



Spis godt. Lev godt.

Optimalisering av distribusjon med fokus på bærekraft og ESG

November 2024

Contents

1	Lineær Programmeringsmodell For Ruteoptimering	1
1.1	Mengder	1
1.2	Parametere	1
1.3	Målfunksjon	1
1.4	Begrensninger	2
1.5	Forklaring av Data	3
1.5.1	Avstandsmatrise	3
1.5.2	Prioriteringstabeller	4
2	Lineær Programmeringsmodell for Tidsskjemaoptimalisering	5
2.1	Mengder	5
2.2	Parametere	5
2.3	Variabler	5
2.4	Målfunksjon	5
2.5	Begrensninger	5
2.6	Forklaring av Data	6
2.6.1	Lossingstider	6
2.6.2	Google Maps Tidsestimat basert på avgangstidspunkt	6
2.6.3	Data fra tidligere modell	6
3	Lineær Programmeringsmodell For Ruteoptimering Med Flere Lastebiler	7
3.1	Mengder	7
3.2	Parametere	7
3.3	Målfunksjon	7
3.4	Begrensninger	7
4	Resultater	9
4.1	Mandag til Fredag	9
4.1.1	Optimal Leveringsruter og Tidsplaner	9
4.2	Lørdag	10
4.2.1	Utgangspunkt i mTSP modellen.. . . .	10
4.2.2	Rute for rute 1 (varebil)	10
4.2.3	Rute for rute 2 (Lastebil)	11
4.3	Søndag	12
4.3.1	Optimal Leveringsruter og Tidsplaner	12

Innledning

Formålet med modellen er å optimalisere leveringsrutene for bakerier ved å minimere den totale distansen som kjøres, samtidig som prioriteringer for tidlige leveranser ivaretas. Modellen sikrer effektiv ruteplanlegging som reduserer kostnader og miljøpåvirkning ved å minimere CO₂-utslipp, basert på kjørte distanser.

1 Lineær Programmeringsmodell For Ruteoptimering

La $x_{d,i,j}$ være en binær variabel som indikerer om ruten går fra bakeri i til bakeri j på dag d .
La $u_{d,i}$ være en hjelpevariabel for å eliminere delruter på dag d for bakeri i .

1.1 Mengder

- BA : Mengden av alle Bakerier
- $DAGER$: Mengden av dager i uken (ordnet)

1.2 Parametere

- $AVSTAND_{i,j}$: Avstanden mellom bakeri i og bakeri j
- $PRIORITET_{d,i}$: Prioritet for å besøke bakeri i på dag d

1.3 Målfunksjon

Minimer total distanse og prioriter tidlige åpninger for hver dag:

$$\begin{aligned} \min Z = & \sum_{d \in DAGER} \sum_{i \in BA} \sum_{\substack{j \in BA \\ i \neq j}} AVSTAND_{i,j} \cdot x_{d,i,j} \\ & + \sum_{d \in DAGER} \sum_{i \in BA} \sum_{\substack{j \in BA \\ i \neq j \\ i \neq MM \\ j \neq MM}} PRIORITET_{d,i} \cdot x_{d,i,j}. \end{aligned}$$

1.4 Begrensninger

$$\sum_{j \in BA, j \neq i} x_{d,i,j} = 1, \quad \forall d \in DAGER, i \in BA \setminus \{MM\}$$

$$\sum_{i \in BA, i \neq j} x_{d,i,j} = 1, \quad \forall d \in DAGER, j \in BA \setminus \{MM\}$$

$$u_{d,i} - u_{d,j} + |BA| \cdot x_{d,i,j} \leq |BA| - 1, \quad \forall d \in DAGER, i, j \in BA \setminus \{MM\}, i \neq j$$

$$\sum_{j \in BA \setminus \{MM\}} x_{d,MM,j} = 1, \quad \forall d \in DAGER$$

$$\sum_{i \in BA \setminus \{MM\}} x_{d,i,MM} = 1, \quad \forall d \in DAGER$$

$$u_{d,MM} = 0, \quad \forall d \in DAGER$$

$$\sum_{j \in BA \setminus \{MM\}, \text{PRIORITET}_{d,j}=1} x_{d,MM,j} = 1, \quad \forall d \in DAGER$$

