

Roteiro

Exercício

Linguagens
Livres de
Contexto

Situação Atual

Quem foi Alan
Turing?

- 1 Exercício
- 2 Linguagens Livres de Contexto
Propriedades de Fechamento
- 3 Situação Atual
Pumping Lemma
- 4 Quem foi Alan Turing?

Exercício

Roteiro

Exercício

Linguagens
Livres de
Contexto

Situação Atual

Quem foi Alan
Turing?

Construa um Aut. de Pilha que aceite a mesma linguagem gerada pela gramática:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aAA \\ A &\rightarrow aS \mid bS \mid a \end{aligned}$$

Roteiro

Exercício

Linguagens
Livres de
Contexto

Propriedades de
Fechamento

Situação Atual

Quem foi Alan
Turing?

Linguagem Livre de Contexto

Uma linguagem $\mathcal{L} \subseteq \Sigma^*$ é **Livre de Contexto** se existe uma gramática livre de contexto G tal que $\mathcal{L}(G) = \mathcal{L}$.

Linguagem Livre de Contexto

Uma linguagem $\mathcal{L} \subseteq \Sigma^*$ é **Livre de Contexto** se existe um autômato de pilha A tal que $\mathcal{L}(A) = \mathcal{L}$.

Fechamento por União

Roteiro

Exercício

Linguagens
Livres de
Contexto

Propriedades de
Fechamento

Situação Atual

Quem foi Alan
Turing?

A classe das linguagens Livres de Contexto
é fechada por união!

- Dadas duas gramáticas: $G_1 = (V_1, \Sigma_1, R_1, S_1)$ e $G_2 = (V_2, \Sigma_2, R_2, S_2)$;
- A união $\mathcal{L}(G_1) \cup \mathcal{L}(G_2)$ é gerada pela gramática:

Fechamento por União

Roteiro

Exercício

Linguagens
Livres de
Contexto

Propriedades de
Fechamento

Situação Atual

Quem foi Alan
Turing?

A classe das linguagens Livres de Contexto
é fechada por união!

- Dadas duas gramáticas: $G_1 = (V_1, \Sigma_1, R_1, S_1)$ e $G_2 = (V_2, \Sigma_2, R_2, S_2)$;
- A união $\mathcal{L}(G_1) \cup \mathcal{L}(G_2)$ é gerada pela gramática:
- $G_3 = \{V_1 \cup V_2 \cup \{S_3\}, \Sigma_1 \cup \Sigma_2, R_1 \cup R_2 \cup \{S_3 \rightarrow S_1 \mid S_2\}, S_3\}$

Fechamento por Interseção

Roteiro

Exercício

Linguagens
Livres de
Contexto

Propriedades de
Fechamento

Situação Atual

Quem foi Alan
Turing?

Exercícios

- Construa um AP para: $\mathcal{L}_1 = \{0^n 1^n 2^m \mid n \geq 0, m \geq 0\}$;
- Construa um AP para: $\mathcal{L}_2 = \{0^n 1^m 2^m \mid n \geq 0, m \geq 0\}$.

Fechamento por Interseção

Roteiro

Exercício

Linguagens
Livres de
Contexto

Propriedades de
Fechamento

Situação Atual

Quem foi Alan
Turing?

Exercícios

- Construa um AP para: $\mathcal{L}_1 = \{0^n 1^n 2^m \mid n \geq 0, m \geq 0\}$;
- Construa um AP para: $\mathcal{L}_2 = \{0^n 1^m 2^m \mid n \geq 0, m \geq 0\}$.

Mas $\mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_2$ é $\{0^n 1^n 2^n \mid n \geq 0\}$. Veremos que essa linguagem não é livre de contexto!

Fechamento por Complementação

Roteiro

Exercício

Linguagens
Livres de
Contexto

Propriedades de
Fechamento

Situação Atual

Quem foi Alan
Turing?

Se é fechada por **união** e não é fechada por **interseção**,
pode ser fechada por **complementação**?

Fechamento por Complementação

Roteiro

Exercício

Linguagens
Livres de
Contexto

Propriedades de
Fechamento

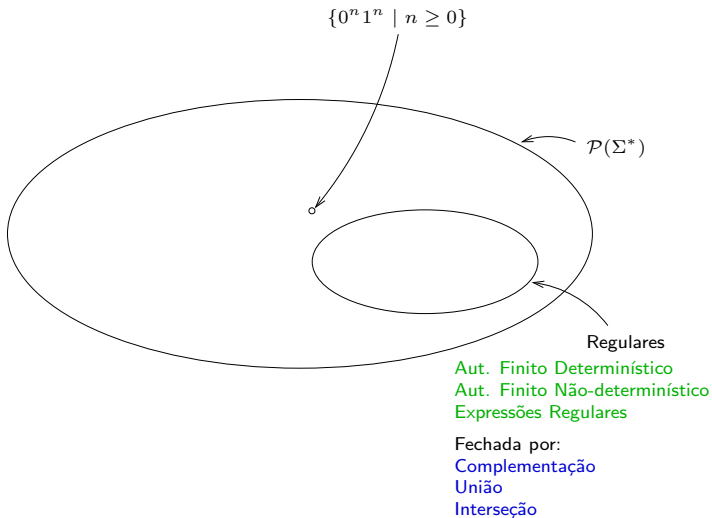
Situação Atual

Quem foi Alan
Turing?

