

1. Provar que uma árvore binária completa com $n > 0$ nós possui altura mínima.
2. Provar que uma árvore binária completa com $n > 0$ nós possui altura igual a $1 + \text{lower}(\log n)$.
3. Um caminho que vai da raiz de uma árvore até um nó pode ser representado por uma sequência de 0s e 1s: toda vez que o caminho desce para a esquerda temos um 0; toda vez que desce para a direita temos um 1. Diremos que essa sequência de 0s e 1s é o código do nó. Suponha agora que todo nó de nossa árvore tem um campo adicional cod capaz de armazenar uma cadeia de caracteres. Escreva uma função que preencha o campo cod de cada nó com o código do nó.
4. Suponha dados os códigos de todas as folhas de uma árvore binária. Escreva uma função que reconstrua a árvore a partir desses códigos das folhas.
5. Escreva uma função não recursiva que calcule o número de nós de uma árvore binária.
6. Crie a mesma função acima, mas agora de forma recursiva
7. Crie uma função recursiva para retornar verdadeiro caso uma árvore binária for estritamente binária.
8. Árvores binárias podem ser implementadas com índices no lugar de ponteiros, da seguinte maneira: teremos três vetores paralelos, `item[1..N]`, `l[1..N]` e `r[1..N]`; para cada índice i , `l[i]` é o índice do filho esquerdo de i e `r[i]` é o índice do filho direito. Escreva as funções de busca, inserção e remoção nesta implementação. [Essa implementação tem suas vantagens porque reduz o tempo consumido pelas sucessivas chamadas de `malloc` durante a construção da árvore. Mas exige que o número total de nós seja conhecido antes que a árvore comece a ser construída.]
9. Mostrar que o número de sub-árvores vazias em uma árvore m -ária com $n > 0$ nós é $(m-1)n + 1$.
10. Provar ou dar um contra-exemplo: Se v é o pai de um nó w de uma árvore binária T , então:
 - (i) $\text{nivel}(v) = \text{nivel}(w) + 1$
 - (ii) $\text{altura}(v) = \text{altura}(w) + 1$
 - (iii) $\max_{v \in T} \{\text{altura}(v)\} = \max_{v \in T} \{\text{nivel}(v)\}$
11. O percurso de uma árvore em pré-ordem resultou na sequência A B C F H D L M P N E G I e o percurso em ordem simétrica na mesma árvore resultou na sequência F C H B D L P M N A I G E. Construa a árvore que satisfaz esses percursos. Ela é única?
12. Calcular quantas árvores binárias de busca podem ser criadas com n nós.
13. Implemente um método para verificar se uma dada árvore binária é completa ou não.
14. Implemente um algoritmo para verificar se uma dada árvore é binária de busca. Restrição: a solução deve ter complexidade de espaço na ordem de $O(1)$.
15. Implemente um algoritmo para testar se uma árvore binária é simétrica. Uma árvore binária é simétrica de si se suas subárvores são imagens espelhadas idênticas. Por exemplo, as duas primeiras árvores abaixo são simétricas, mas as duas últimas não são.

