2º Trabalho de Métodos Numéricos I - Sistemas de Equações

Professor: Joaquim Bento (joaquimb@lia.ufc.br)
Entrega: Em data a ser definida até a meia-noite

1) Objetivos:

O objetivo desse trabalho é implementar os métodos numéricos estudados para achar sistemas de equações. Além disso, pretende-se depois resolver vários problemas com os métodos numéricos a serem implementados.

2) Organização:

Todas as equipes foram definidas em sala pelos alunos. O trabalho deve ser feito somente em C++ (opcionalmente em C) e em Linux. Diagramas de classes são bem-vindos (no caso de C++). Além disso, os trabalhos devem ser apresentados em sala de aula em datas a serem definidas pelo professor. A ordem das apresentações, bem como o tema de cada equipe, será definida por sorteio e cada equipe terá 17 minutos de tempo para apresentação com mais 3 minutos para perguntas do professor e dos colegas. Os membros das equipes que faltarem ao dia da apresentação automaticamente tiram 0 nos pontos relativos à sua apresentação.

3) O que entregar:

Um único arquivo compactado contendo:
a) Apresentação (3,0 pontos) – obrigatória.
b) Código fonte (3,0 pontos) – obrigatório.
c) Executável (4,0 pontos) – obrigatório.
d) Documentação (0,0 pontos) – opcional.

OBS1: A apresentação deve conter (no mínimo):

a) Introdução.
b) Metodologia.
c) Exemplos.
d) Conclusão.

OBS2: Recomenda-se que o executável não tenha nada dinâmico, ou seja, que as LIBs sejam estáticas ou todas as DLLs estejam incluídas na distribuição do programa.

4) Quando entregar:

Até meia-noite do dia que será estipulado e depois comunicado pelo professor.

5) Observações:

a) Os trabalhos devem ser enviados somente pelo LÍDER de cada equipe.
b) O LÍDER da equipe deve coordenar o andamento do trabalho da equipe.
c) Deve ser entregue somente um arquivo com todo o trabalho da equipe.
d) O arquivo a ser entregue deve contar a apresentação, fontes e executável.
e) O arquivo a ser entregue deve ser comprimido para que possa ser enviado.
f) Todos os membros das equipes devem participar ativamente do trabalho.
g) Todos os membros das equipes devem apresentar alguma parte realizada.
h) É obrigatória a presença de todos os membros da equipe na apresentação.

6) Enunciados:

Tema1:

Em um foguete espacial, ao entrar na atmosfera, os deslocamentos $d_1, d_2,..., d_n$ de várias de suas partes são dados pela solução do sistema de equações lineares Ad = f, onde A é a matriz das propriedades, d é o vetor das incógnitas e f é o vetor dos termos independentes (vetor constante). Caso o deslocamento de umas dessas partes passe dos 2 cm esse foguete irá explodir, causando sérios danos e um prejuízo gigantesco. Os deslocamentos podem ser negativos ou positivos, dependendo da direção para onde eles ocorrem (dentro ou fora) e, por isso, para verificar a confiabilidade ou não do foguete, esses deslocamentos são considerados em módulo após seus cálculos serem efetuados. Uma das soluções possíveis para esse sistema é usar uma variação do método de fatoração LU onde, se A é uma matriz não singular e A = LU, então A pode ser reescrita como A = LDP, onde L é a mesma matriz triangular inferior do método convencional de fatoração LU, D é uma matriz diagonal e P é uma matriz triangular superior com diagonal unitária. Nesse caso, desenvolva um sistema para calcular esses deslocamentos d das partes de um foguete espacial considerado com todos os requisitos apresentados nos itens abaixo:

a) Implementar algoritmo para calcular valores de {d} pelo método de Fatoração LU normal.
b) Implementar algoritmo para calcular valores de {d} pelo método de Fatoração LU descrito.
c) Calibrar sistema desenvolvido usando como padrão a matriz [A] e vetor {f} dados abaixo.
d) Fornecer um quadro resposta para cada método pedido, variando os valores de [A] e de {f}.

$$[A] = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & -3 & 4 \\ 9 & 4 & -5 \end{bmatrix} \{f\} = \begin{Bmatrix} 8 \\ 6 \\ 11 \end{Bmatrix}$$

Dados de entrada: n (número de deslocamentos), os termos de $[A]_{nxn}$ e os de $\{f\}_{nx1}$.
Dados de saída: valores de $\{d\}_{nx1}$ que representam os n deslocamentos $d_1, d_2,..., d_n$.

