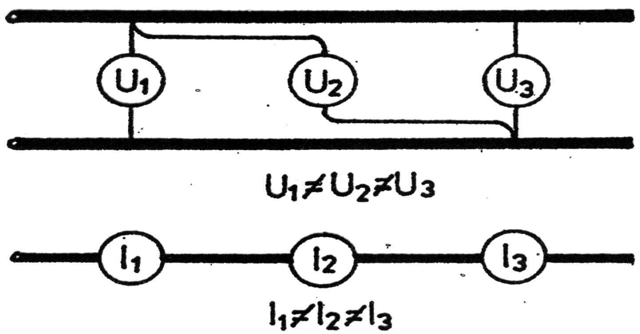
VLASTNOSTI ELEKTRICKÝCH OBVODŮ

Soustředěné parametry: systém lze popsat souborem konečného počtu prvků (R,L,C,U,I), které jsou propojeny ideálními vodiči. Změny obvodových veličin probíhají tak pomalu, že není potřeba brát v úvahu konečnou rychlost šíření změn v systému. V rovnicích popisujících napětí a proudy je jen JEDNA nezávisle proměnná veličina – čas – obyčejné diferenciální rovnice.

Rozložené parametry: výše uvedené podmínky nejsou splněny, zpoždění při šíření změn v systému se projeví, napětí,proud nejsou jen funkcí času, ale i souřadnice. Obvod je popsán parciálními diferenciálními rovnicemi - MAXWELLOVY rovnice. V systému se šíří elektromagnetická vlna, systém jí může vyzařovat a přijímat.



LINEÁRNÍ A NELINEÁRNÍ OBVODY

Lineární obvody- děje v nich je možné popsat lineárními rovnicemi, mezi veličinami platí vztahy úměrnosti

Nelineární obvody – jsou popsány nelineárními rovnicemi (mocniny, exponenciely), generují harmonické sinusového signálu a kombinační kmitočty z více budicích signálů

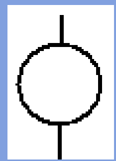
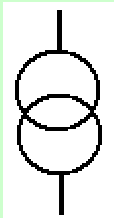
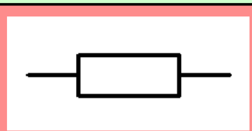
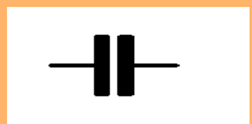
OBVODY jsou jsou složeny z vzájemně propojených prvků, které jsou realizovány součástkami

Pasivní součástky – negenerují elektrický výkon, přiváděný výkon obvykle spotřebovávají nebo odráží

Aktivní součástky – umožňují generovat signál s větším elektrickým výkonem, než je úroveň signálu řídicího

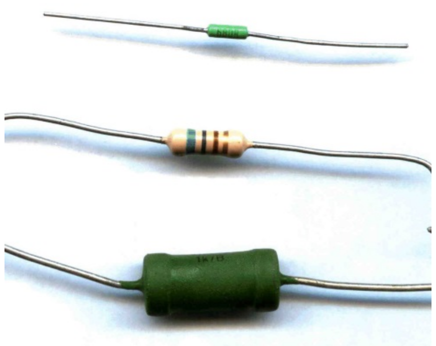
Polovodičové součástky – využívají děje v čistých monokrystalických polovodičích, jsou aktivní i pasívni

PRVKY A SOUČÁSTKY

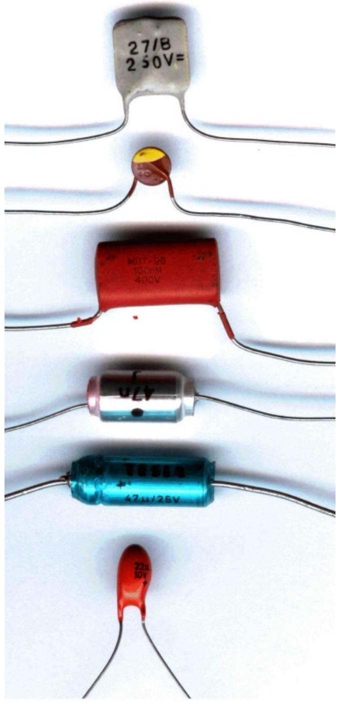
Název	Značka	Jednotky	Název	Násobky	Typ
Zdroj napětí		V	Volt	μV, mV, kV	aktivní
Zdroj proudu		A	Ampér	μA, mA, kA	aktivní
Rezistor		Ω	Ohm	mΩ, kΩ, MΩ	pasivní
Konden-zátor		F	Farad	pF, nF, μF,mF	pasivní
Cívka		H	Henry	μH, mH	pasivní

PASIVNÍ SOUČÁSTKY

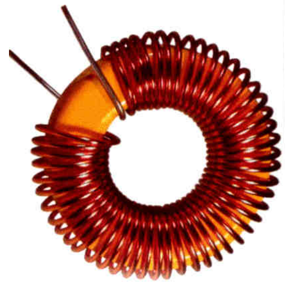
- rezistory
- kondenzátory
- cívky



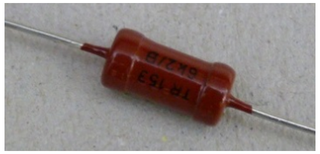
rezistory



kondenzátory



cívky

Ideální rezistor  

realizuje pasivní veličinu - **elektrický odpor R (rezistenci),**
jednotkou je 1 **ohm** [Ω] = [V.A^{-1}]
mění energii elektromagnetického pole (elektrická energie) **pouze v teplo**

