



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÕES  
**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

**ANÁLISE DE REDES DE TRANSPORTE E CIRCULAÇÃO  
NO CONTEXTO DE ESTRATÉGIAS SUSTENTÁVEIS  
PARA O DESENVOLVIMENTO REGIONAL NA ESCALA  
METROPOLITANA**

Brenddon Érick Andrade de Oliveira

Orientador:

DPhil ANTONIO MIGUEL VIEIRA MONTEIRO

Co-orientador:

PhD LEONARDO BACELAR LIMA DOS SANTOS

Volta Redonda, RJ

2022

## Resumo

O respectivo relatório tem como objetivo apresentar o resultado da pesquisa do autor no decorrer dos três últimos meses. Do início com os estudos de Redes Complexas a alguns códigos e futuras implementações. Será demonstrado como, através de um algoritmo escrito em Python, obter o valor aproximado da comunicabilidade de uma Rede Complexa usando cálculo numérico e o quanto está próximo do valor real da comunicabilidade. Outro parâmetro considerado é que o algoritmo não leva em consideração o números de arestas da rede mas sim quantos nós possui. Um ponto importante deste texto é qual o custo computacional para encontrar o valor a comunicabilidade e como ele aumenta com o número de termos considerado da série.

**Palavras-chave:** Python. Redes complexas. Comunicabilidade. Cálculo Numérico. Custo Computacional.

# 1 Introdução

O processo de entrar em uma área de pesquisa relativamente nova, visto que a programação já fazia parte do meu cotidiano, é um tanto complicado. Nesse sentido descreverei o atual relatório a fim de expor como foi o "passo a passo" até chegar onde estou na pesquisa. Apresentarei um panorama geral do que foi entendido de *Redes Complexas* e os principais definições pertinentes a este trabalho.

A minha função principal com essa pesquisa é ajudar o grupo de pesquisa do INPE com a parte computacional. Com isso em mente, dediquei meus estudos iniciais ao aprendizado da linguagem *Python* e seus pormenores. Claro, o estudo de uma linguagem de programação nova é sempre um trabalho árduo e ter uma desenvoltura profissional leva anos. Todavia eu consegui fazer alguns programas interessantes e que logo vão ser colocados em prática para o estudo de caso usando a Região Metropolitana de São Paulo.

Para que eu possa implementar o passo anterior (estudo de caso), é preciso a exposição de uma propriedade de Redes Complexas chamada *Comunicabilidade* e o mesmo será feito com a definição do (ESTRADA; HATANO, 2008). Estrada assume que a comunicabilidade de uma rede não deve considerar apenas os caminhos mais curtos mas sim todos que conectam os dois pontos. Esse é o que mais dediquei tempo e o que mais tenho resultados a se apresentar.

Outro fator importante é como pegar informações do mundo real e transforma-las em algo que possamos trabalhar computacionalmente e aplicar nossa pesquisa. A ferramenta que empenha essa tarefa é o QGis e será mais aprofundada posteriormente.

Há também outros pormenores que foi obtido com a pesquisa que será mencionado mas sem partes exclusivamente dedicadas como as citadas, como por exemplo o estudo do inglês que se fez necessário para poder ler os artigos estrangeiros e praticá-lo com a criação de uma apresentação do meu estudo de comunicabilidade. Também o estudo do LaTeX para poder escrever este artigo.

## 2 O processo

Nesta seção descreverei como foi feito a pesquisa em ordem cronológica junto com os algumas conclusões, resultados e proximos passos para continuação da pesquisa.

### 2.1 O estudo da Linguagem Python

O processo de análise de uma **rede** é realizado com vários métodos e com muitas ferramentas. Visando isso, inicialmente foquei os estudos ao aprendizado de uma linguagem de programação **Python**, a qual já possui muitas bibliotecas da área prontas. Após os conhecimentos básicos de tipos primitivos da linguagem, foi me dado um projeto de criar uma classe<sup>1</sup> de objeto para representar um grafo. Este projeto da classe grafo e com alguns métodos incluindo o de representação de um grafo através de *matrizes de adjacência* estão disponíveis no meu repositório do GitHub bastando acessar o [link](#) para ter acesso.

