Instituto Tecnológico de Costa Rica

Escuela de Ingeniería en Computadores

Laboratorio de Circuitos Eléctrico - CE2201

Bitácora de Laboratorio

Datos del grupo:

Integrante(s): Ian Yoel Gómez Oses – Mauro Brenes Brenes

Profesor: Ing. Jeferson González Gómez, Dr.-Ing.

Semestre: II – 2025

Laboratorio 9. Circuito RLC serie en corriente alterna

1. Introducción

En este experimento se estudia la respuesta natural y la respuesta forzada de circuitos RLC, en las condiciones subamortiguada, críticamente amortiguada y sobreamortiguada. Se aplica la función escalón unitario, descrita mediante:

$$v(t - t_0) = \begin{cases} 0 & t < t_0 \\ 1 & t \geq t_0 \end{cases}$$

e ilustrado en la figura 9.1

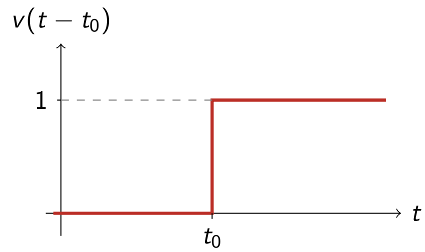

Figura 9.1: Escalón unitario en t_0.

La forma de onda de la corriente en un circuito RLC en serie puede encontrarse resolviendo la ecuación diferencial que se escribe al expresar la ecuación de malla (figura 9.2). Esta ecuación

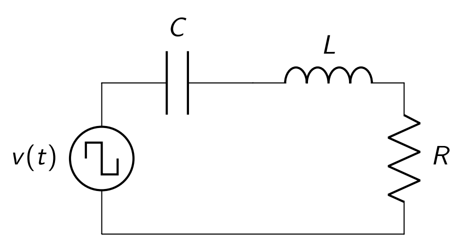

Figura 9.2: Circuito RLC serie.

diferencial es de orden 2 como se deduce a partir de

$$\begin{aligned} v(t) &= v_R(t) + v_L(t) + v_C(t) \\ &= i(t)R + L\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}\int i(t)\,dt \end{aligned}$$

donde derivando a ambos lados y ordendando se obtiene:

$$0 = L\frac{d^2 i(t)}{dt^2} + R\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}i(t)$$

Hay varias formas de resolver esta ecuación. Una de ellas es suponer una solución de la forma $i(t) = Ae^{st}$ de manera que se obtiene la siguiente ecuación auxiliar:

$$0 = Ls^2Ae^{st} + Ase^{st}R + \frac{1}{C}Ae^{st}$$
$$0 = Ae^{st}\left(Ls^2 + Rs + \frac{1}{C}\right)$$

La última expresión encerrada entre paréntesis es conocida como *ecuación auxiliar*. Si se puede satisfacer, entonces la solución seleccionada es válida. Se observa que tiene dos soluciones:

$$s = \frac{-R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

Si definimos entonces los parámetros característicos de este sistema como

$$\alpha = \frac{R}{2L} \qquad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

entonces se pueden reexpresar las soluciones como:

$$s = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

Como puede observarse, dependiendo de los valores de R, L y C la solución $i(t) = Ae^{st}$ puede ser exponencial pura (si $\alpha > \omega_0$) o bien puede contener funciones senoidales (si $\alpha < \omega_0$) de acuerdo con la identidad de Euler. Estos dos casos se conocen como sobreamortiguado y subamortiguado respectivamente. El caso críticamente amortiguado se obtiene si $\alpha = \omega_0$.

La frecuencia de resonancia del circuito se define como $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$.

Las soluciones finales son:

$$i(t) = A_1e^{s_1t} + A_2e^{s_2t} \qquad \text{Sobreamortiguado}$$
$$i(t) = e^{-\alpha t}\left(A_1t + A_2\right) \qquad \text{Críticamente amortiguado}$$
$$i(t) = e^{-\alpha t}\left(B_1\cos\omega_dt + B_2\,\mathrm{sen}\,\omega_dt\right) \qquad \text{Subamortiguado}$$

Finalmente, los valores de A_1 , A_2 , B_1 y B_2 se deben determinar a partir de condiciones iniciales.