Pro odpor *R* platí Ohmův zákon $u = R.i$

u - okamžitá hodnota napětí na rezistoru,
i - okamžitá hodnota proudu rezistorem

Okamžitý výkon na rezistoru *P*: $P = u.i$

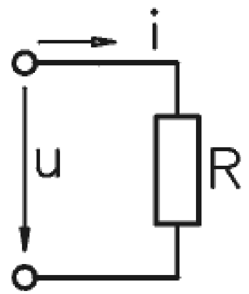
Řazení rezistorů sériové:

$$R_c = \sum R_i$$

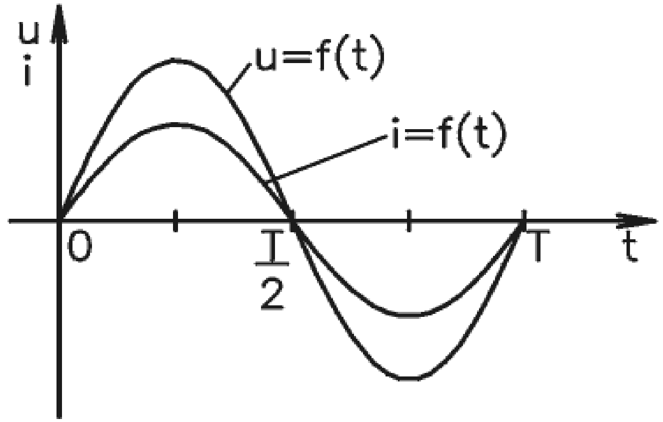
paralelní:

$$\frac{1}{R_c} = \sum \frac{1}{R_i}$$

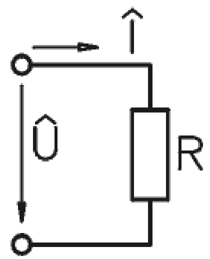
IDEÁLNÍ REZISTOR V OBVODU STŘÍDAVÉHO PROUDU



$$u(t) = Ri(t)$$



$$\mathrm{u} = \mathrm{U_m} \sin \omega t$$

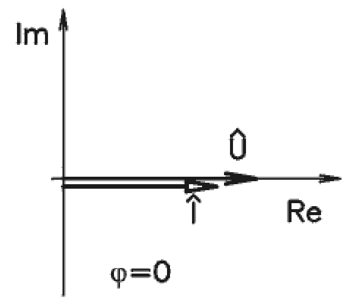


$$\{\hat{u}\} = R.\{\hat{i}\}$$

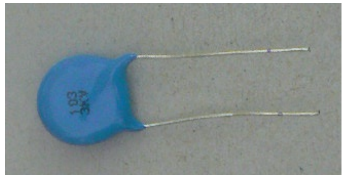
$$\hat{U}.e^{j\omega t} = R\hat{I}.e^{j\omega t}$$

$$\hat{u} = R.\hat{i}$$

$$\hat{U} = R.\hat{I}$$



Ideální kondenzátor 



realizuje pasivní veličinu - **kapacitu C**
vyjadřujeme jí energii elektrického pole, akumulovanou v kondenzátoru.

Pro kapacitu C platí $q = C.u$ jednotka **Farad** [F] = [A.s.V^{-1}]

q - okamžitá hodnota elektrického náboje na kondenzátoru,
u - okamžitá hodnota napětí na kondenzátoru.

Pro lineární kondenzátor platí mezi okamžitou hodnotou napětí *u* na kondenzátoru a okamžitou hodnotou procházejícího proudu *i* vztah:

$$i = C\frac{du}{dt}$$

Energie akumulovaná v kondenzátoru:

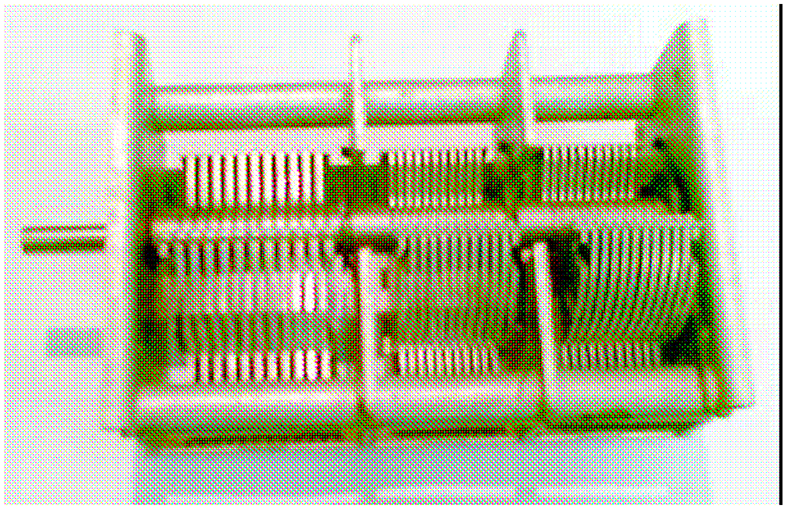
$$W = \frac{1}{2} C u^2$$

Řazení kondenzátorů sériové:

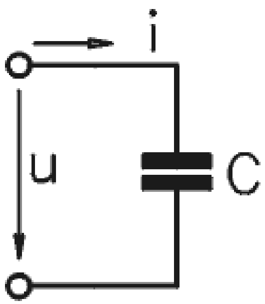
$$\frac{1}{C_c} = \sum \frac{1}{C_i}$$

paralelní:

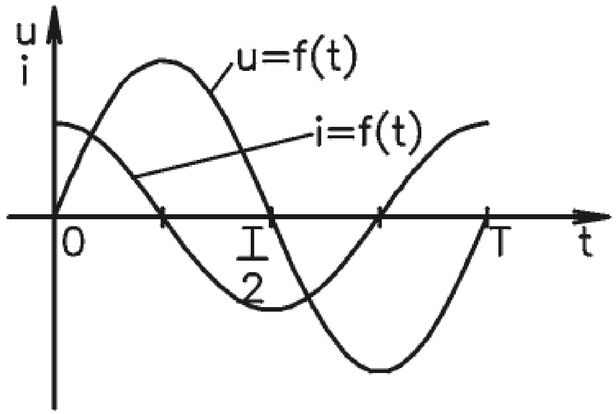
$$C_c = \sum C_i$$



IDEÁLNÍ KONDENZÁTOR V OBVODU STŘÍDAVÉHO PROUDU

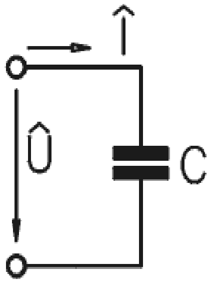


$$u = \frac{1}{C} \int i \, dt$$



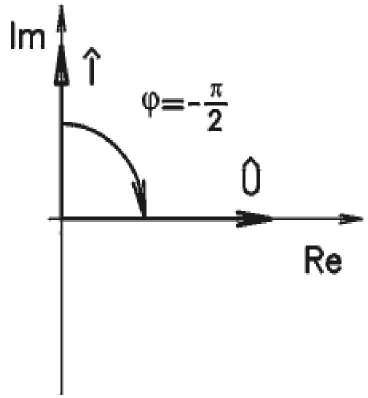
$$\mathrm{u} = \mathrm{U_m} \sin \omega t$$

$$\{\hat{u}\} = \frac{1}{C} \int \{\hat{i}\}$$



$$\hat{U}.e^{j\omega t} = \frac{1}{C} \cdot \frac{1}{j\omega} . \hat{I} . e^{j\omega t}$$

$$\hat{U} = \frac{1}{j\omega C} \hat{I}$$



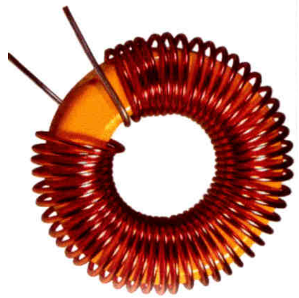
$$\hat{U} = \hat{Z}\hat{I} = (R + jX)\hat{I}$$

$$X_C = \frac{-1}{\omega C}$$ kapacitní reaktance

Ideální cívka 

realizuje pasivní veličinu - **indukčnost L**, vyjadřujeme jí energii magnetického pole akumulovanou v cívce

jednotkou je 1 **Henry** [H] = [VsA^{-1}]