O próximo passo foi o de estudar a comunicabilidade de uma rede complexa. Para isso podemos olhar para dois pontos: a comunicabilidade entre dois nós ou a da rede em si. Em vista disso, eu criei uma função que calcula a comunicabilidade de uma rede complexa e retorna a matriz de comunicabilidade e o calculo analítico é dado por:

$$Com_{ij} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A_{ij}^k}{k!} = e_{ij}^k \quad (1)$$

onde:

- $Com_{ij}$  é um termo da *Matriz Comunicabilidade* que representa a comunicabilidade entre os vértices i e j;
- $A_{ij}$  é a matriz de adjacência<sup>2</sup> da rede;

A função criada pode ser acessada pelo [link](#) e ela pede como parâmetro a matriz adjacência e o o número de termos k considerados da série. Pela definição de comunicabilidade já se pode ver que o cálculo exato não é possível pois não podemos somar infinitos termos de uma série. Isso levaria um tempo igual ao infinito e um custo computacional também igual ao infinito. Por isso que a função criada pede como parâmetro  $k$  que será o número de termos que consideraremos no somatório. Na seção 3 veremos que com certo número k pequeno, podemos chegar bem próximo do comunicabilidade exata da rede.

Já a comunicabilidade da rede é feita fazendo a média da matriz comunicabilidade, ou seja:

$$Com(G) = \frac{1}{N^2} \sum_G Com_{ij} \quad (2)$$

---

<sup>1</sup>Classe é um termo usado em Programação Orientada a Objetos e destinasse a representação computacional de um objeto do mundo real.

<sup>2</sup>Matriz adjacência de uma rede é uma das duas formas possíveis de representar uma rede computacionalmente.

sendo  $G$  a rede em questão e  $N$  o número de nós.

Outras implementações ainda devem ser feitas pois no estudo de caso com uma rede conhecida chamada *Rede Completa*, cujos nós estão todos conectados entre si por arestas (todos esses termos serão previamente explicados na próxima seção), a função não funciona corretamente a partir de um número consideravelmente pequeno de nós.

## 2.2 A ferramenta principal, Redes Complexas

Depois de um certo domínio que claro, virá com o tempo na linguagem, foquei meus estudos ao aprendizado de **Redes Complexas** através do "livrinho" escrito por Citar(Leo : Introdução às Redes Complexas). Com isso e com a ajuda do meu Co-orientador (Leonardo) e o estudante de Doutorado e meu companheiro de pesquisa Giovanni para tirar dúvidas pertinentes, bem como participar de duas aulas de Redes Complexas ministrada de forma remota do INPE, me ajudou na jornada. Essa participação em específico foi um tanto assustador pois foi realizado o processo inverso. Na graduação estamos acostumado a ter a definição e depois pegamos a intuição do que estamos estudando. Nas aulas de Redes Complexas primeiro tentamos ter a intuição do que pode ser um termo, "distância entre dois nós" e depois íamos a definição formal.

Bom, começemos definindo o que é uma rede complexa que até então foi o centro do texto. Uma rede complexa é um grafo que representa um sistema complexo. Por sua vez, também não definido, grafo é um conjunto de  $G = (V, E)$  onde  $V$  são os vértices(ou nós) do grafo e  $E$  são as arestas. As arestas são ligações entre os vértices e são representadas por linhas numa imagem que representa a grafo. Aqui, uma representação de um sistema complexo:

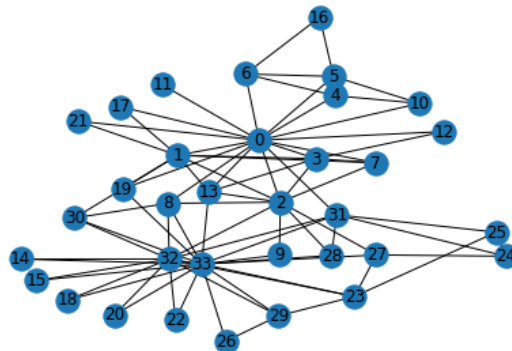


Figura 1: Rede Complexa Clube de Karate do Zacarias

Esses nós podem ser numerados ou não, dependendo do que está sendo observado. Essa rede em questão da figura foi usada para o estudo da comunicabilidade. A apresentação pode ser acessada pelo [link](#) e nela eu discuto melhor sobre a comunicabilidade.