Se é fechada por **união** e não é fechada por **interseção**,
pode ser fechada por **complementação**?

Não, por causa de... $A \cap B = \overline{\overline{A} \cup \overline{B}}$

Situação Atual



Roteiro

Exercício

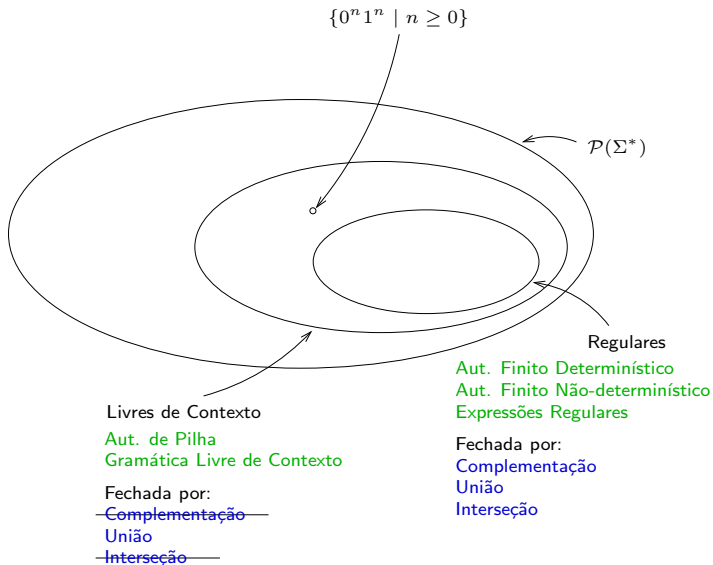
Linguagens
Livres de
Contexto

Situação Atual

Pumping Lemma

Quem foi Alan
Turing?

Situação Atual



Roteiro

Exercício

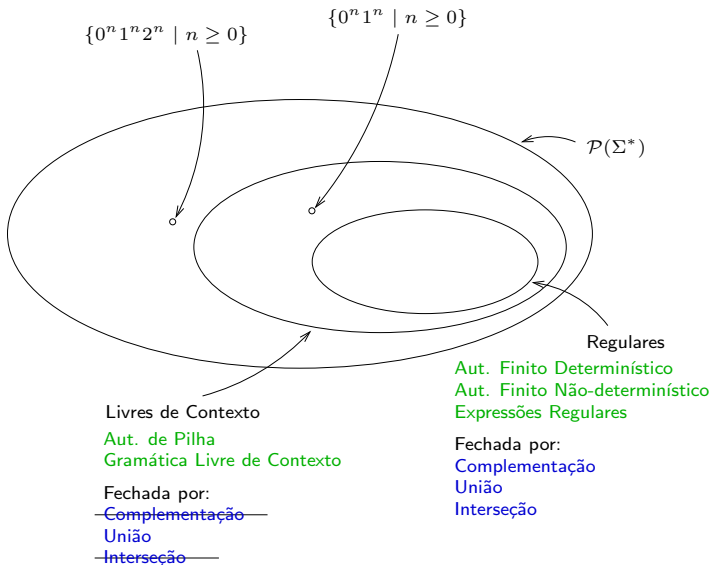
Linguagens
Livres de
Contexto

Situação Atual

Pumping Lemma

Quem foi Alan
Turing?

Situação Atual



Roteiro

Exercício

Linguagens
Livres de
Contexto

Situação Atual

Pumping Lemma

Quem foi Alan
Turing?

Árvore de derivação para Gramáticas

$$S \rightarrow B1B1B1B, B \rightarrow BB \mid 0 \mid 1 \mid \varepsilon$$

S

Roteiro

Exercício

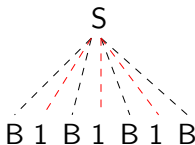
Linguagens
Livres de
Contexto

Situação Atual
Pumping Lemma

Quem foi Alan
Turing?