Pro indukčnost L platí $\phi = L.i$

kde

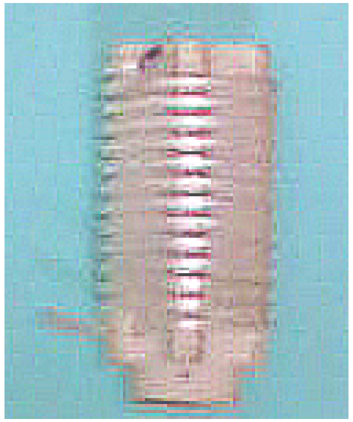
ϕ - okamžitá hodnota magnetického toku uvnitř cívky

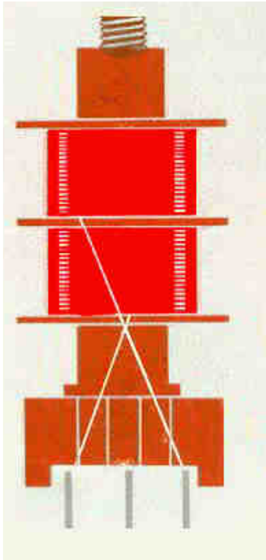
i - okamžitá hodnota proudu procházejícího cívkou.

Pro lineární cívku platí mezi okamžitou hodnotou napětí u na cívce a okamžitou hodnotou proudu i procházejícího cívkou vztah

$$u = L\frac{di}{dt}$$

Energie akumulovaná v cívce



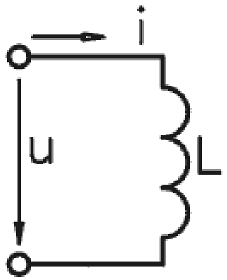


$$\boxed{W = \frac{1}{2} L i^2}$$

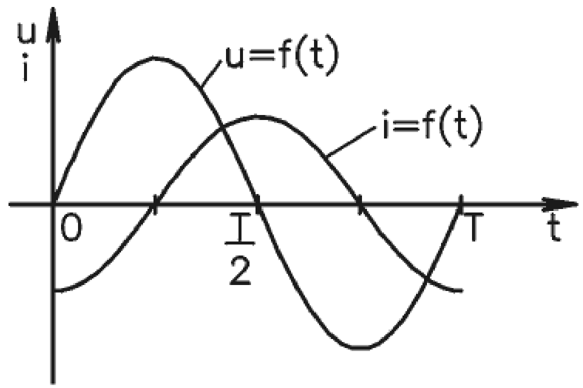
Řazení cívek sériové: paralelní:

$$L_C = \sum L_i \qquad \frac{1}{L_c} = \sum \frac{1}{L_i}$$

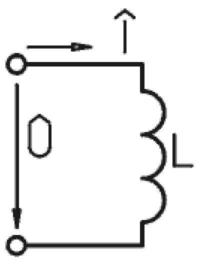
IDEÁLNÍ CÍVKA V OBVODU STŘÍDAVÉHO PROUDU



$$u = L\frac{di}{dt}$$



$$\mathrm{u} = \mathrm{U_m}\sin\omega t$$



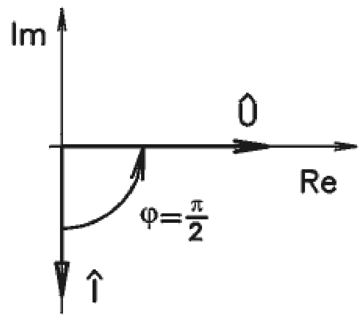
$$\{\hat{u}\} = L\frac{d\{\hat{i}\}}{dt}$$

$$\hat{U}.e^{j\omega t} = L.j\omega.\hat{I}.e^{j\omega t}$$

$$\hat{U} = j\omega L.\hat{I}$$

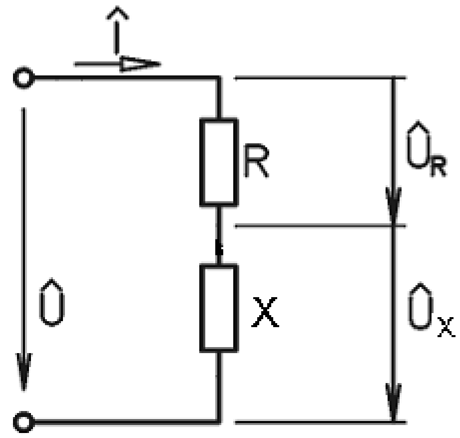
$$X_L = \omega L$$

induktivní
reaktance



JEDNODUCHÉ ELEKTRICKÉ OBVODY

Seriově spojené prvky (rezistor a reaktance)
2. Kirchhoffův zákon v komplexním tvaru



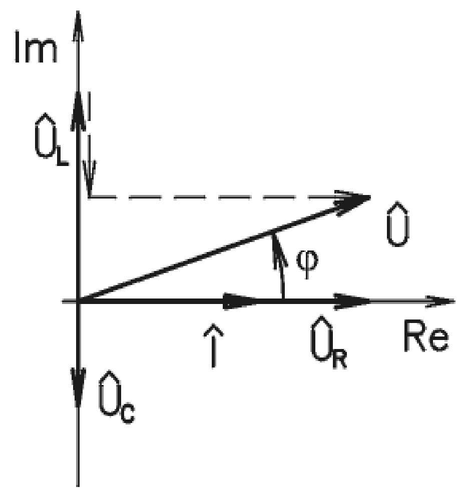
$$\sum_{k=1}^{n} \hat{U}_K = 0 \qquad \hat{U} = \hat{U}_R + \hat{U}_X \qquad \left|\hat{U}\right|^2 = \left|\hat{U}_R\right|^2 + \left|\hat{U}_X\right|^2$$