$$\text{PRIORITET}_{d,i} \leq \text{PRIORITET}_{d,j} + |BA| \cdot (1 - x_{d,i,j}), \quad \forall d \in DAGER, i, j \in BA \setminus \{MM\}, i \neq j$$

$$x_{d,\text{Horisont},MM} = 1, \quad \forall d \in DAGER$$

Forklaring av begrensninger

- Besøk hvert bakeri én gang per dag
- Forlat hvert bakeri én gang per dag
- Eliminer delruter
- Start ruten fra MM
- Avslutt ruten ved MM
- Sett MM som første stopp
- Besøk bakeri med prioritet 1 først
- Oppretthold prioritetsrekkefølgen
- Horisont som siste stopp før MM

1.5 Forklaring av Data

- **Bakerier (BAKERIES):** En liste over bakeriene som inngår i modellen.
- **Dager (DAYS):** En oversikt over dager i uken som brukes i planleggingen.
- **Avstandsmatrise (DISTANCE):** Måler avstanden mellom bakerier i kilometer.
- **Prioritetstabell (PRIORITY):** Viser viktigheten av å besøke spesifikke bakerier basert på ukedag (åpningstider).

1.5.1 Avstandsmatrise

Tabellen nedenfor viser avstandene mellom bakerier i kilometer. Merk at matrisen ikke er symmetrisk, da avstanden mellom to punkter kan variere avhengig av kjøreretningen på grunn av trafikkforhold, enveiskjørte gater eller andre geografiske forhold.

Fra/til	H	F	C	Fm	M	Mi	L	Kx	Vt	K	Fl
H	0	12.6	13.08	13.32	12.47	14.2	21.72	13.13	12.8	13.41	13.3
F	13.25	0	1.02	3.51	0.38	4.66	12.18	3.59	0.74	0.76	0.74
C	12.76	1.15	0	3.14	1.54	4.29	11.81	3.22	1.35	1.96	1.85
Fm	14.01	3.4	3.1	0	3.6	3.28	10.79	1.93	2.59	4.54	4.43
M	12.79	1.06	1.54	3.05	0	4.2	11.72	3.13	1.26	0.6	0.54
Mi	13.54	3.39	3.09	2.86	3.26	0	10.13	1.04	3.59	4.2	4.09
L	22.01	11.74	12.22	11.48	11.61	8.35	0	9.39	11.94	12.55	12.44
Kx	13.09	2.95	2.65	2.42	2.82	2.29	9.8	0	3.15	3.76	3.65
Vt	12.94	0.49	0.67	3.2	0.88	4.35	11.86	3.28	0	1.25	1.19
K	13.19	1.46	1.94	3.45	0.48	4.6	12.11	3.53	1.66	0	0.29
Fl	13.27	1.54	2.02	3.53	0.56	4.68	12.2	3.61	1.74	0.29	0

Forklaring av Forkortelser

Tabellen nedenfor forklarer forkortelsene som brukes i avstandsmatrisen:

Forkortelse	Beskrivelse
H	Horisont
F	Festplassen
C	Christie
Fm	Fløttmannsplassen
M	Marken
Mi	Mindemyren
L	Lagunen
Kx	KronstadX
Vt	VestreTorggaten
K	Korskirken
Fl	Fløyen

1.5.2 Prioriteringstabeller

Tabellene nedenfor viser prioriteringslistene for bakeriene basert på dager i uken. Prioriteringene har grunnlag i åpningstidene og bestemmer rekkefølgen for leveringsbesøk.