En el circuito que se presentó de ejemplo la corriente inicial antes del escalón es igual a cero (porque el inductor no permite cambios bruscos de corriente) de modo que $i(t)|_{t=0} = 0$. Si se iguala la respuesta del circuito a cero, y se evalúa $t = 0$ se obtienen las constantes deseadas.

2. Objetivos

1. Calcular las expresiones matemáticas generales de la corriente en un circuito RLC serie, como respuesta a un escalón unitario de tensión.
2. Observar la forma de onda de la corriente en un circuito RLC serie para escalones unitarios.
3. Comprobar experimentalmente el comportamiento de circuitos RLC serie en condiciones: subamortiguado, críticamente amortiguado y sobreamortiguado.

3. Cuestionario previo

1. Para el circuito RLC serie, calcule el valor de la resistencia para el cual se obtiene una respuesta críticamente amortiguada, cuando $L = 100\,\mathrm{mH}$ y $C = 47\,\mathrm{nF}$.
2. Realice una simulación en LTSpice del circuito RLC serie de la figura 9.3, con los valores de inductancia y capacitancia anteriores, además de una resistencia de $100\,\Omega$ en serie con el potenciómetro de $5\,\mathrm{k\Omega}$, y obtenga las formas de onda de la corriente para las condiciones: subamortiguado, críticamente amortiguado y sobreamortiguado. Utilice para ello el rango completo de potenciómetro y presente sus resultados en la bitácora.

4. Equipo y materiales

Cantidad	Descripción
1	Generador de funciones
1	Osciloscopio
1	Protoboard
1	Resistencia $100\,\Omega$
1	Potenciómetro de $5\,\mathrm{k\Omega}$
1	Condensador de 47 nF
1	Inductor de 100 mH
	Cables de conexión tipo banana-banana

5. Procedimiento

5.1. Respuesta del circuito RLC serie subamortiguado

1. Arme el circuito de medición de la figura 9.3.

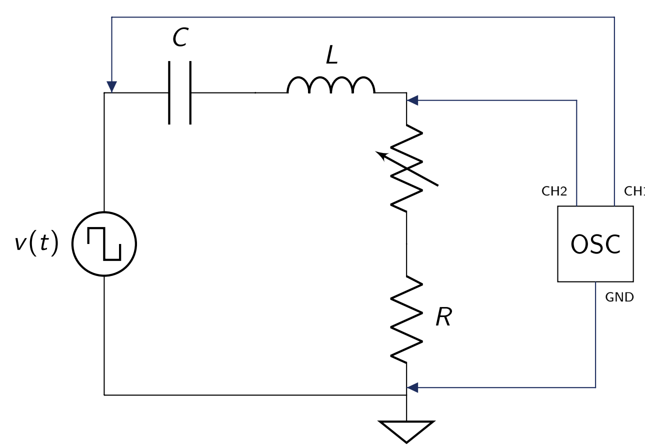

Figura 9.3: Circuito RLC serie.

2. Ajuste la tensión del generador a una función cuadrada de $5\,\mathrm{V_{pp}}$. Ajuste el offset a 2,5 V.
3. Observe cómo se comporta la forma de onda de la corriente cuando se varía el valor de potenciómetro.

1. Cuestionario previo

1. Para el circuito RLC serie, calcule el valor de la resistencia para el cual se obtiene una respuesta críticamente amortiguada, cuando L =100 mH y C =47 nF.

