

**FAKULTA INFORMATIKY A INFORMAČNÝCH TECHNOLOGIÍ  
SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA**

lkovičova 2, 842 16 Bratislava 4

2022/2023  
Dátové štruktúry a algoritmy  
Zadanie č.2

## Úvod a zadanie

Účelom tohto článku je zdokumentovať moju prácu na 2. zadaní v predmete Dátové štruktúry a algoritmy. Zdrojový kód som písal v jazyku Java, v JetBrains IntelliJ IDEA 2022.3.3 na zariadení MacBook Pro 2020 13" s operačným systémom macOS Big Sur 11.2.3, štvorjadrovým procesorom Intel Core i7 (2,3GHz) a 16GB RAM.

Zadaním bolo implementovať binárny rozhodovací diagram (BDD) s redukiami typu I a S, ktoré sa dejú počas vytvárania diagramu.

## Obsah

<b>Úvod a zadanie</b> .....	<b>2</b>
<b>Zdrojový kód</b> .....	<b>2</b>
<b>Trieda bdd a trieda node</b> .....	<b>2</b>
<b>BDDcreate()</b> .....	<b>3</b>
<b>BDDcreate_with_best_order()</b> .....	<b>5</b>
<b>BDD_use()</b> .....	<b>5</b>
<b>Testovanie</b> .....	<b>6</b>
<b>Správnosť binárnych rozhodovacích diagramov</b> .....	<b>6</b>
<b>Trieda DNFgenerator a jej funkcie</b> .....	<b>7</b>
<b>Miera redukcie a časová zložitosť</b> .....	<b>8</b>
<b>Záver</b> .....	<b>10</b>
<b>Zdroje</b> .....	<b>10</b>

## Zdrojový kód

### Trieda bdd a trieda node

Tieto triedy aj s atribútmi sú zadefinované priamo v zadaní, okrem toho čo tam musí byť som nič ďalšie nepridával.

Bdd obsahuje: ukazovateľ na koreň diagramu, počet uzlov, počet a poradie premenných boolovskej funkcie, ktorú reprezentuje.

Node obsahuje: ukazovatele na deti, funkciu, ktorú reprezentuje a premennú, podľa ktorej sa jeho deti delia.

## BDDcreate()

Prvú funkciu, ktorú bolo treba implementovať som kvôli zachovaniu formátu funkcie zo zadania vyriešil takto:

1. Do hashmapy pridá uzly 0 a 1
2. Vytvorí objekt bdd
3. Zavolá funkciu **BDDaddnodes()**
4. Pridá stromu ostatné atribúty
5. Vracia ukazovateľ na strom

```
public static bdd BDDcreate(String function, String order){
    nodeMap.put("1", new node( function: "1", variable: '1'));
    nodeMap.put("0", new node( function: "0", variable: '0'));
    bdd tree = new bdd(order);
    tree.root = BDDaddNodes(function, order, index: 0);
    tree.numberOfVariables = order.length();
    if ( tree.root.left != null && tree.root.right != null
    if (tree.root.function == "0"){...}
    else if (tree.root.function == "1"){...}
    else{...}
    return tree;
}
```

Funkcia **BDDaddnodes()** rekurzívne pridáva uzly do stromu, ich bool funkcie im prideluje funkcia **split()** triedy *SplitFunction*. V tejto funkcii sa teda dejú aj redukcie – typu I pomocou hashmapy, v ktorej mám uložené všetky unikátne uzly a typu S pomocou while cyklu, v ktorom sa opakovane volá funkcia split, pokiaľ nie sú bool funkcie ňou vracané rozdielne, alebo konečné (0-1).