Mandag til Fredag

Bakeri	Prioritet
KronstadX	1
Marken	2
Fløttmannsplassen	3
Fløyen	3
Festplassen	3
VestreTorggaten	3
Korskirken	4
Christie	4
Lagunen	5
Horisont	6

Lørdag

Bakeri	Prioritet
Fløttmannsplassen	1
Fløyen	1
KronstadX	2
Marken	2
VestreTorggaten	2
Festplassen	2
Korskirken	2
Lagunen	2
Christie	3
Horisont	3

Søndag

Bakeri	Prioritet
Fløyen	1
KronstadX	2
Fløttmannsplassen	2
Marken	2
VestreTorggaten	2
Festplassen	2
Korskirken	3
Christie	3
Lagunen	4
Horisont	-

2 Lineær Programmeringsmodell for Tidsskjemaoptimalisering

La $arrival_time_i$ være en kontinuerlig variabel som angir ankomsttid til lokasjon i (i minutter etter midnatt). Modellen optimaliserer ruteplanlegging basert på reisetid, prioriteringer og tidsrestriksjoner.

2.1 Mengder

- $LOCATIONS$: Mengden av alle lokasjoner i ruten, ordnet i rekkefølge.
- $PRIORITIES$: Mengden av prioriteringsnivåer for lokasjonene.

2.2 Parametere

- $travel_time_{i,j}$: Reisetiden fra lokasjon i til lokasjon j (i minutter).
- $unloading_time_i$: Lossingstiden ved lokasjon i (i minutter).
- $opening_time_p$: Åpningstiden for prioritet p (i minutter etter midnatt).
- $buffer_time$: Buffer-tid mellom ankomsttid og åpningstid (i minutter).
- $location_priority_i$: Prioritet for lokasjon i , der $location_priority_i \in PRIORITIES$.

2.3 Variabler

- $arrival_time_i$: Kontinuerlig variabel som angir ankomsttid til lokasjon i (i minutter etter midnatt).

2.4 Målfunksjon

Målet med modellen er å maksimere den seneste avgangstiden fra den første lokasjonen:

$$\text{Maksimer } Z = arrival_time_{\text{first}(LOCATIONS)}$$

2.5 Begrensninger

$$\begin{aligned} 1. \text{ Last_Arrival: } & arrival_time_{\text{last}(LOCATIONS)} + unloading_time_{\text{last}(LOCATIONS)} \\ & \leq opening_time_{location_priority_{\text{last}(LOCATIONS)}} \end{aligned}$$

2. Travel_Time:

$$\begin{aligned} arrival_time_j &= arrival_time_i + unloading_time_i + travel_time_{i,j}, \\ \forall i, j \in LOCATIONS, \text{ der } ord(j) &= ord(i) + 1. \end{aligned}$$

3. Priority_Constraints:

$$\begin{aligned} arrival_time_i + unloading_time_i &\leq opening_time_{location_priority_i}, \\ \forall i \in LOCATIONS. \end{aligned}$$

Forklaring av Begrensninger

- **Last_Arrival:** Sikrer at ankomsttiden for den siste lokasjonen, inkludert lossingstid, overholder åpningstiden for dens prioritet. Dette forhindrer at leveransen til den siste lokasjonen skjer for sent.
- **Travel_Time:** Definerer forholdet mellom ankomsttidene til to påfølgende lokasjoner, der ankomsttiden til den neste lokasjonen avhenger av reisetiden og lossingstiden på den nåværende lokasjonen. Dette gjelder kun for lokasjoner som er direkte koblet gjennom ruten.
- **Priority_Constraints:** Sikrer at hver lokasjons ankomsttid og lossingstid ikke overskrider åpningstiden tilknyttet lokasjonens prioritet. Dette bidrar til at lokasjonenes spesifikke krav blir oppfylt.

2.6 Forklaring av Data

2.6.1 Lossingstider

- **Lossingstider (unloading_time):** Tabellen nedenfor viser lossingstiden i minutter for hver lokasjon.

Lokasjon	Lossingstid (minutter)
KronstadX	7
Fløttmannsplassen	7
Marken	7
VestreTorggaten	7
Festplassen	7
Fløyen	7
Korskirken	7
Christie	7
Lagunen	15
Horisont	7

2.6.2 Google Maps Tidsestimat basert på avgangstidspunkt

Reisetidene (*travel_time*) er basert på tidsestimater fra Google Maps, som tar hensyn til tidspunktet på dagen for å reflektere varierende trafikkforhold og dermed gi mer nøyaktige estimater for reisetiden mellom lokasjonene.