   Para calcular el valor de la resistencia, es importante considerar que en el caso de una respuesta críticamente amortiguada, los valores de α y ω_0 son equivalentes [1]. Por lo tanto, se pueden igualar sus expresiones respectivas y, al ser equivalentes, se pueden usar para despejar el valor de la resistencia:

   $$\frac{R}{2L} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

   Despejando R, se obtiene:

   $$R = \frac{2L}{\sqrt{LC}}$$

   Sustituyendo los valores correspondientes de L y C, se obtiene un valor de:

   $$R = 2{,}92\,\mathrm{k\Omega}$$

2. Realice una simulación en LTSpice del circuito RLC serie de la figura 9.3, con los valoresde inductancia y capacitancia anteriores, además de una resistencia de 100 Ω en serie con el potenciómetro de 5 kΩ, y obtenga las formas de onda de la corriente para las condiciones: subamortiguado, críticamente amortiguado y sobreamortiguado. Utilice para ello el rango completo de potenciómetro y presente sus resultados en la bitácora.

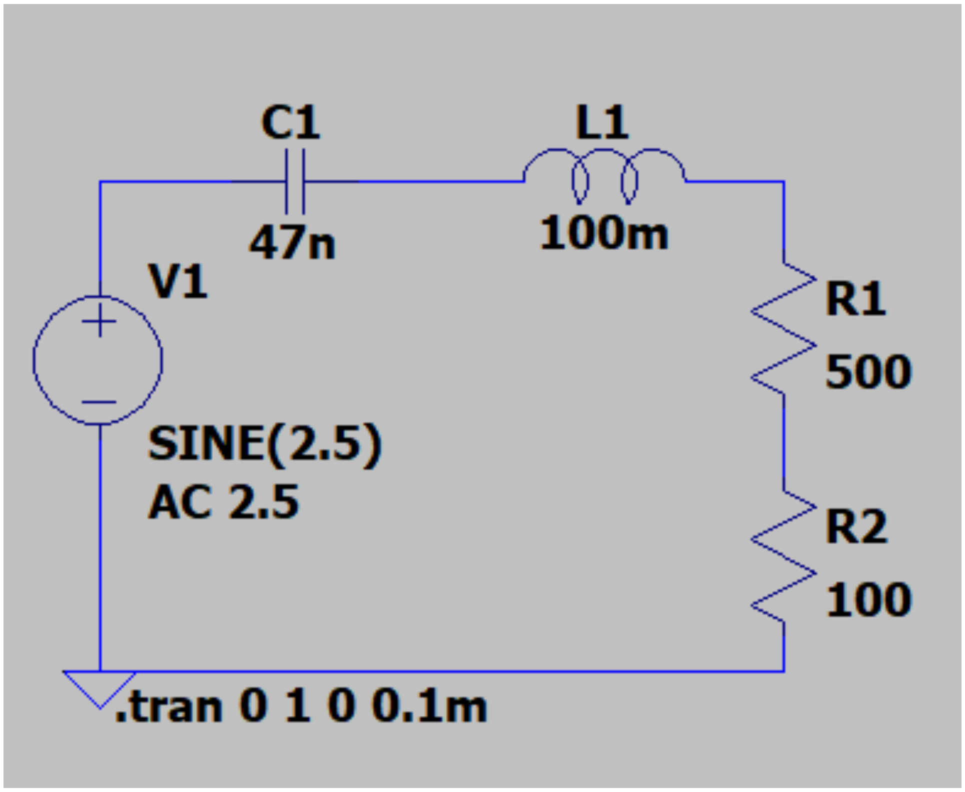

Figura 1. Circuito RLC.

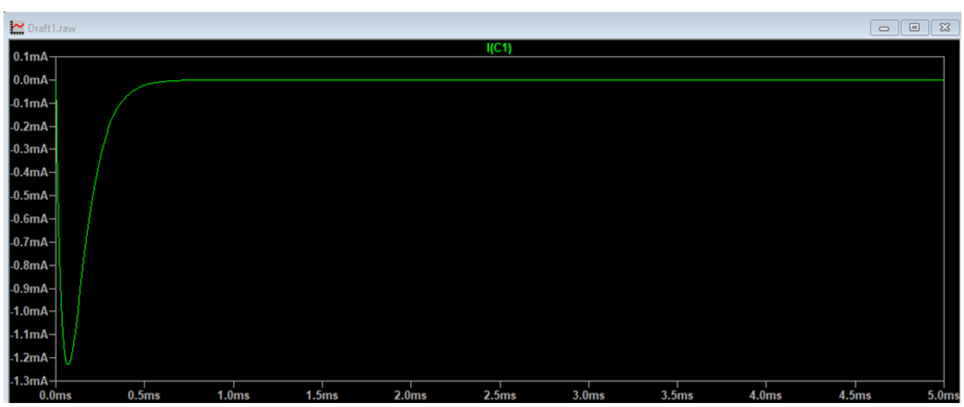

Figura 2. Respuesta Criticamente amortiguada.

