

Problemas

1. Prove as sete propriedades da “função” delta de Dirac listadas na página 26 do livro do Jackson.
2. (a) Calcule em detalhes o potencial eletrostático de uma *double layer* com densidade superficial de carga igual a $\sigma(\mathbf{x})$.
(b) Mostre que existe uma descontinuidade no potencial elétrico em ambos os lados da superfície.
(c) Leitura: Zangwill páginas 71 e 72.
3. Mostre que o potencial eletrostático,

$$\varphi(\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\mathbf{x}')}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} d^3x',$$

satisfaz a equação de Poisson.

4. Mostre que,

$$\nabla^2 \left(\frac{1}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} \right) = -4\pi\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}').$$

5. Mostre que a função de Green é simétrica na troca dos pontos no espaço e na fonte, i.e., que $G(\mathbf{x}|\mathbf{x}') = G(\mathbf{x}'|\mathbf{x})$.
6. Partindo do teorema da divergência de Gauss demonstre a segunda identidade de Green.
7. O potencial elétrico de um átomo de Hidrogênio neutro pode ser aproximado como,

$$\varphi(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^{-\alpha r}}{r} \left(1 + \frac{\alpha r}{2} \right),$$

onde q é o módulo da carga do elétron, $\alpha = 2/a_0$, e a_0 é o raio de Bohr. Calcule a distribuição de carga (contínua e discreta) que produz este potencial e interprete o resultado fisicamente.