Árvore de derivação para Gramáticas

$$S \rightarrow B1B1B1B, B \rightarrow BB \mid 0 \mid 1 \mid \varepsilon$$



Roteiro

Exercício

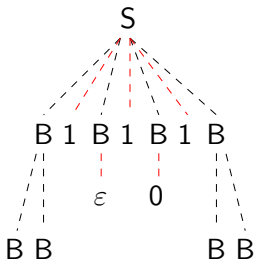
Linguagens
Livres de
Contexto

Situação Atual
Pumping Lemma

Quem foi Alan
Turing?

Árvore de derivação para Gramáticas

$$S \rightarrow B1B1B1B, B \rightarrow BB \mid 0 \mid 1 \mid \varepsilon$$



Roteiro

Exercício

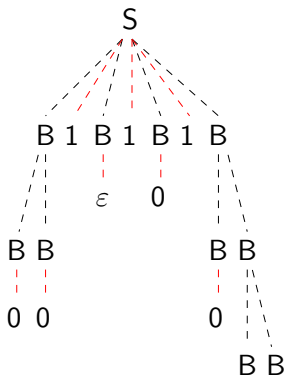
Linguagens
Livres de
Contexto

Situação Atual
Pumping Lemma

Quem foi Alan
Turing?

Árvore de derivação para Gramáticas

$$S \rightarrow B1B1B1B, B \rightarrow BB \mid 0 \mid 1 \mid \varepsilon$$



Roteiro

Exercício

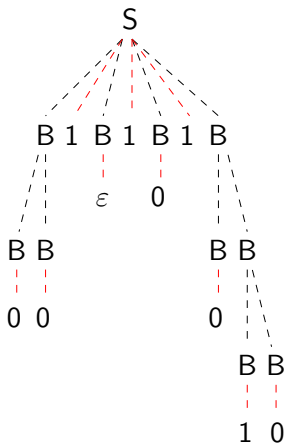
Linguagens
Livres de
Contexto

Situação Atual
Pumping Lemma

Quem foi Alan
Turing?

Árvore de derivação para Gramáticas

$$S \rightarrow B1B1B1B, B \rightarrow BB \mid 0 \mid 1 \mid \varepsilon$$



Roteiro

Exercício

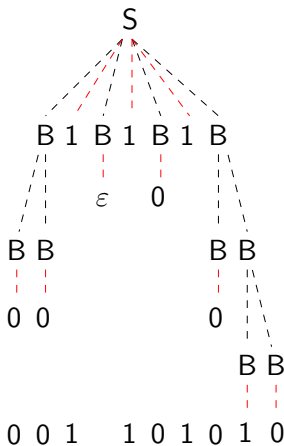
Linguagens
Livres de
Contexto

Situação Atual
Pumping Lemma

Quem foi Alan
Turing?

Árvore de derivação para Gramáticas

$$S \rightarrow B1B1B1B, B \rightarrow BB \mid 0 \mid 1 \mid \varepsilon$$



Roteiro

Exercício

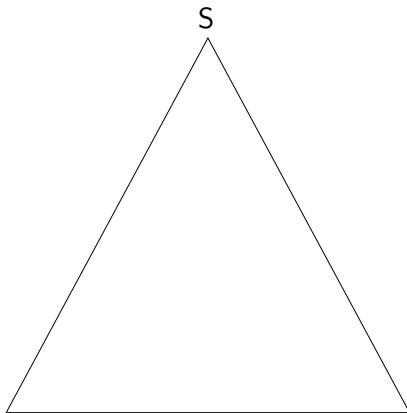
Linguagens
Livres de
Contexto

Situação Atual
Pumping Lemma

Quem foi Alan
Turing?

Árvore de derivação para Gramáticas

$$S \rightarrow B1B1B1B, B \rightarrow BB \mid 0 \mid 1 \mid \varepsilon$$



Roteiro

Exercício

Linguagens
Livres de
Contexto

Situação Atual
Pumping Lemma

Quem foi Alan
Turing?

Pumping Lemma para ling. Livres de Contexto

Roteiro

Exercício

Linguagens
Livres de
Contexto

Situação Atual
Pumping Lemma

Quem foi Alan
Turing?

Pumping Lemma

- **Para toda** linguagem livre de contexto \mathcal{L} ;
- **Existe** $p \in \mathbb{N}$; tal que
- **Para toda** palavra $w \in \mathcal{L}$, $|w| \geq p$;
- **Existe** u, v, x, y, z :
 - $w = uvxyz$;
 - $|vxy| \leq p$;
 - $|vy| \geq 1$; tal que
- **Para todo** $i \geq 0$, $uv^i xy^i z \in \mathcal{L}$.

Pumping Lemma para ling. Livres de Contexto

Roteiro

Exercício

Linguagens
Livres de
Contexto

Situação Atual
Pumping Lemma

Quem foi Alan
Turing?