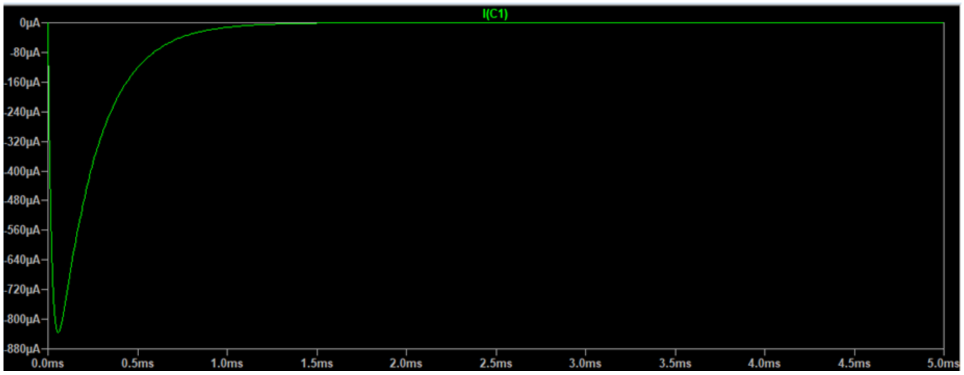

Figura 3. Respuesta sobreamortiguada.

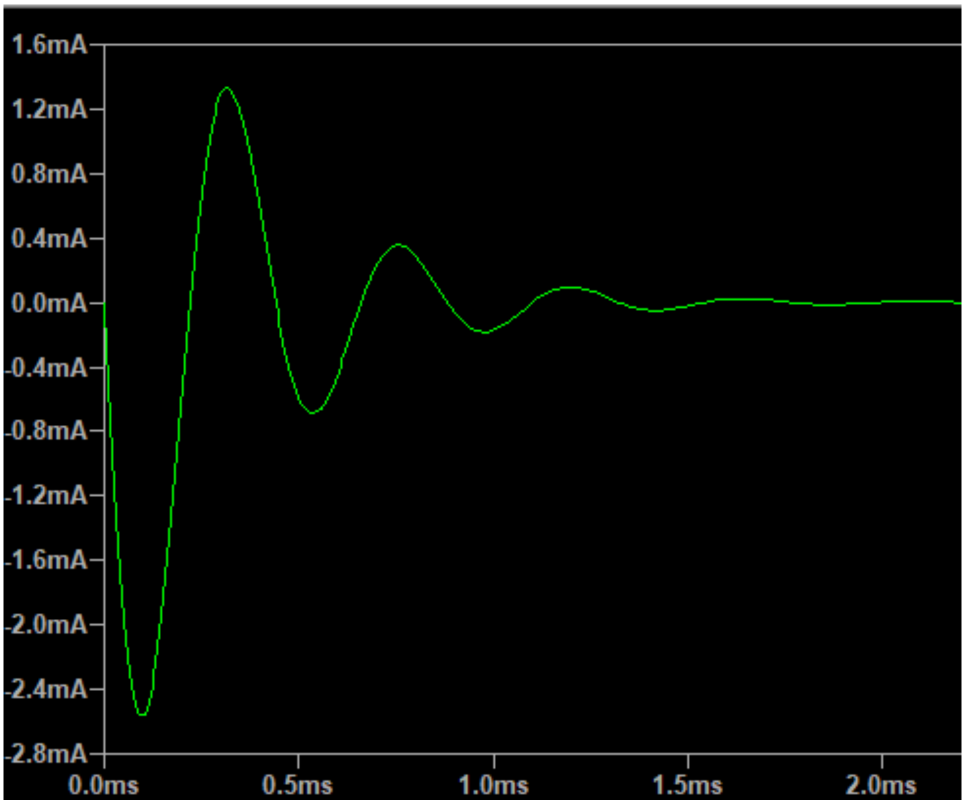

Figura 4. Respuesta subamortiguada.