Outras definições importantes para o trabalho principal da minha pesquisa são:

- Grau: diz quantos nós estão conectados diretamente através de uma (única) aresta a um certo nó. É uma característica do nó, não da rede;
- Distância: número de arestas necessárias partindo de um nó  $i$  e destinando a outro nó  $j$ ;

que se fazem importante por ter uma relação entre o grau de um vértice e a comunicabilidade dele com outros vértices ou que, quanto mais distantes estão dois nós, menor seria a comunicação entre eles.

## 2.3 O estudo do software QGis para criar geógrafos

Qgis é um software GIS (Sistema de Informação Geográfica) de código aberto. Para acessar a documentação do QGis, basta clicar no [link](#) e assim ver tudo que se pode fazer com o software.

Aqui o software será usado para pegar arquivos *shapefile* obtidos no *OpenStreetMap* (projeto de mapeamento colaborativo para criar um mapa livre e editável do mundo) e transformar em *geo(grafos)*.

## 2.4 Aprimorando o LaTeX para pesquisa

O LaTeX é uma ferramenta que é usada mundialmente para o ramo de pesquisas, devido a sua facilidade de colocar fórmulas matemáticas e entre outras funcionalidades. Por isso, dediquei certo tempo do meu projeto para aprender a mecânica da ferramenta pois sei que ainda será muito usada na minha pesquisa pelo INPE e em toda minha vida acadêmica. Todo o atual texto foi feito usando LaTeX e claro, peço que não dê tanta atenção aos erros de formatação pois o foco foi fazer um projeto do zero, sem pegar um template já feito por terceiros. Porém, logo consigo implementar todos os pontos e meu relatório estará escrito seguindo as normas ABNT.

### 3 Resultados

Alguns resultados das pesquisas já foram citadas nas seções anteriores. Entretanto, nada foi aprofundado de verdade e visando isso essa seção será dedicada para aprofundamento dos resultados.

#### 3.1 A matriz comunicabilidade e seu erro numérico

A matriz de comunicabilidade de uma rede é dada pela equação 1 diz quão bem é o fluxo de informação entre dois nós. Olhando para o objetivo principal da minha pesquisa, poderemos dizer por qual caminho um carro pode seguir partindo de uma rua  $i$  e desejando chegar na rua  $j$  e assim podendo melhorar o fluxo de veículos. A partir da figura 2 podemos ver como o erro decresce rapidamente consideramos poucos termos da série que dá a comunicabilidade da rede.

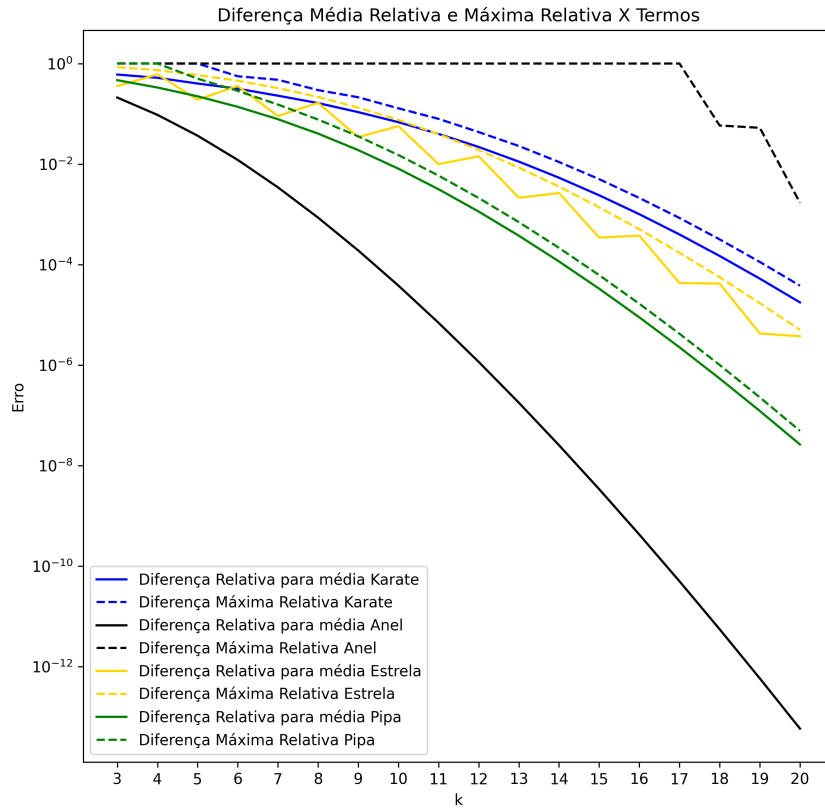


Figura 2: Gráfico que apresenta o erro total da matriz comunicabilidade de acordo com os termos considerados na série.