Funkcia **split()** vracia dva stringy – jeden pre ľavé dieťa a druhý pre pravé – ktoré získa rozdelením vstupnej bool funkcie podľa vstupnej premennej. Bool funkciu najprv rozdelí podľa charaktrov '+' na jednotlivé logické výrazy a potom z nich odstraňuje danú premennú a pridáva ich do korešpondujúcich zoznamov, ktoré na konci naspäť spája pomocou '+' charakteru. Táto funkcia navyše sleduje a opravuje prípadnú duplicitu logických výrazov v bool funkcii, automatickú konečnú hodnotu bool funkcie (napr.  $1+AB = 1$ ,  $A+!A = 1$ , alebo  $AB!A = 0, \dots$ ) a či návratové hodnoty nie sú rovnaké po poprehadzovaní výrazov ( napr.  $AB+!A!B = !A!B+AB$ ). O tieto úpravy sa starajú pomocné triedy : *expressionChecker*, *expressionModifier* a *equalExpressionFinder*.

```

public static node BDDaddNodes(String function, String order, int index){
    if (function.equals("1")){...}
    if (index == order.length()){...}
    else {
        if (nodeMap.containsKey(function)){
            return nodeMap.get(function);
        }
        else {
            nodeMap.put(function, new node(function, order.charAt(index)));
            String[] next = {" ", " "};
            while (next[0].equals(next[1])){
                next = SplitFunction.split(function, order.charAt(index));
                if (!next[0].equals(next[1])){
                    break;
                }
                if (next[0].equals("1")){...}
                else if (next[0].equals("0")){...}
                else {...}
            }
            nodeMap.get(function).left = BDDaddNodes(next[0], order, index: index + 1);
            nodeMap.get(function).right = BDDaddNodes(next[1], order, index: index + 1);
            if (nodeMap.get(function).left == nodeMap.get(function).right){
                node temp = nodeMap.get(function);
                nodeMap.get(function).function = nodeMap.get(function).left.function;
                nodeMap.get(function).left = null;
                nodeMap.get(function).right = null;
                nodeMap.remove(temp);
            }
            return nodeMap.get(function);
        }
    }
}

```

```

public static String[] split(String function, char variable) {
    String[] split = function.split( regex: "\\+");
    ArrayList<String> positive = new ArrayList<>();
    ArrayList<String> negative = new ArrayList<>();
    for (String i: split){
        if (i.contains("!" + variable)){...}
        else if (i.contains(Character.toString( variable))){...}
        else {...}
    }
    String positiv = String.join( delimiter: "+", positive);
    positiv = expressionModifier.modify(positiv);
    String negativ = String.join( delimiter: "+", negative);
    negativ = expressionModifier.modify(negativ);
    if (positiv.length() == negativ.length()){
        return equalExpressionFinder.find(negativ, positiv);
    }
    else {
        return new String[]{negativ, positiv};
    }
}

```

### BDDcreate\_with\_best\_order()

Táto funkcia hľadá najvýhodnejšie poradie premenných na zostrojenie BDD pre danú bool funkciu. Najprv z funkcie vybere všetky unikátne premenné pomocou funkcie `get()` triedy `getVariables` a vyrobí toľko rôznych iných poradií týchto premenných, koľko ich je (tj pre premenné ABCD urobí štyri rôzne poradia) pomocou funkcie `shuffle()` triedy `orderShuffle`.

Následne zavolá `BDDcreate()` pre každé poradie a uloží si strom s najmenším počtom uzlov.

```
public static bdd BDDcreate_with_best_order(String function){
    bdd tree = new bdd();
    bdd demoTree;
    String variables = getVariables.get(function);
    String[] orders = orderShuffle.shuffle(variables);
    double minNodes = Double.POSITIVE_INFINITY;
    for (String i : orders){
        demoTree = BDDcreate(function, i);
        if (demoTree.numberOfNodes < minNodes){
            minNodes = demoTree.numberOfNodes;
            tree = demoTree;
        }
        nodeMap.clear();
    }
    return tree;
}
```

### BDD\_use()

Táto funkcia postupne prechádza BDD pomocou ukazovateľa na uzol stromu. Ak je charakter na momentálnom indexe vstupu 0 a zároveň sedí aj premenná, podľa ktorej uzol delí svoje deti, ukazovateľ sa posunie na ľavé dieťa, ak je 1 a premenná sedí, posunie sa doprava a keď je hocičo iné na vstupe, vráti -1.