2.6.3 Data fra tidligere modell

Ruten som er brukt i dataene er hentet fra ruteoptimeringsmodellen tidligere for å sikre effektiv distribusjon mellom lokasjonene.

3 Lineær Programmeringsmodell For Ruteoptimering Med Flere Lastebiler

La $x_{d,k,i,j}$ være en binær variabel som indikerer om lastebil k kjører fra bakeri i til bakeri j på dag d . La $u_{d,k,i}$ være en hjelpevariabel for å eliminere delruter for lastebil k på dag d for bakeri i .

3.1 Mengder

- BA : Mengden av alle Bakerier
- $DAGER$: Mengden av dager i uken (ordnet)
- $LASTEBILER$: Mengden av lastebiler

3.2 Parametere

- $AVSTAND_{i,j}$: Avstanden mellom bakeri i og bakeri j
- $PRIORITET_{d,i}$: Prioritet for å besøke bakeri i på dag d

3.3 Målfunksjon

Minimer total distanse og prioriter tidlige åpninger for hver dag:

$$\begin{aligned} \min Z = & \sum_{d \in DAGER} \sum_{k \in LASTEBILER} \sum_{\substack{i \in BA \\ i \neq j}} \sum_{j \in BA} AVSTAND_{i,j} \cdot x_{d,k,i,j} \\ & + \sum_{d \in DAGER} \sum_{k \in LASTEBILER} \sum_{\substack{i \in BA \\ i \neq j \\ i \neq MM \\ j \neq MM}} \sum_{j \in BA} PRIORITET_{d,i} \cdot x_{d,k,i,j}. \end{aligned}$$

3.4 Begrensninger

$$u_{d,k,i} - u_{d,k,j} + |BA| \cdot x_{d,k,i,j} \leq |BA| - 1, \forall d \in DAGER, k \in LASTEBILER, i, j \in BA \setminus \{MM\}, i \neq j [12pt]$$

$$\sum_{j \in BA \setminus \{MM\}} x_{d,k,MM,j} = 1, \forall d \in DAGER, k \in LASTEBILER$$

$$\sum_{i \in BA \setminus \{MM\}} x_{d,k,i,MM} = 1, \forall d \in DAGER, k \in LASTEBILER$$

$$u_{d,k,MM} = 0, \forall d \in DAGER, k \in LASTEBILER$$

$$\sum_{j \in BA \setminus \{MM\}} PRIORITET_{d,j} \cdot x_{d,k,MM,j} = 1, \forall d \in DAGER, k \in LASTEBILER$$

$$PRIORITET_{d,i} \leq PRIORITET_{d,j} + |BA| \cdot (1 - x_{d,k,i,j}), \forall d \in DAGER, k \in LASTEBILER, i, j \in BA \setminus \{MM\}, i \neq j$$

$$\sum_{k \in LASTEBILER} x_{d,k,Horisont,MM} = 1, \forall d \in DAGER$$

Forklaring av begrensninger

- Besøk hvert bakeri én gang per dag
- Hver lastebil forlater og returnerer til hvert bakeri én gang per dag
- Eliminer delruter for hver lastebil
- Hver lastebil starter ruten fra MM
- Hver lastebil avslutter ruten ved MM
- Sett MM som første stopp for hver lastebil
- Besøk bakeri med prioritet 1 først
- Oppretthold prioritetsrekkefølgen
- Horisont som siste stopp før MM (totalt for alle lastebiler)

4 Resultater

4.1 Mandag til Fredag

4.1.1 Optimal Leveringsruter og Tidsplaner

Nedenfor presenteres de optimale leveringsrutene og tilhørende ankomsttider for hver dag fra Mandag til Fredag med utgangspunkt i lossetider. Den møter ikke buffertid for alle avdelinger ettersom det vil føre til lang ventetid for sjåfør eller utvalgte avdelinger får varene betraktlig tidligere enn andre.