4. Utilizando el rango completo de potenciómetro, ajuste su circuito a una condición subamortiguada.
5. Seleccione una frecuencia apropiada, de modo que pueda observar el transitorio completo en la pantalla del osciloscopio. Debe tener tiempo suficiente para descargar completamente.
6. Dibuje la forma de onda de la respuesta completa ante un escalón.
7. Anote el valor de la escala de tiempo y de las escalas de tensión.

CH1= 1 V/div CH2= 100 m V/div t= 200 μ s/div

5.2. Respuesta del circuito RLC serie críticamente amortiguado

1. Ajuste su circuito a una condición críticamente amortiguada.
2. Repita todo el procedimiento de la sección anterior.

CH1= 1 V/div CH2= 1 V/div t= 200 μ s/div

5.3. Respuesta del circuito RLC serie sobreamortiguado

1. Ajuste su circuito a una condición sobre amortiguada.
2. Repita todo el procedimiento de la sección anterior.

CH1= 1 V/div CH2= 1 V/div t= 200μ s/div

6. Evaluación

1. Coloque las gráficas experimentales en la bitácora e identifique cada una.
2. Rotule las gráficas con los valores de corriente (no de tensión) dividiendo $v(t)/R$.
3. Escriba las expresiones matemáticas de cada una de las tres gráficas obtenidas.
4. Calcule el valor de α y de ω_0 para cada uno de los casos.
5. Calcule el valor de ω_d para el caso subamortiguado.
6. Compare cada gráfica con la ecuación correspondiente para cada circuito.
7. ¿Por qué la corriente al final de cada escalón tiende a ser cero?

1.