Túto funkciu som pozmenil, v zadaní je napísané, že má vracať char, no tiež je tam napísané, že má vracať -1 pri chybnom vstup, čo už je char[]. Keďže ostatné návratové hodnoty majú tiež byť len čísla, moja funkcia `BDD_use()` vracia int.

```
public static int BDD_use(bdd tree, String input){
    node current = tree.root;
    int index = 0;
    while (current != null){
        if (input.charAt(index) == '0'){
            if (current.variable == tree.order.toCharArray()[index]) {
                current = current.left;
            }
        }
        else if (input.charAt(index) == '1') {
            if (current.variable == tree.order.toCharArray()[index]) {
                current = current.right;
            }
        }
        else {
            System.out.println("Invalid input");
            return -1;
        }
        if (current.function.equals("0") || current.function.equals("1")){
            return Integer.parseInt(current.function);
        }
        index++;
    }
    return Integer.parseInt(current.function);
}
```

## Testovanie

Testoval som dve veci:

1. Správnosť mojich BDD
2. Percentuálnu mieru redukcie a časovú zložitosť **BDDcreate()** a **BDDcreate\_with\_best\_order()**

Testoval som na 100 náhodne generovaných bool funkciách v DNF tvare s náhodnými dĺžkami. Náhodne generované bool funkcie som si uložil do textových súborov a pri testoch som ich čítal z týchto súborov, aby som do testovania nezahŕňal aj čas potrebný na generovanie funkcií. Pre účely testovania som vytvoril 11 súborov so 100 funkciami od 8 rôznych premenných až po 18.

### Správnosť binárnych rozhodovacích diagramov

Tento scenár sa odohráva tak, že sa pre 100 bool funkcii po jednom vytvorí BDD pomocou funkcie **BDDcreate()** a následne sa pre všetky možnosti vstupných premenných zavolá funkcia **BDDuse()** a funkcia **evaluate()** triedy *expressionEvaluator*.

```
public static void testSpravnosti(int numberOfVariables){
    try{
        Scanner scanner = new Scanner(new File( pathname: "DNF"+numberOfVariables+".txt"));
        List<String> list = DNFGenerator.generate(numberOfVariables);
        while (scanner.hasNextLine()){
            bdd tree;
            String DNF = scanner.nextLine();
            tree = BDDcreate(DNF, getVariables.get(DNF));
            for (String j : list){
                if (BDD_use(tree, j) != expressionEvaluator.evaluate(DNF, j)){
                    System.out.println("Error");
                }
            }
            nodeMap.clear();
        }
    }
    catch (Exception e){
        System.out.println("File error");
    }
}
```

Funkcia **evaluate()** dostane na vstupe DNF a tú istú konfiguráciu premenných ako **BDDuse()**, následne v DNF vymení písmená za 0 a 1 podľa danej konfigurácie a ak nejaký výraz v DNF obsahuje iba samé 1 – čiže je splnený – vráti 1, ak nie vráti 0. Príklad:

1. Na vstupe dostane: AB+!AB, 01
2. DNF zmení na 01+11
3. Prejde DNF a nájde že druhý výraz je v tejto konfigurácii pravdivý – vráti 1

```
public static int evaluate(String dnf, String number){
    char[] orderArr = getVariables.get(dnf).toCharArray();
    char[] numberArr = number.toCharArray();
    for (int i = 0; i < number.length(); i++){
        if (dnf.contains("!" + orderArr[i])){
            if (numberArr[i] == '0'){...}
            else {...}
        }
        if (dnf.contains(Character.toString(orderArr[i]))){...}
    }
    String[] dnfSplit = dnf.split( regex: "\\+");
    boolean allOnes = false;
    for (String i: dnfSplit){
        if (!i.contains("0")){
            allOnes = true;
            break;
        }
    }
    if (allOnes){
        return 1;
    }
    else {...}
}
```

Ak sa návratová hodnota funkcie `BDDuse()` nerovná návratovej hodnote `evaluate()`, vypíše sa chybové hlásenie, ak nie program testuje ďalej.

Tento test som urobil so 100 funkciami o 8 až 17 premenných, **nebola nájdená ani jedna chyba**. Na datasete s 18 premennými som to už netestoval, keďže počet všetkých možných konfigurácií tam je  $2^{18}$ , a pre 100 stromov a dve funkcie, ktoré každú možnosť vyhodnocujú to je  $2 \cdot 100 \cdot 2^{18}$  operácií, a to by už trvalo rádovo v desiatkach hodín. Pre ilustráciu, test so 100 funkciami o 17-tich premenných trval okolo 50 minút.