Observe que o gráfico está em escala logarítmica para que possamos ver mais detalha-

damente o decrescimento.

### 3.2 O custo computacional do algoritmo

Um ponto importante é como o custo computacional do código cresce de acordo com os parâmetros do programa. Como citado anteriormente, o código que calcula a comunicabilidade da rede usa como parâmetro a matriz de adjacência e o número de termos considerado e são os dois parâmetros que vão influenciar o custo. Na figura 3 podemos ver como isso o número de nós da rede influencia, visto que todos exceto a Rede Pipa que possui 14 nós, tem um custo próximo.

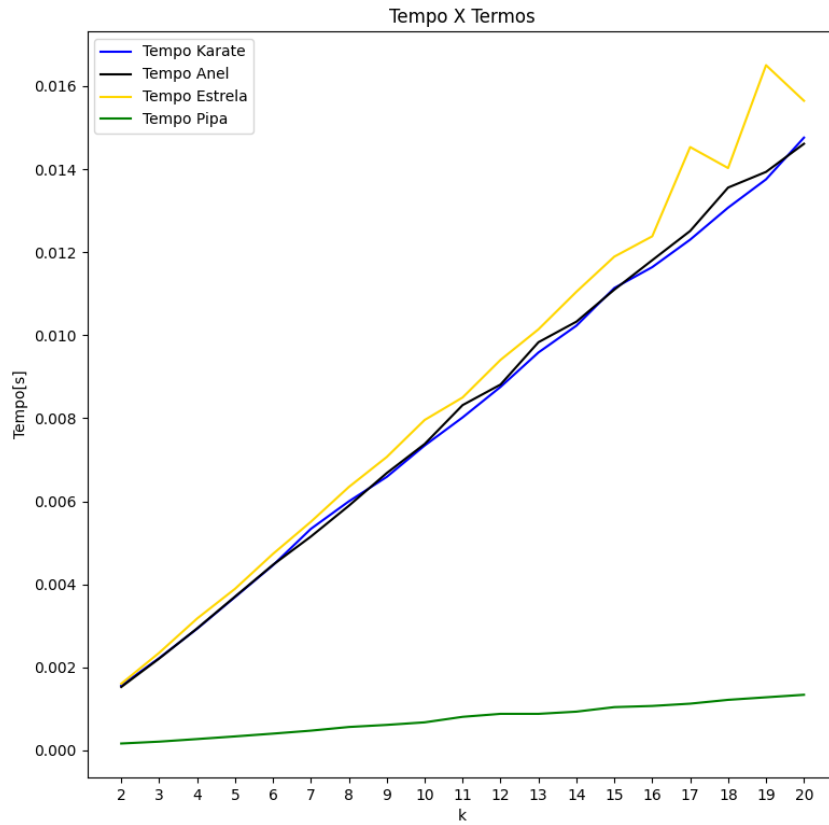


Figura 3: Tempo[s] em função do número de termos k considerados



## 4 Próximos passos

O projeto há muito o que ser implementado ainda. A própria função que calcula a comunicabilidade está com um problema que a torna inviável e desnecessária visto que funciona para um número limitado e bem pequeno de vértices(ruas). Com isso, o foco principal agora é encontrar esse erro e poder expandir a funcionalidade para um número consideravelmente grande.

Para obter o arruamento da área metropolitana de São Paulo vamos usar o software QGis como mencionado. No entanto, ainda é necessária a familiarização com o software para poder produzir os geo(grafos) para os testes no projeto.

## Referências

ESTRADA, E.; HATANO, N. Communicability in complex networks. *Physical Review E*, American Physical Society (APS), v. 77, n. 3, mar. 2008. Disponível em: <https://doi.org/10.1103/physreve.77.036111>.