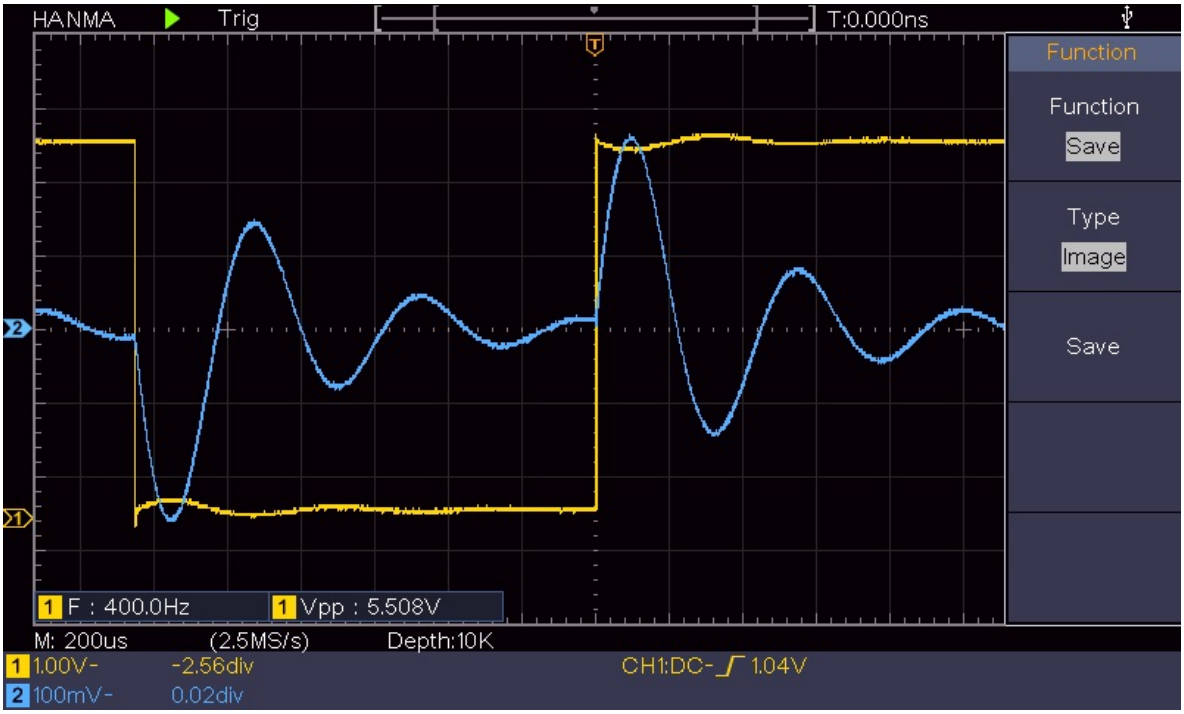

Figura 5. Circuito RLC serie subamortiguada

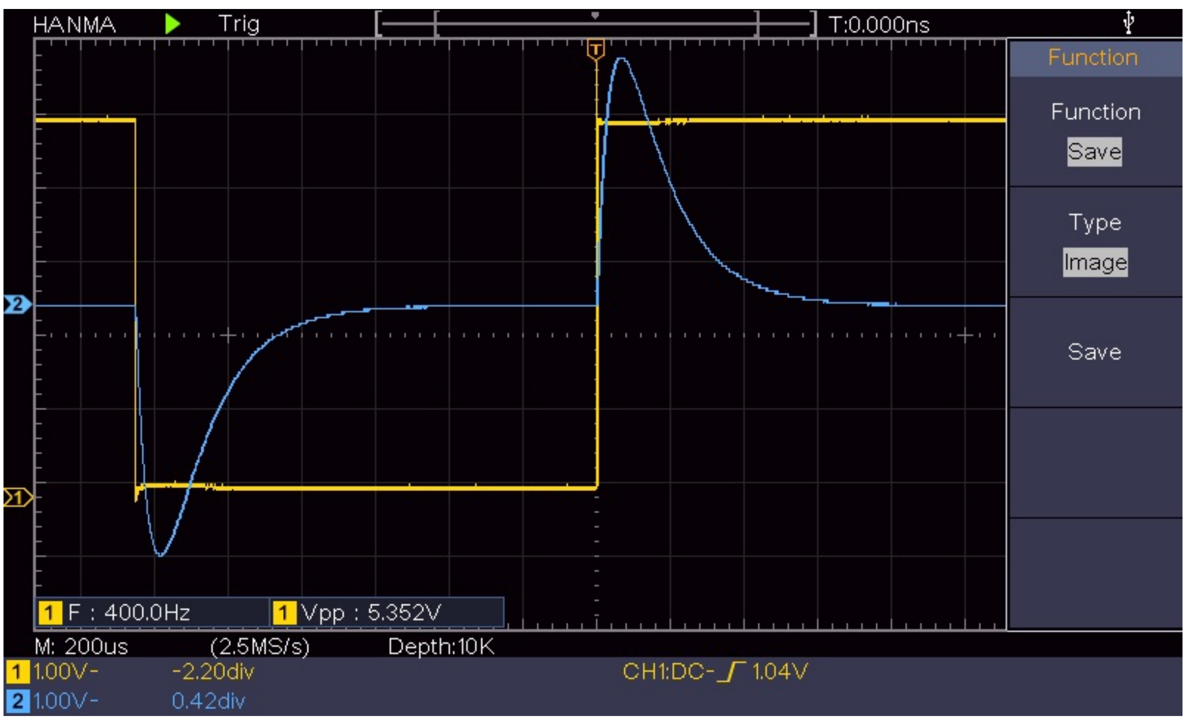

Figura 6. Circuito RLC serie críticamente amortiguado

Figura 7. Circuito RLC serie sobreamortiguado

2. Rotule las gráficas con los valores de corriente (no de tensión) dividiendo v(t)/R

1. Onda subamortiguada:

Eje Y: v(t)/R = i(t)
Eje X: t

$$Ipp = \frac{6}{330} = 18,18mA$$

2. Onda críticamente amortiguada:

Eje Y: v(t)/R = i(t)
Eje X: t

$$Ipp = \frac{17}{2720} = 6,25mA$$

3. Onda sobreamortiguada:

Eje Y: v(t)/R = i(t)
Eje X: t

$$Ipp = \frac{17}{5000} = 3,4mA$$

3. Escriba las expresiones matemáticas de cada una de las tres gráficas obtenidas.
   Para la gráfica de la respuesta subamortiguada:

$$i(t) = 18,18e^{-\alpha t}cos(\omega_d t)mA$$

   Para la gráfica de la respuesta críticamente amortiguada:

$$i(t) = 6,25e^{-\alpha t}mA$$

   Para la gráfica de la respuesta sobreamortiguada:

$$i(t) = 3,4e^{-\alpha t}mA$$

4. Calcule el valor de α y de ω_0 para cada uno de los casos.

   Datos:

$$L = 100\,\text{mH} = 0{,}1\,\text{H}, \quad C = 47\,\text{nF} = 47 \times 10^{-9}\,\text{F}$$

$$R_{\text{sub}} = 330\,\Omega, \quad R_{\text{crit}} = 2720\,\Omega, \quad R_{\text{sob}} = 5000\,\Omega$$

   Fórmulas:

$$\alpha = \frac{R}{2L}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

   Frecuencia:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{(0{,}1)(47 \times 10^{-9})}} = 14620{,}1\,\text{rad/s}$$

   Coeficiente de amortiguamiento:

   a) Subamortiguado ($R = 330\,\Omega$):

$$\alpha_{\text{sub}} = \frac{330}{2(0{,}1)} = 1650\,\text{rad/s}$$

   b) Críticamente amortiguado ($R = 2720\,\Omega$):

$$\alpha_{\text{crit}} = \frac{2720}{2(0{,}1)} = 13600\,\text{rad/s}$$

   c) Sobreamortiguado ($R = 5000\,\Omega$):

$$\alpha_{\text{sob}} = \frac{5000}{2(0{,}1)} = 25000\,\text{rad/s}$$

5. Calcule el valor de ω_d para el caso subamortiguado.

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$$

$$\omega_d = \sqrt{14620{,}1^2 - 1650^2} = 14531{,}4\,\text{rad/s}$$

6. Compare cada gráfica con la ecuación correspondiente para cada circuito.
   Gráfica subamortiguada:
   La expresión obtenida para la corriente en el caso subamortiguado es:

$$i_{\text{sub}}(t) = 18{,}18e^{-1650t}\cos(14531{,}4t)\,\text{mA}$$

   En la simulación, se evidenció un comportamiento oscilatorio, lo cual concuerda con la presencia del término $\cos(\omega_d t)$. La corriente presenta una disminución progresiva en su amplitud con el tiempo, en concordancia con el factor $e^{-\alpha t}$.

   Gráfica críticamente amortiguada:

   La expresión para la corriente críticamente amortiguada es:

$$i_{\text{crit}}(t) = 6{,}25e^{-13600t}\,\text{mA}$$

   Durante la simulación, no se observaron oscilaciones y la corriente decreció rápidamente, lo cual concuerda con el comportamiento típico de un sistema críticamente amortiguado.

   Gráfica sobreamortiguada:

   La ecuación obtenida para la corriente sobreamortiguada es:

$$i_{\text{sob}}(t) = 3{,}4e^{-25000t}\,\text{mA}$$

   En la simulación, se registró una disminución lenta de la corriente sin presencia de oscilaciones, lo que se ajusta al comportamiento esperado en un sistema sobreamortiguado, donde el valor de α es considerablemente alto.

7. ¿Por qué la corriente al final de cada escalón tiende a ser cero?
   La corriente al final de cada escalón tiende a cero debido a que la energía almacenada en el inductor y el capacitor se disipa a través de la resistencia. Conforme esta energía se disipa, la corriente disminuye gradualmente hasta llegar a cero.

Referencias

[1] A. Charles, *Fundamentos de circuitos eléctricos.* McGraw-Hill Interamericana, 2022.