Tema2:

Em um movimento físico sujeito a oscilações decorrentes da natureza do movimento, os deslocamentos $d_1, d_2,..., d_n$ de seus componentes são dados pela solução do sistema de equações lineares Ad = b, onde A é a matriz das propriedades, d é o vetor das incógnitas e b é o vetor dos termos independentes (vetor constante). Uma das soluções possíveis para achar o vetor d é através da inversa de A ($d = A^{-1}b$). Se A é uma matriz nxn que possui como inversa uma matriz A^{-1} então $AA^{-1} = I$, onde I é a matriz Identidade, e uma maneira de se achar A^{-1} é achar-se as colunas de A^{-1} uma por vez, através de $A(A^{-1})_1 = \{1\ 0\ ...\ 0\}^T$, $A(A^{-1})_2 = \{0\ 1\ ...\ 0\}^T$ ... $A(A^{-1})_n = \{0\ 0\ ...\ 1\}^T$, onde $(A^{-1})_1$, $(A^{-1})_2$ ... $(A^{-1})_n$ são as n colunas de A^{-1}. Desenvolva um sistema para calcular deslocamentos de partículas com os requisitos dados abaixo:

a) Implementar algoritmo para calcular A^{-1} e depois {d} pelo método de Gauss-Jacobi.
b) Implementar algoritmo para calcular A^{-1} e depois {d} pelo método de Gauss-Seidel.
c) Calibrar o sistema feito usando como padrão matriz [A] e vetor {b} dados abaixo.
d) Fornecer um quadro resposta para cada método, variando os valores de [A] e de {b}.

$$[A] = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 5 & 6 & 1 \\ 1 & 6 & 7 \end{bmatrix} \{b\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{Bmatrix}$$

Dados de entrada: n (número de deslocamentos), termos de $[A]_{nxn}$ e de $\{b\}_{nx1}$ e ε (precisão).
Dados de saída: A^{-1} e os termos de $\{d\}_{nx1}$ que representam os n deslocamentos $d_1, d_2,..., d_n$.

Tema3:

Conhecendo-se o valor de um parâmetro a fornecido, as amplitudes de deslocamentos de vários pêndulos são dadas pela expressão a_*d, onde $d_1, d_2,..., d_n$ são os deslocamentos dos pêndulos. Cada um dos deslocamentos pode ser calculado através da solução de um sistema linear Cd = v, que pode ser resolvido pela regra de Cramer, onde cada deslocamento é dado por $d_i = detC_i/detC$ onde detC é o determinante da matriz dos coeficientes C e $detC_i$ é o determinante da matriz obtida trocando-se a coluna i pelo vetor d dos termos independentes. Desenvolva um sistema para calcular as amplitudes dos deslocamentos de vários pêndulos com requisitos dados a seguir:

a) Implementar algoritmo para calcular valores de {d} pelo método de Gauss normal.
b) Implementar algoritmo para calcular valores de {d} pelo método de Gauss-Jordan.
c) Calibrar sistema usando como padrão a=1, a matriz [C] e o vetor {v} dados abaixo.
d) Fornecer quadro resposta para cada método, variando os valores de [C] e de {v}.

$$[C] = \begin{bmatrix} 10 & 1 & 1 \\ 1 & 10 & 1 \\ 1 & 1 & 10 \end{bmatrix} \{v\} = \begin{Bmatrix} 12 \\ 12 \\ 12 \end{Bmatrix}$$

Dados de entrada: n (número de pêndulos), parâmetro a, os termos de $[C]_{nxn}$ e os termos de $\{v\}_{nx1}$.
Dados de saída: termos de $\{d\}_{nx1}$ que representam os n deslocamentos $d_1, d_2,..., d_n$ e as amplitudes.

Tema4:

Uma determinada reação química produz uma quantidade c de CO_2 medida em ppm (parte por milhão) que pode variar dependendo das condições ambientais. Nesse caso, podem-se ter quantidades $c_1, c_2,..., c_n$ diferentes. Essas quantidades podem ser calculadas a partir da solução de um sistema de equações lineares Ac = d por fatoração LU da matriz A diretamente, usando a definição de produto de matrizes. Esquemas desse tipo são conhecidos como compactos, e o equivalente à fatoração A=LU com L triangular inferior com diagonal unitária e U triangular superior é chamado de *redução de Doolittle*. O processo é baseado em alguns passos: a) primeiro multiplica-se a primeira linha de L pela j-ésima coluna de U e iguala-se a a_{1j}, obtendo-se os elementos u_{1j}; b) depois multiplica-se a i-ésima linha de L pela primeira coluna de U, igualando-se a a_{i1} de onde se obtém os elementos l_{i1}; c) repete-se o processo para as demais linhas e colunas até se obter os demais elementos de L e U. Desenvolva um sistema para calcular todos as quantidades desejadas com requisitos dados a seguir:

a) Implementar algoritmo para calcular {c} pela fatoração LU, usando a pivotação.
b) Implementar algoritmo para calcular {c} pela *redução de Doolittle*, sem pivotação.
c) Calibrar sistema feito usando como padrão a matriz [A] e o vetor {d} dados abaixo.
d) Fornecer quadro resposta para cada método, variando os valores de [A] e os de {d}.

$$[A] = \begin{bmatrix} 20 & 7 & 9 \\ 7 & 30 & 8 \\ 9 & 8 & 30 \end{bmatrix} \{d\} = \begin{Bmatrix} 16 \\ 38 \\ 38 \end{Bmatrix}$$

Dados de entrada: n (número de quantidades), termos de $[A]_{nxn}$ e termos de$\{d\}_{nx1}$.
Dados de saída: termos de $\{c\}_{nx1}$ que representam as c quantidades $c_1, c_2,..., c_n$.