

---

# Programação Linear

Input file:            **standard input**  
Output file:          **standard output**  
Time limit:          3 seconds  
Memory limit:        256 megabytes

Para  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{b}$  e  $\mathbf{c}$  da forma

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,m} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \dots & a_{n,m} \end{pmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} \quad \mathbf{c} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_m \end{pmatrix},$$

resolva a programação linear definida por

$$\begin{aligned} \max \quad & \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ \text{sujeita a} \quad & \mathbf{Ax} \leq \mathbf{b} \\ & \mathbf{x} \geq 0 \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

e encontre o certificado que comprove seu resultado.

## Input

A primeira linha da entrada contem dois inteiros  $n$  e  $m$ , o número de restrições e variáveis.

A segunda linha contem  $m$  inteiros,  $c_i$ , que formam vetor de custo.

Cada uma das  $n$  linhas seguintes contem  $m + 1$  inteiros que representam as restrições.

Para a  $i$ -ésima linha, os  $m$  primeiros números são  $a_{i,1}, a_{i,2}, \dots, a_{i,m}$  e o último é  $b_i$ .

Uma entrada genérica é da forma

$n$	$m$			
$c_1$	$c_2$	$\dots$	$c_m$	
$a_{1,1}$	$a_{1,2}$	$\dots$	$a_{1,m}$	$b_1$
$a_{2,1}$	$a_{2,2}$	$\dots$	$a_{2,m}$	$b_2$
$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\vdots$
$a_{n,1}$	$a_{n,2}$	$\dots$	$a_{n,m}$	$b_n$

$\forall i, 1 \leq i \leq n, \forall j, 1 \leq j \leq m, |a_{i,k}| \leq 20$

$\forall i, 1 \leq i \leq m, |b_i| \leq 100$

$\forall i, 1 \leq i \leq m, |c_i| \leq 10$

## Output

Escreva o resultado da programação linear de acordo com as especificações seguintes:

- Para o caso em que a PL possui valor ótimo, escreva, na primeira linha, **ótima**. Na segunda linha, o valor objetivo atingido. Na terceira linha uma solução que atinja o valor máximo. E, na quarta linha, um certificado de otimalidade.
- Para o caso em que a PL é inviável, escreva, na primeira linha, **inviavel**. E, na segunda linha, um certificado de inviabilidade.
- Para o caso em que a PL é ilimitada, escreva, na primeira linha, **ilimitada**. Na segunda linha, uma solução viável. E, na terceira linha, um certificado de ilimitabilidade.

---

Todos os números devem ser escritos com, no máximo, 7 casas decimais.

Sua resposta será considerada correta se o erro absoluto ou relativo entre o valor calculado pelo seu certificado e o valor ideal não ultrapassar  $10^{-4}$ . Em termos práticos, isso significa que, assumindo que o valor calculado seja  $a$  e o valor ideal seja  $b$ , sua resposta será considerada correta se  $\frac{|a-b|}{\max(1,b)} \leq 10^{-4}$ .

## Examples

standard input	standard output
3 3 2 4 8 1 0 0 1 0 1 0 1 0 0 1 1	otima 14 1 1 1 2 4 8
4 3 1 1 1 1 0 0 -1 0 1 0 -1 0 0 1 -1 1 1 1 -1	inviavel 1 1 1 1
2 3 1 0 0 -1 1 0 5 -1 0 1 7	ilimitada 0 5 7 1 1 1
4 4 -3 -4 5 -5 1 1 0 0 5 -1 0 -5 5 -10 2 1 1 -1 10 -2 -1 -1 1 -10	otima 50 0 0 10 0 0 0 5 0

## Note

Em caso de dúvida, releia as notas de aula. Se necessário, entre em contato pelo e-mail [dcc035ufmg@gmail.com](mailto:dcc035ufmg@gmail.com).

Inicialmente serão aceitas apenas as linguagens de programação C, C++, Java e Python3. Apenas a biblioteca padrão de cada linguagem poderá ser usada. Caso você queira utilizar outra linguagem, entre em contato por e-mail.

Outros exemplos de casos de teste estão disponíveis na página da disciplina.