Pro komplexní impedance platí

$$\hat{Z} = \sum_{k=1}^{n} \hat{Z}_k \qquad \hat{Z} = R + jX$$

$$\hat{Z} = (R + j\omega L)$$

$$\hat{Z} = (R + \frac{1}{j\omega C})$$



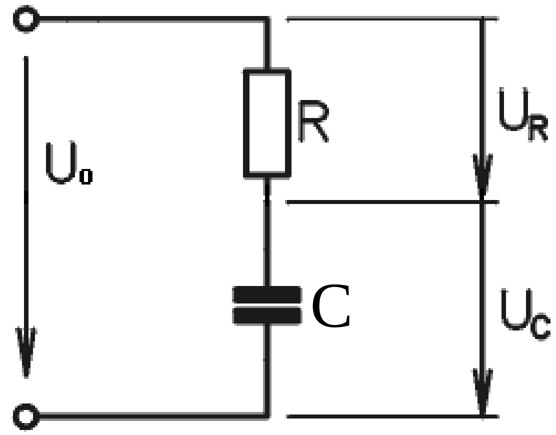
Ohmův zákon v komplexním tvaru

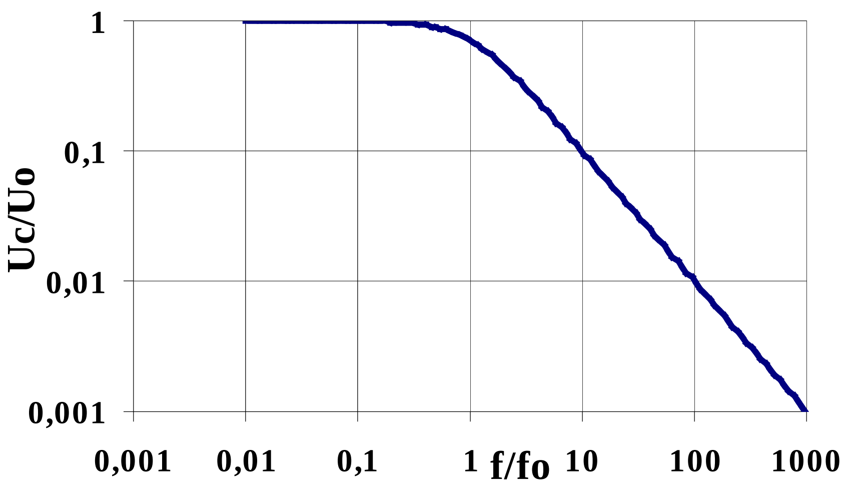
$$\hat{U} = \hat{Z}.\hat{I}$$

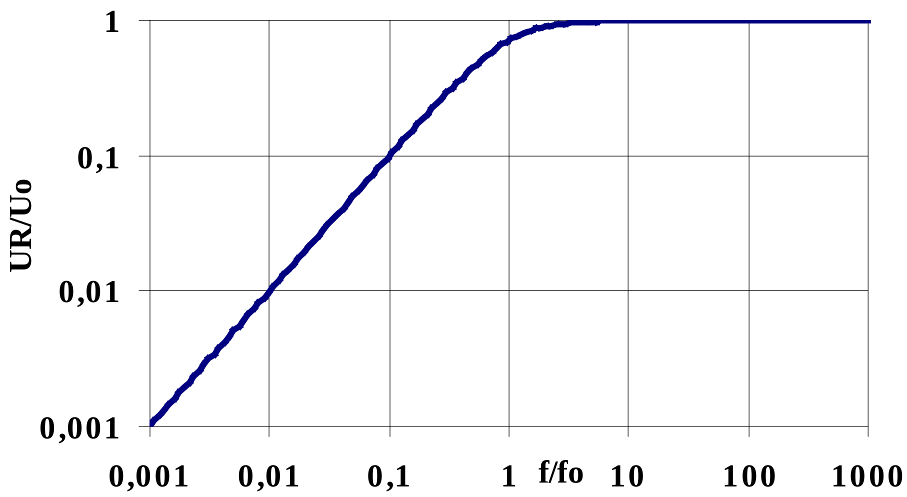
OBVODY RC NEJJEDNODUŠŠÍ KMITOČTOVÉ FILTRY

$$\frac{U_R}{U_o} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}} = \frac{\omega RC}{\sqrt{\omega^2 R^2 C^2 + 1}}$$

$$\frac{U_C}{U_o} = \frac{\frac{1}{\omega C}}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\omega^2 R^2 C^2 + 1}}$$

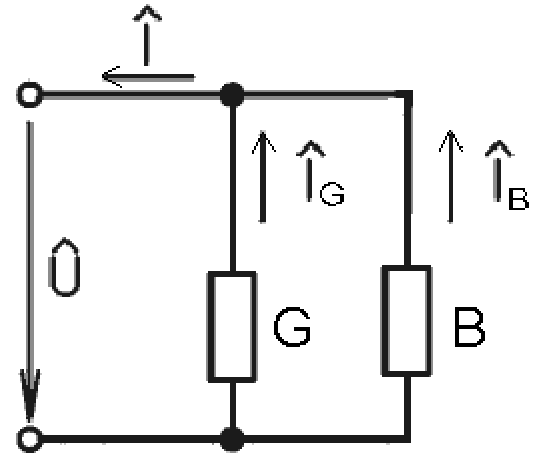






JEDNODUCHÉ ELEKTRICKÉ OBVODY

Paralelně spojené prvky (rezistor a reaktance)
1. Kirchhoffův zákon v komplexním tvaru



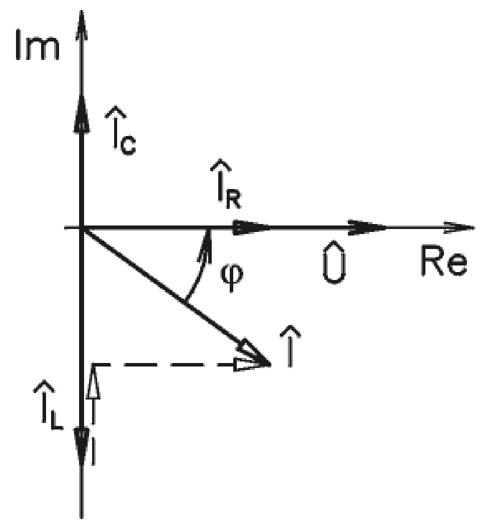
$$\sum_{k=1}^{n} \hat{I}_K = 0 \qquad \hat{I} = \hat{I}_G + \hat{I}_B \qquad \left|\hat{I}\right|^2 = \left|\hat{I}_G\right|^2 + \left|\hat{I}_B\right|^2$$