Total Avstand: 60.98 km

Seneste Avgangstid fra Mindemyren: 05:35 - 05:40

Seneste Ankomsttid ved Første Bakeri: 05:47

Steg	Fra	Til	Prioritet	Ankomsttid	Åpningstid
1	Mindemyren	KronstadX	1	05:47	06:00
2	KronstadX	Marken	2	06:00	06:30
3	Marken	Fløttmannsplassen	3	06:17	07:00
4	Fløttmannsplassen	VestreTorggaten	3	06:29	07:00
5	VestreTorggaten	Festplassen	3	06:39	07:00
6	Festplassen	Fløyen	3	06:49	07:00
7	Fløyen	Korskirken	4	07:05	07:30
8	Korskirken	Christie	4	07:20	07:30
9	Christie	Lagunen	5	07:47	08:00
10	Lagunen	Horisont	6	08:32	09:00
11	Horisont	Mindemyren	-	-	-

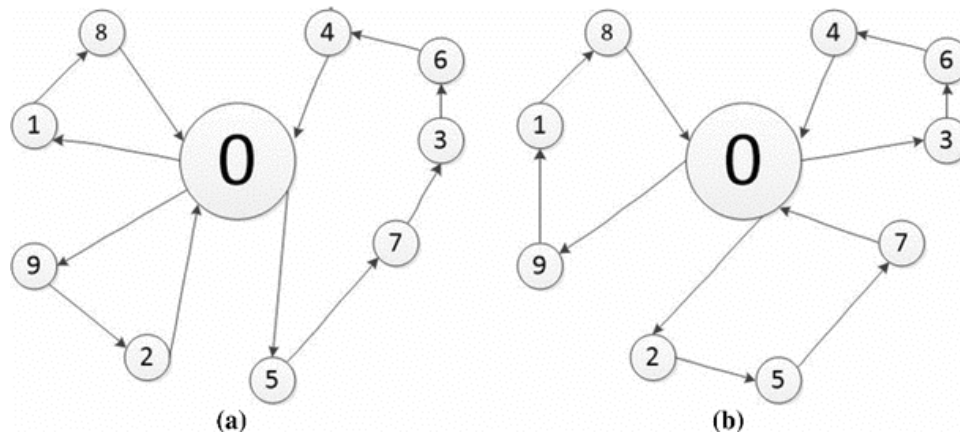
Table 7: Optimal Leveringsrute for Mandag med Åpningstider

Ankomsttider for hver lokasjon:

- **KronstadX:** 05:47
- **Fløttmannsplassen:** 06:00
- **Marken:** 06:17
- **VestreTorggaten:** 06:29
- **Festplassen:** 06:39
- **Fløyen:** 06:49
- **Korskirken:** 07:05
- **Christie:** 07:20
- **Lagunen:** 07:47
- **Horisont:** 08:32

4.2 Lørdag

4.2.1 Utgangspunkt i mTSP modellen..



4.2.2 Rute for rute 1 (varebil)

Nedenfor presenteres de optimale leveringsrutene og tilhørende ankomsttider for lørdag fra Mindemyren med utgangspunkt i lossetider

Seneste Avgangstid fra Mindemyren: 07:00

Seneste Ankomsttid ved Første Bakeri: 07:05

Steg	Fra	Til	Prioritet	Ankomsttid	Åpningstid
1	Mindemyren	KronstadX	2	07:05	08:00
2	KronstadX	Lagunen	2	07:24	08:00
3	Lagunen	Mindemyren	-	-	-

Table 8: Optimal Leveringsrute for Lørdag med Åpningstider

Ankomsttider for hver lokasjon:

- **KronstadX:** 07:05
- **Lagunen:** 07:24

4.2.3 Rute for rute 2 (Lastebil)

Nedenfor presenteres de optimale leveringsrutene og tilhørende ankomsttider for lørdag fra Mindemyren med utgangspunkt i lossetider

