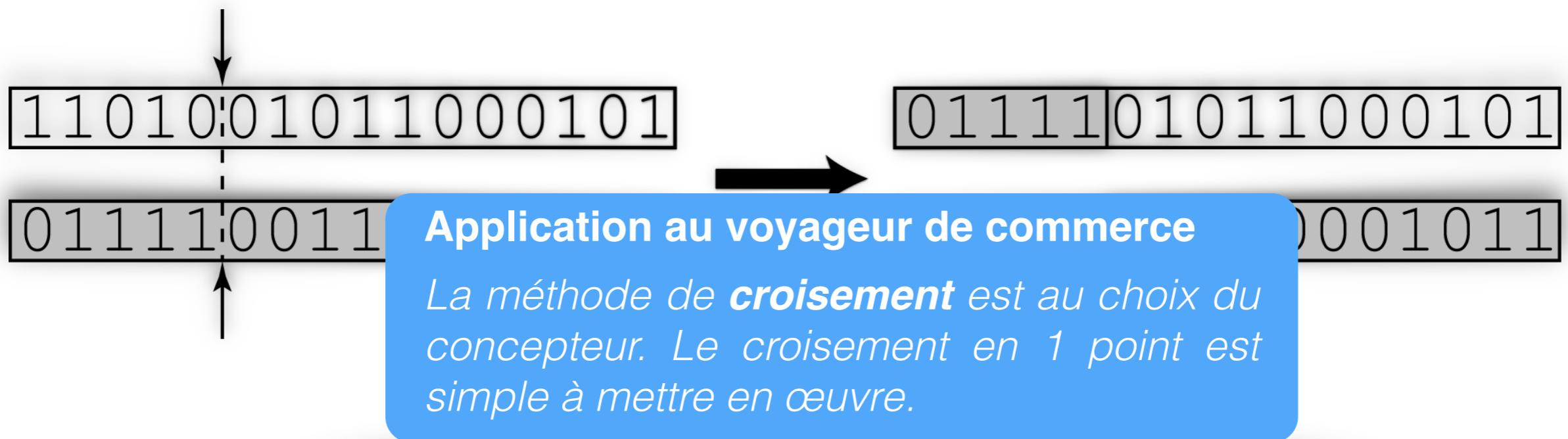
ÉTAPE 3

CROISEMENT

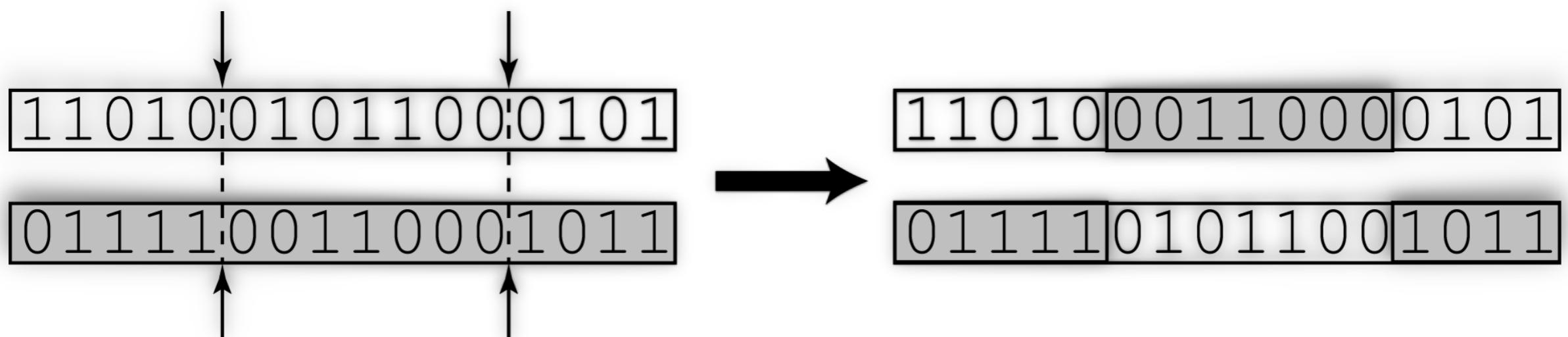


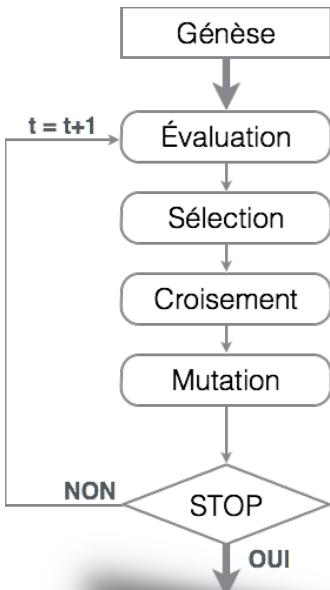
ÉTAPE 4

CROISEMENT EN 1 POINT



CROISEMENT EN 2 POINTS





ÉTAPE 5

MUTATION

Stagnation de l'évolution

Dérive génétique

1101001011000101



1101001011010101

$$\Rightarrow 0,001 < P_m < 0,01$$

$$\Rightarrow P_m = 1/\mathcal{L} \text{ où } \mathcal{L} = \text{nb de bits du chromosome}$$

P_m variable d'un gène à l'autre

P_m variable au cours du temps

ÉTAPE 5

MUTATION AUTO-ADAPTATIVE

Chromosome codant les probabilités de mutation



Individu

1000011101110111	11010101011010101
1100110101111111	11010101010101010
11111000010101011	01010101011101010
00000000101110000	11110111100001010
0101111010101000	00111010110101010
01010000101001010	11101111001001010
01000101101010101	01101101110111100
001	10010110101010010
110	00010110101101100
110	01100111011101010

11010101011010101	01010101010101010
11010101010101010	11110111100001010
00111010110101010	00111010110101010
11101111001001010	11101111001001010
01101101110111100	01101101110111100
10010110101010010	10010110101010010
00010110101101100	00010110101101100
01100111011101010	01100111011101010

ÉVOLUTION

Application au voyageur de commerce

La **mutation** consistera à échanger la position de couples de villes sélectionnées au hasard. On commencera par 2.

Chromosome codant les données



ÉVOLUTION

Algorithmique génétique

Évolution

Pratique et tâtonnement

Valeurs-clés

Non-déterministe

Proche de l'optimal