Pro komplexní admitance platí

$$\hat{Y} = \sum_{k=1}^{n} \hat{Y}_k \qquad \hat{Y} = G + jB$$

$$\hat{Y} = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L}\right)$$

$$\hat{Y} = \left(\frac{1}{R} + j\omega C\right)$$



Ohmův zákon v komplexním tvaru

$$\hat{I} = \hat{Y}\hat{U}$$

PŘECHODNÉ DĚJE V ELEKTRICKÝCH OBVODECH

Vznik přechodných dějů - vázán na prvky obvodu, které jsou schopné dodanou elektrickou energii přeměňovat na jinou formu energie a vracet ji zpět: **cívka**, **kondenzátor**.

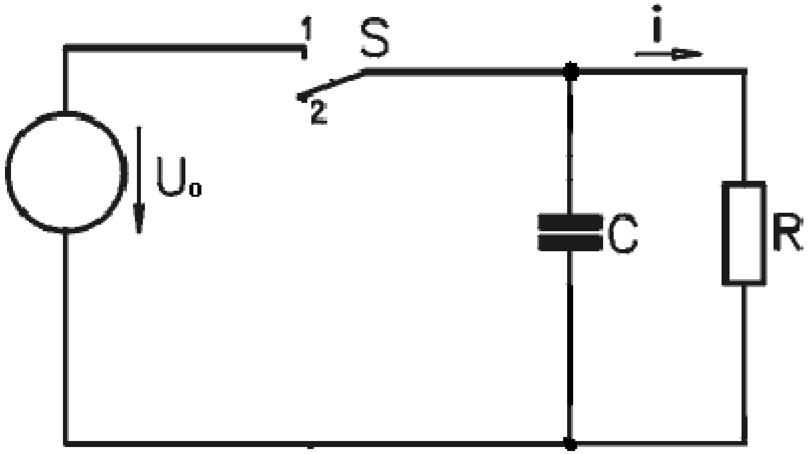
K přechodnému ději dojde:

a) změnou úrovně výkonu přiváděného do obvodu (připojením nebo odpojením zdroje napětí nebo proudu)

b) změnou parametru pasivního prvku (zvětšením nebo zmenšením velikosti R, L, C)

c) změnou topologické struktury (např. přerušením nebo zkratováním větve, event. připojením další větve)

OBVOD RC



Pro proud platí:

$$-C\frac{du_c}{dt} = \frac{u_c}{R} \longrightarrow RC\frac{du_c}{dt} + u_c = 0$$

Řešení diferenciální rovnice

$$u_c = K.e^{-\frac{t}{RC}}$$

$RC = \tau$ je časová konstanta [Ω,F, s]

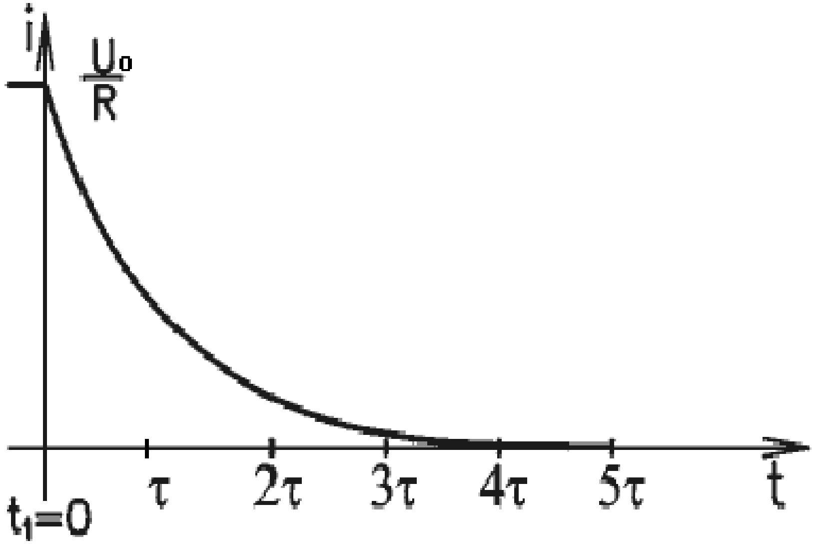
Počáteční podmínky:

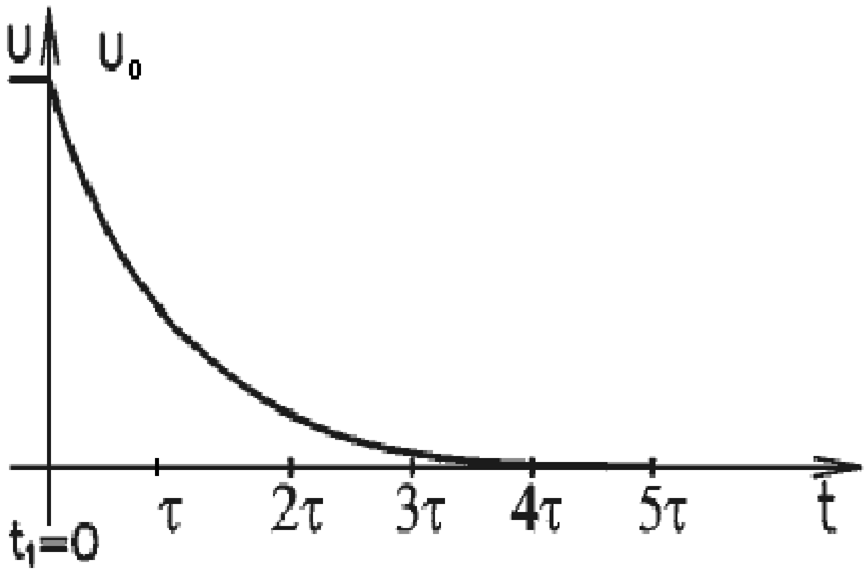
V t=0 je $u_C = U \Rightarrow K = U$

Konečné řešení:

$$u_c = U\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$

PRŮBĚHY NAPĚTÍ A PROUDU



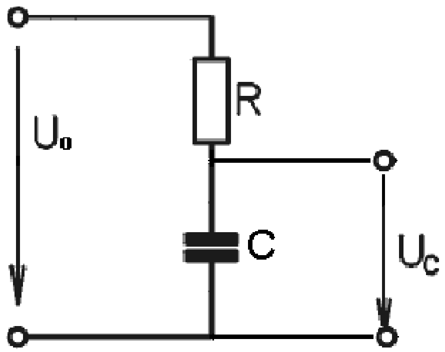


$$RC = \tau$$

Časová konstanta τ je číselně rovna době, která uplyne od počátku přechodného děje do okamžiku, kdy změna hodnoty výstupní veličiny (v tomto případě napětí i proudu) dosáhne 0,632 celkové změny k novému ustálenému stavu (I∞).