Seneste Avgangstid fra Mindemyren: 06:30

Seneste Ankomsttid ved Første Bakeri: 06:37

Steg	Fra	Til	Prioritet	Ankomsttid	Åpningstid
1	Mindemyren	Fløttmannsplassen	1	06:37	07:00
2	Fløttmannsplassen	Fløyen	1	06:53	07:00
3	Fløyen	Korskirken	2	07:14	08:00
4	Korskirken	Marken	2	07:23	08:00
5	Marken	Festplassen	2	07:35	08:00
6	Festplassen	VestreTorggaten	2	07:46	08:00
7	VestreTorggaten	Christie	3	07:56	09:00
8	Christie	Horisont	3	08:27	09:00

Table 9: Optimal Leveringsrute for Lørdag med Åpningstider

Ankomsttider for hver lokasjon:

- **Fløttmannsplassen:** 06:37
- **Fløyen:** 06:53
- **Korskirken:** 07:14
- **Marken:** 07:23
- **Festplassen:** 07:35
- **VestreTorggaten:** 07:46
- **Christie:** 07:56
- **Horisont:** 08:27

Samlet Total reiseavstand 56.68 km

4.3 Søndag

4.3.1 Optimal Leveringsruter og Tidsplaner

Nedenfor presenteres de optimale leveringsrutene og tilhørende ankomsttider for Søndag med utgangspunkt i lossetider. Det er større variasjon i differanse mellom ankomsttid og åpningstid enn tidligere. Men avstanden er kraftig redusert ettersom Horisont er stengt på søndager.

Total Avstand: 36.13 km

Seneste Avgangstid fra Mindemyren: 06:30 - 06:35

Seneste Ankomsttid ved Første Bakeri: 06:45

Steg	Fra	Til	Prioritet	Ankomsttid	Åpningstid
1	Mindemyren	Fløyen	1	06:44	07:00
2	Fløyen	Marken	2	07:00	08:00
3	Marken	Fløttmannsplassen	2	07:15	08:00
4	Fløttmannsplassen	KronstadX	2	07:27	08:00
5	KronstadX	VestreTorggaten	2	07:43	08:00
6	VestreTorggaten	Festplassen	2	07:53	08:00
7	Festplassen	Korskirken	3	08:03	09:00
8	Korskirken	Christie	3	08:19	09:00
9	Christie	Lagunen	4	08:42	10:00
10	Lagunen	Mindemyren	-	-	-

Table 10: Optimal Leveringsrute for Søndag med Åpningstider

Ankomsttider for hver lokasjon:

- **Fløyen:** 06:45
- **Marken:** 07:01
- **Fløttmannsplassen:** 07:16
- **KronstadX:** 07:28
- **VestreTorggaten:** 07:44
- **Festplassen:** 07:54
- **Korskirken:** 08:04
- **Christie:** 08:20
- **Lagunen:** 08:43

Samlet kjørelengde for uken: $60.98 \times 5 + 56.68 + 36.13 = 418.53 \text{ km}$

CO₂-utslippsberegning

Utslipp beregnes som:

$$\text{Utslipp} = \text{Utslippsfaktor} \times \text{Distanse}$$

Sett inn verdier:

$$\text{Utslipp} = 52.75 \text{ g CO}_2/\text{tkm} \times 418.53 \text{ km}$$

Utfør beregningen:

$$\text{Utslipp} = 22,080.98 \text{ g CO}_2$$

Konverter til kilogram:

$$\text{Utslipp} = \frac{22,080.98 \text{ g CO}_2}{1000 \text{ g/kg}}$$

$$\text{Utslipp} = 22.08 \text{ kg CO}_2$$

Dette er den grunnleggende beregningen for å finne CO₂-utslippet for en nyere lastebil som kjører 418.53 km, gitt en utslippsfaktor på 52.75 g CO₂ per tonn-kilometer. Resultatet viser at lastebilen vil slippe ut 22.08 kg CO₂ på denne strekningen hver uke.