### Trieda `DNFgenerator` a jej funkcie

Zoznam všetkých možných konfigurácií premenných tvorí pomocná funkcia `generate()` triedy `DNFgenerator`, ktorá sa používa aj pri náhodnej tvorbe bool funkcií v DNF tvare.

Funkcia `generate()` vytvorí pre zadaný počet premenných zoznam všetkých možných kombinácií 1 a 0. To znamená že napríklad pre 3 premenné vráti zoznam: [000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111].

Pri tvorení bool funkcií na testovanie sa pomocou funkcie `generateAll()` dotvoria aj všetky ostatné kratšie kombinácie 1 a 0, a následne sa vyberie náhodný počet týchto konfigurácií do finálneho zoznamu a jednotky a nuly sa vymenia za premenné vo forme písmen a ich negované tvary. O tieto operácie sa stará niekoľko ďalších funkcií z triedy `DNFgenerator`. Krátky príklad ako to celé vyzerá:

1. Zvolím počet premenných, napríklad 3
2. Vytvorí sa zoznam všetkých kombinácií pre 3 premenné: 000, 001,... 111
3. Vytvorí sa aj zoznam všetkých kratších kombinácií: 00, 01, 10, 11, 1, 0
4. Náhodne sa vyberú nejaké kombinácie, napr: 000, 011, 10, 1
5. Nuly a jednotky sa zmenia na premenné a spoja do DNF:  $\neg A \neg B C + \neg A B C + B \neg C + A$

Tento postup som zvolil najmä preto, že môžem recyklovať funkcie: `generate()` používam aj pri tvorení bool funkcií aj pri tvorení zoznamu všetkých konfigurácií pri testovaní správnosti.

Ďalej ešte stojí za zmienku fakt, že pri tvorení funkcií majú najväčšiu šancu na výber najdlhšie konfigurácie a najmenšiu úplne najkratšie (1 a 0). Je to jednoducho preto, že tých najdlhších je vždy najviac, preto je aj väčšia pravdepodobnosť že nejaká z nich bude vybraná.

```
public static List<String> generateAll(int numberOfVariables){
    List<String> finalList = new ArrayList<>();
    for(int i = numberOfVariables; i > 0; i-- ){
        List<String> part = generate(i);
        for (String j : part){
            finalList.add(j);
        }
    }
    return finalList;
}
```

### Miera redukcie a časová zložitosť

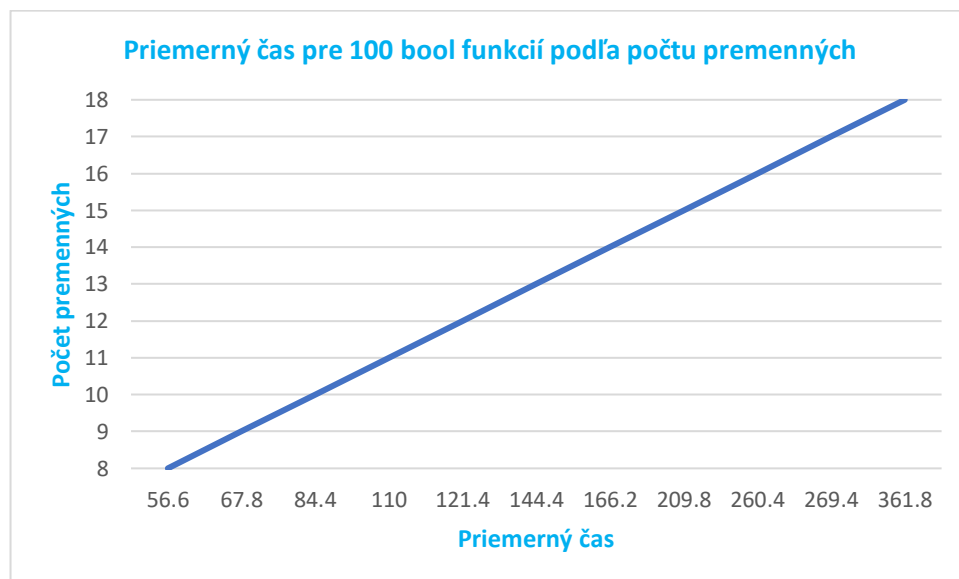
Tento scenár sa odohráva pomocou funkcie `testTime()`. Pre každú zo 100 bool funkcií sa vytvorí BDD pomocou `BDDcreate()` aj pomocou `BDDcreate_with_best_order()`. Do polí sa zapíšu jednotlivé počty uzlov oboch týchto stromov a zmerá sa percentuálna redukcia funkcie `BDDcreate()` oproti neredukovanému stromu (t.j.  $2^{n+1}-1$ , kde  $n$  = počet premenných funkcie) a percentuálna redukcia funkcie `BDDcreate_with_best_order()` oproti funkcii `BDDcreate()`, t.j. ešte o koľko lepšia je.