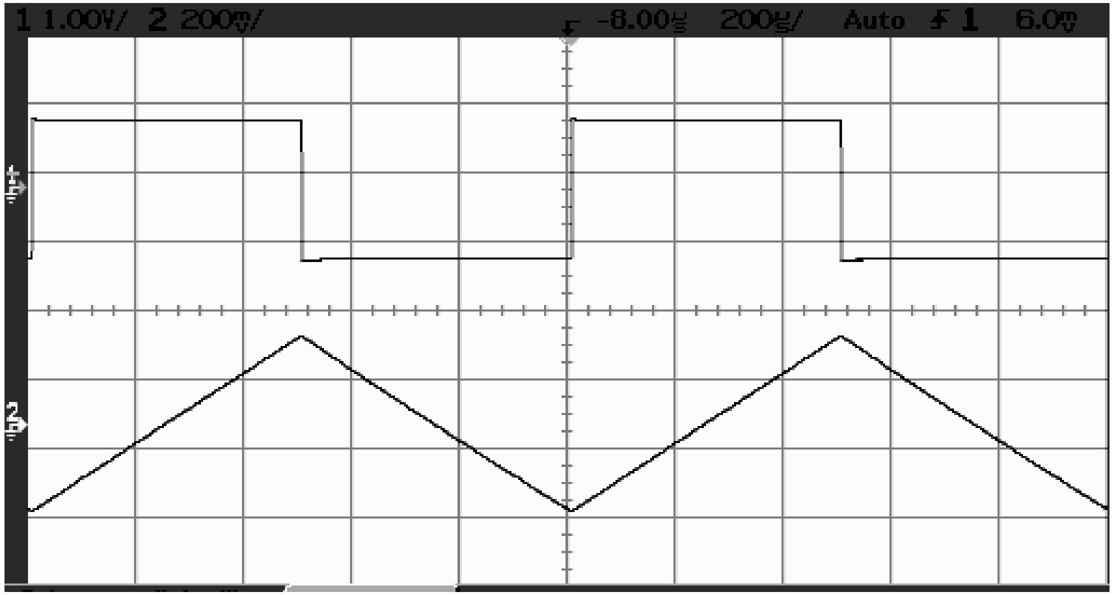
Přechodný děj považujeme za ukončený:
pro **t = 5τ**, s chybou **δ < 1%,**
pro **t = 3τ**, s chybou **δ < 5%.**