Pumping Lemma

- **Para toda** linguagem livre de contexto \mathcal{L} ;
- **Existe** $p \in \mathbb{N}$; tal que
- **Para toda** palavra $w \in \mathcal{L}$, $|w| \geq p$;
- **Existe** u, v, x, y, z :
 - $w = uvxyz$;
 - $|vxy| \leq p$;
 - $|vy| \geq 1$; tal que
- **Para todo** $i \geq 0$, $uv^i xy^i z \in \mathcal{L}$.

Se \mathcal{L} é livre de contexto \implies vale o PL para \mathcal{L}

↓ **contrapositiva**

Se não vale o PL para $\mathcal{L} \implies \mathcal{L}$ não é livre de contexto

Roteiro

Exercício

Linguagens
Livres de
Contexto

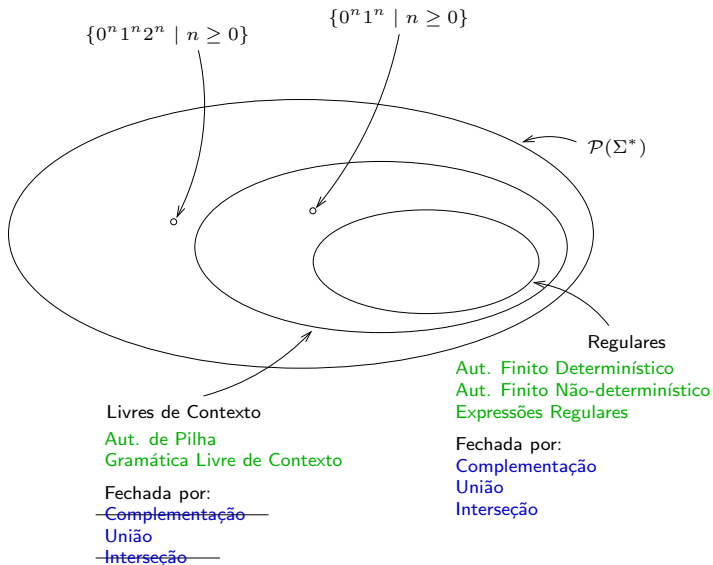
Situação Atual
Pumping Lemma

Quem foi Alan
Turing?

Vamos demonstrar que a seguinte linguagem
não é livre de contexto

- $\{0^n 1^n 2^n \mid n \geq 0\};$

Situação Atual



Roteiro

Exercício

Linguagens
Livres de
Contexto

Situação Atual
Pumping Lemma

Quem foi Alan
Turing?

Alan Turing



Roteiro

Exercício

Linguagens
Livres de
Contexto

Situação Atual

Quem foi Alan
Turing?

Máquina Enigma

Criptografia na 2. Guerra Mundial

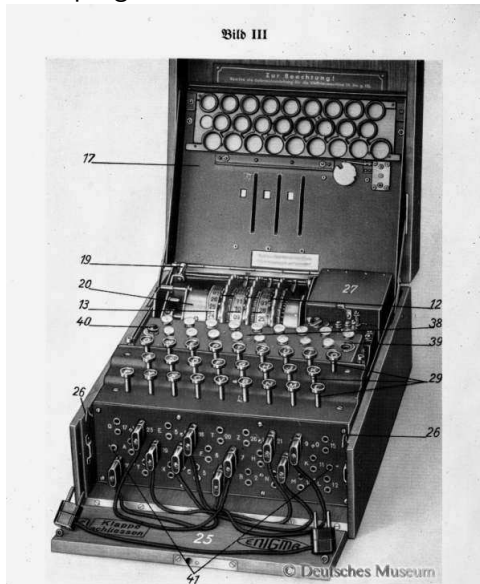
Roteiro

Exercício

Linguagens
Livres de
Contexto

Situação Atual

Quem foi Alan
Turing?



12 Schiffringwalzen

13 Zahlentafel

20 Umkehrwalze

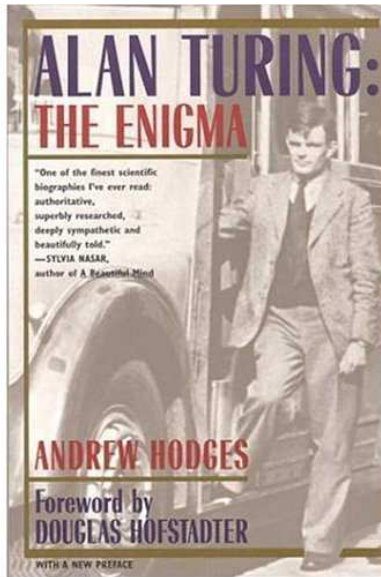
25 Stirnwand

29 Tastenfolien

38 Glühlampenfeld

Biografia

Uma vida bastante agitada...



Roteiro

Exercício

Linguagens
Livres de
Contexto

Situação Atual

Quem foi Alan
Turing?