Na konci sa všetky informácie vypíšu do terminálu. Okrem toho sa ešte vypíšu priemery počtu uzlov oboch funkcií a priemery jednotlivých redukcii. Funkcia `testTime()` ako jej meno napovedá, ešte meria aj čas, za ktorý sa daných 100 funkcií spracuje na stromy. Časovú zložitosť som meral podobne ako v prvom zadaní – funkciu som nechal zbehnúť 5 krát a tieto hodnoty som spriemeroval.

Počet premenných	Maximálny počet uzlov	Priemerný počet uzlov BDDcreate()	Priemerný počet uzlov BDDcreate_wbo()	Priemerná redukcia BDDcreate()	Priemerná redukcia BDDcreate_wbo()
8	511	25	22	95.1%	9.6%
9	1 023	36	31	96.5%	12%
10	2 047	39	34	98.1%	11.7%
11	4 095	51	45	98.7%	10.8%
12	8 191	55	48	99.3%	11%
13	16 383	69	59	99.6%	13%
14	32 767	75	65	99.8%	11.3%
15	65 535	90	77	99.9%	12.6%
16	131 071	109	93	99.92%	12.9%
17	262 143	103	90	99.96%	11.2%
18	524 287	144	126	99.97%	11.5%



Počet premenných	Beh 1	Beh 2	Beh 3	Beh 4	Beh 5	Priemerný čas
8	51	58	63	46	65	56.6
9	68	61	63	70	77	67.8
10	80	106	68	75	93	84.4
11	111	101	114	114	110	110
12	125	115	122	126	119	121.4
13	148	143	147	144	140	144.4
14	164	172	162	170	163	166.2
15	210	207	212	207	213	209.8
16	259	260	258	264	261	260.4
17	268	272	271	267	269	269.4
18	374	289	381	383	382	361.8



## Záver

V tejto časti zhrniem poznatky z testov, ktoré som vykonal na mojich algoritmoch.

Z testu správnosti vyplýva, že môj program funguje 100%. Priestorová zložitosť môjho programu v O notácii je  $2^n + 2$ , kde  $n$  = počet premenných bool funkcie.

Z nameraných údajov vidíme, že s nárastom počtu rôznych premenných sa percentuálna miera redukcie **BDDcreate()** postupne približuje ku 100%, pretože zatiaľ, čo priemerný počet uzlov stromu pomaly rastie, maximálny počet uzlov (počet uzlov nezredukovaného stromu) rastie exponenciálne.

Percentuálna miera redukcie mojej implementácie **BDDcreate\_with\_best\_order()** sa hýbe okolo 11%. To znamená, že ten istý strom, ktorý by sa dal zostrojiť pomocou **BDDcreate()**, sa dá pomocou tejto funkcie v priemere zostrojiť ešte o ďalších 11% efektívnejšie. Toto číslo by sa určite dalo ešte vylepšiť, keby som túto funkciu implementoval tak, že nájde a vyskúša všetky rôzne možnosti usporiadania premenných (ktorých je  $N!$ ), no zo zadania stačilo nájsť a vyskúšať iba  $N$  možností, čo som aj urobil.

Ako môžeme vidieť z grafu, časová zložitosť mojich algoritmov rastie lineárne. Toto je priamy dôsledok vysokej miery redukcie stromov, ktorú algoritmy dosahujú pomocou redukcií typu I a S.

## Zdroje

Informácie na pochopenie binárnych rozhodovacích diagramov som čerpal iba z prednášok predmetu. Spolu so zdrojovými kódmi a dokumentáciou odovzdávam v zip archíve aj textové súbory, ktoré som použil na testovanie.