INTEGRÁTOR A DIFERENCIÁTOR

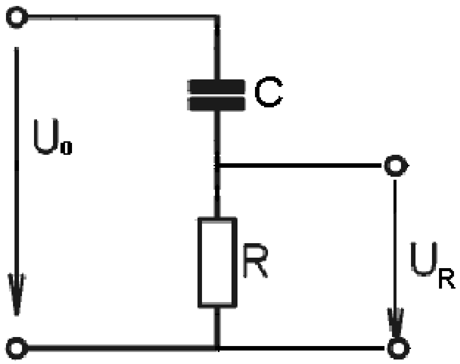


Uo

Uc

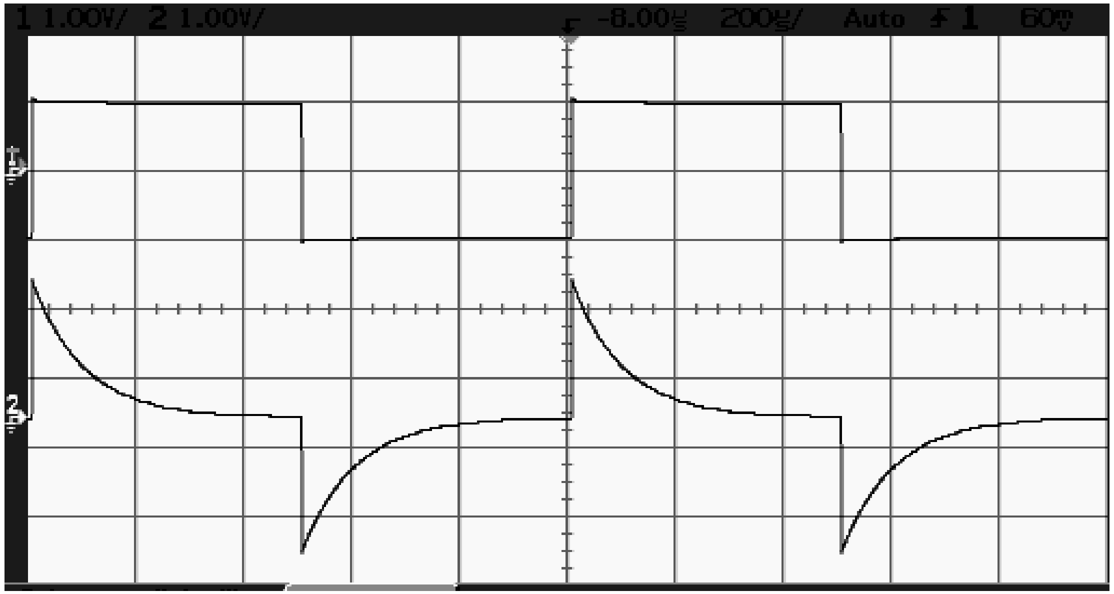


10ms, Uo=2V,Uc=0,5V



Uo

U_R

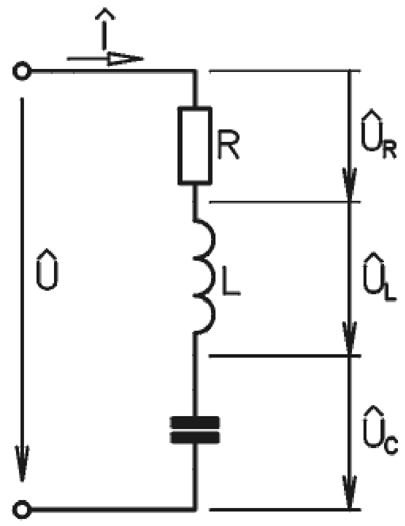


0,1 ms, Uo=2V, U_R=4V

SERIOVÝ OBVOD RLC

SERIOVÝ REZONANČNÍ OBVOD

$$\hat{U} = (R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C})\hat{I}$$



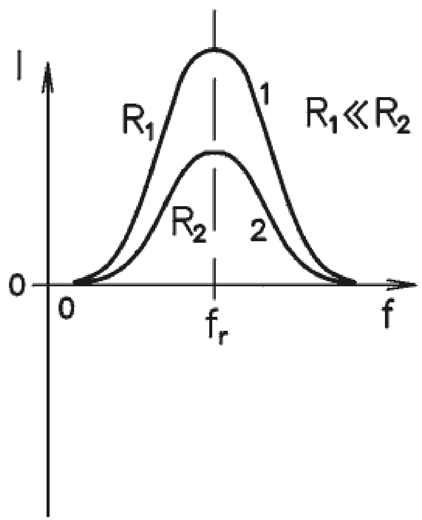
$$\hat{Z} = (R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C})$$

REZONANCE

Pro určitou frekvenci se impedance Z stane **reálnou**

$$\omega_r L = \frac{1}{\omega_r C} \qquad f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

REZONANČNÍ KŘIVKA



Maximální napětí, které se v obvodu nakmitá

$$U_L = U_C = U\frac{\omega_r L}{R} = \frac{U}{\omega_r RC} = QU$$

ČINITEL JAKOSTI

R tlumici odpor

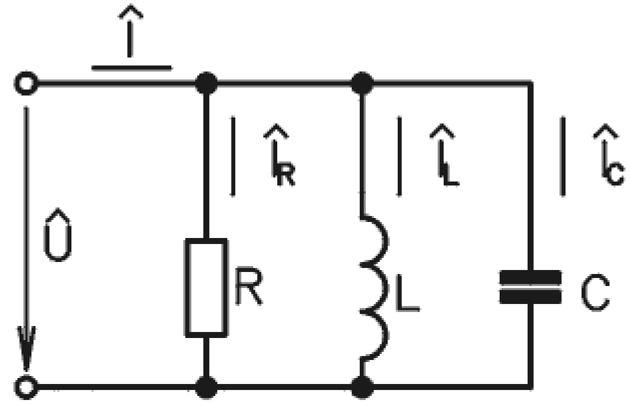
$$Q = \frac{\omega_r L}{R} = \frac{1}{\omega_r RC}$$

PARALELNÍ OBVOD RLC

PARALELNÍ REZONANČNÍ OBVOD

$$\hat{I} = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C\right)\hat{U}$$

$$\hat{Y} = \left(\frac{1}{R} - j\frac{1}{\omega L} + j\omega C\right)$$



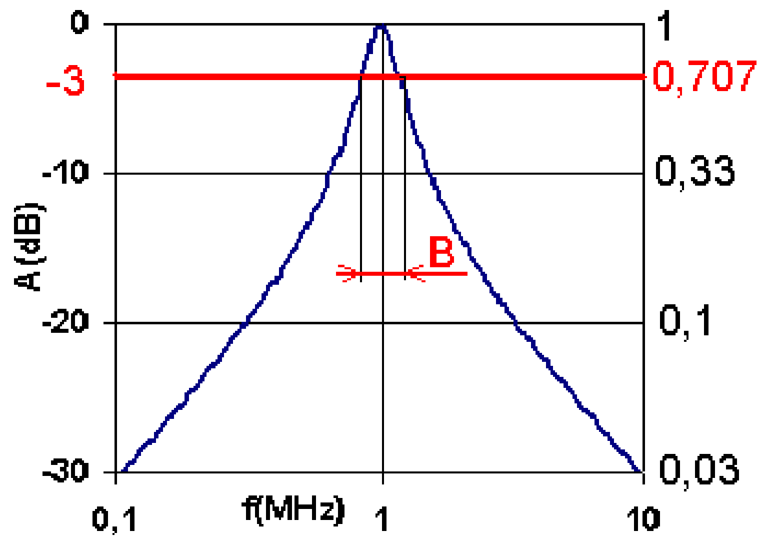
REZONANČNÍ FREKVENCE

$$\omega_r L = \frac{1}{\omega_r C} \qquad f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

NEJJEDNODUŠŠÍ KMITOČTOVÝ FILTR pro VF

Maximální napětí, které se v obvodu nakmitá

$$U_R = IR = IQ\omega_r L = \frac{IQ}{\omega_r C}$$



ČINITEL JAKOSTI

R tlumici odpor

$$Q = \frac{R}{\omega_r L} = \omega_r R C$$

ŠÍŘKA PÁSMA

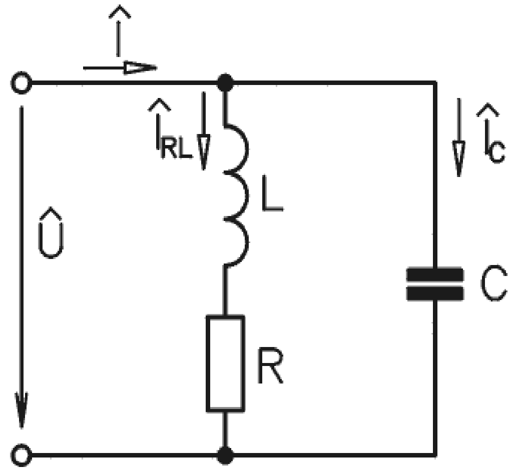
$$B = \frac{f_r}{Q}$$

Q=3 B=0,33

ČINITEL JAKOSTI

JE PRAKTICKY TÉMĚŘ PŘESNĚ URČEN ODPOREM VODIČE CÍVKY (na fr)

$$\hat{Y} = \frac{1}{R + j\omega L} + j\omega C = [\frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2} + j(\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2})]$$



$$\omega_r C = \frac{\omega_r L}{R^2 + \omega_r^2 L^2}$$

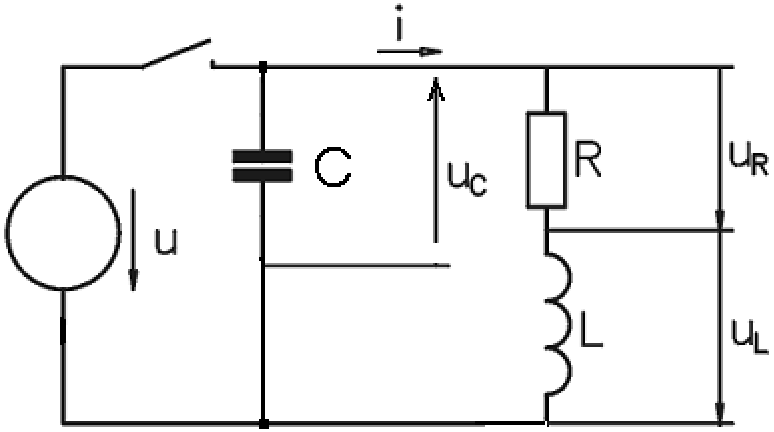
$$f_r = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC} - (\frac{R}{L})^2} = f_{ro}\sqrt{1 - \frac{1}{Q^2}}$$

rezonanční frekvence netlumeného obvodu $f_{ro} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}}$

- rezonanční kmitočet zde závisí i na velikosti rezistoru R (odporu vodiče)

PŘECHODNÝ DĚJ V OBVODU RLC PŘI ODPOJENÍ OD ZDROJE

$$u_R + u_L + u_c = 0$$



$$R.i + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i\,dt = 0$$

Po derivaci rovnice:

$$L\frac{d^2 i}{dt^2} + R\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\,i =$$

Přechodný děj- při rozepnutí spínače

Prakticky - rozepnutí indukční zátěže

Této rovnici odpovídá charakteristická rovnice:

$$L\,\lambda^2 + R\,\lambda + \frac{1}{C} = 0$$

APERIODICKÝ DĚJ

Pro 2 různé reálné kořeny

$$i = K_1 e^{\lambda_1 t} + K_2 e^{\lambda_2 t}$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{-R \pm \sqrt{R^2 - 4\frac{L}{C}}}{2L}$$

Pro dvojnásobný kořen

$$i = (K_1 + K_2 t)e^{\lambda t}$$

$$\lambda = -\frac{R}{2L}$$

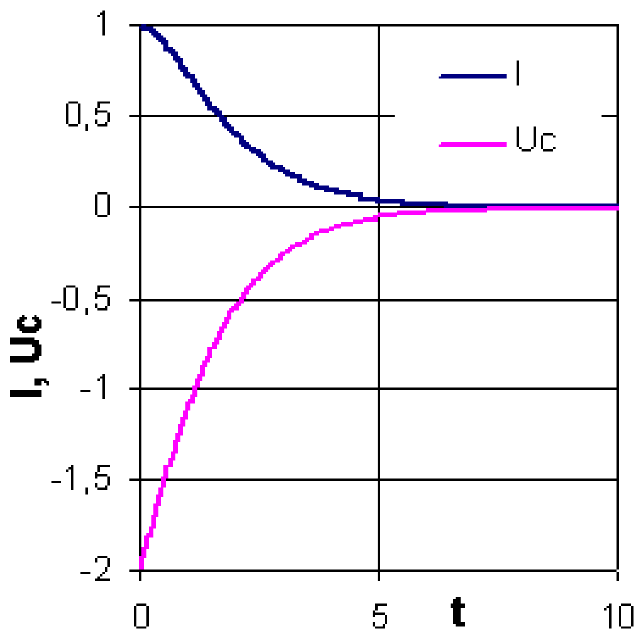
Konstanty se dopočtou podle okrajových podmínek: Těsně před rozepnutím napětí Uo, proud Io, těsně po rozepnutí je proud stejný jako před ním

$$i_{(t=0)} = K_1 = I_0 = \frac{U_0}{R}$$

$$\frac{di}{dt}_{(t=0)} \quad 0 = \lambda K_1 + K_2 = -\frac{R}{2L}\frac{U_0}{R} + K_2$$

$$K_2 = \frac{U_0}{2L}$$

$$i = (\frac{U_0}{R} + \frac{U_0}{2L}t)e^{-\frac{R}{2L}t}$$



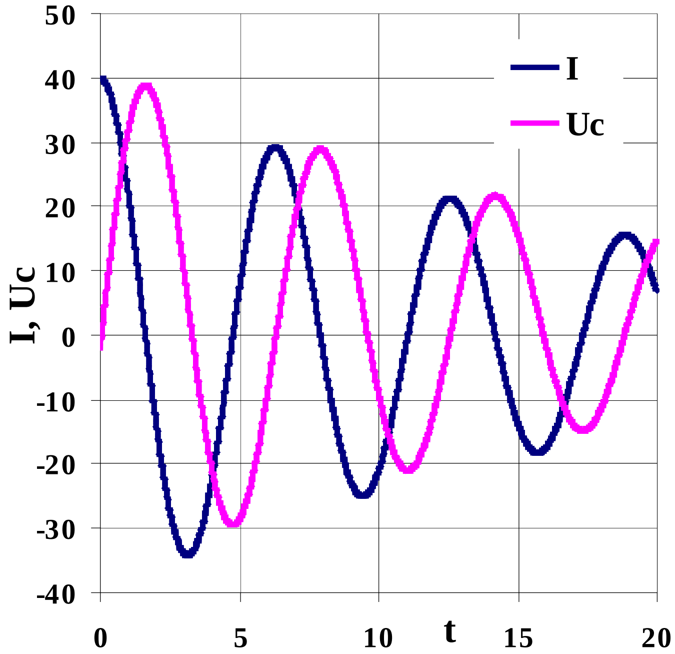
PERIODICKÝ DĚJ

Pro 2 komplexně sdružené různé kořeny $\lambda_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm j\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$

$$i = e^{-\frac{R}{2L}t}\left(K_1 \cos\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} \cdot t + K_2 \sin\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} \cdot t\right)$$

Konstanty se dopočtou podle okrajových podmínek: Těsně před rozepnutím napětí Uo, proud Io, těsně po rozepnutí je proud stejný jako před ním

$$i = I_0 e^{-\frac{R}{2L}t}\left(\cos\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} \cdot t + \frac{R}{2L}\sin\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} \cdot t\right)$$



Q obvodu = 10

Při kmitech přibližně platí: $CU^2 + LI^2 = konst$

Pro I = 0 potom $U_{C\max} - U_{C0} = \sqrt{\frac{LI^2}{C}}$

MAXIMÁLNI NAPĚTÍ JE MNOHONÁSOBNĚ VYŠŠÍ NEŽ NAPÁJECÍ NAPĚTÍ