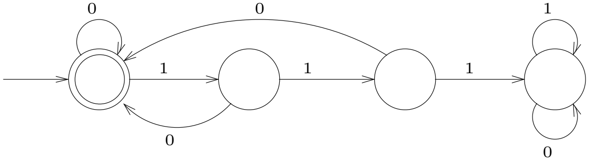
Roteiro da Aula 3

1. Definição: Autômatos Finitos Não-determinísticos
   - Sintaxe
   - Semântica
2. Exemplos
3. Equivalência AFD/AFN
4. Propriedades de Fechamento
   - União
   - Interseção
5. Situação Atual

Não-determinismo

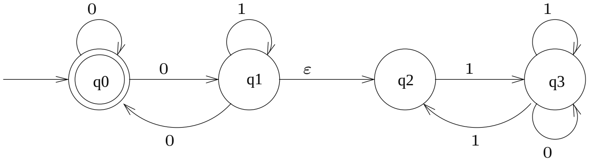
Determinístico

Exatamente uma trajetória sobre uma $w \in \Sigma^*$.



Não-determinístico

Uma ou várias trajetórias sobre uma $w \in \Sigma^*$.



Não-determinismo

Observação

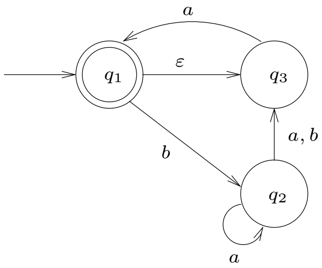
Autômatos não-determinísticos são uma generalização de autômatos determinísticos

Todo autômato determinístico é também, por definição, não-determinístico. O contrário não vale!

Intuição sobre a semântica

- Autômato A aceita palavra w se existe uma trajetória de A sobre w que termina num estado final.

Exemplo: autômato N_1



- Aceita (p.ex.): ε, a, $baba$, baa, aaa;
- Não aceita (p. ex.): b, bb, $babba$, $baab$.

Sintaxe

Para qualquer alfabeto Σ, $\Sigma_\varepsilon = \Sigma \cup \{\varepsilon\}$

Sintaxe

Para qualquer alfabeto Σ, $\Sigma_\varepsilon = \Sigma \cup \{\varepsilon\}$

Um Autômato Finito Não-determinístico (AFN) é uma tupla $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, onde:

Q	conjunto finito de estados
Σ	alfabeto finito de símbolos
$F \subseteq Q$	conjunto de estados finais
$q_0 \in Q$	estado inicial
$\delta : Q \times \Sigma_\varepsilon \to \mathcal{P}(Q)$	função de transição

Exemplo

AFN N_2

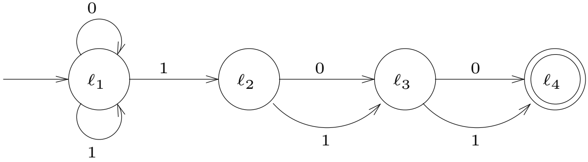
$$N_2 = (\quad Q = \{\ell_1, \ell_2, \ell_3, \ell_4\}, \\ \Sigma = \{0, 1\},$$

estado	0	1	ε
ℓ_1	$\{\ell_1\}$	$\{\ell_1, \ell_2\}$	$\emptyset$
ℓ_2	$\{\ell_3\}$	$\{\ell_3\}$	$\emptyset$
ℓ_3	$\{\ell_4\}$	$\{\ell_4\}$	$\emptyset$
ℓ_4	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

$$q_0 = \ell_1, \\ F = \{\ell_4\} \quad)$$

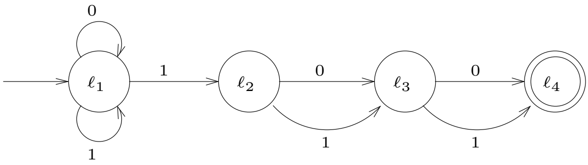
Exemplo

AFN N_2



Exemplo

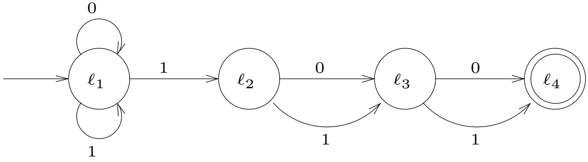
AFN N_2



Qual linguagem é aceita por N_2

Exemplo

AFN N_2



$\mathcal{L}(N_2) = \{w \mid$ antepenúltimo símbolo de w é um 1 $\}$

Semântica

Sejam $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ um AFN e $w = w_1 w_2 w_3 \ldots w_n$ uma palavra sobre Σ

Dizemos que A aceita w se:

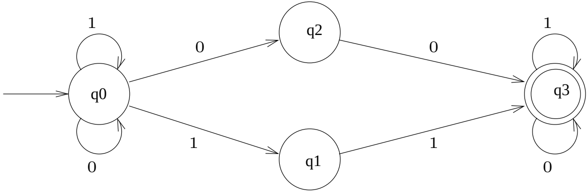
- podemos escrever w como $w = y_1 y_2 \ldots y_m$, $y_i \in \Sigma_\varepsilon$; e
- existe uma seqüência de estados de Q, $r = r_0, r_1, \ldots, r_m$, tal que:

1. $r_0 = q_0$; e
2. $r_{i+1} \in \delta(r_i, y_{i+1})$ para todo $0 \leq i \leq m - 1$; e
3. $r_m \in F$.

Exemplo

Que linguagem aceita N_3?

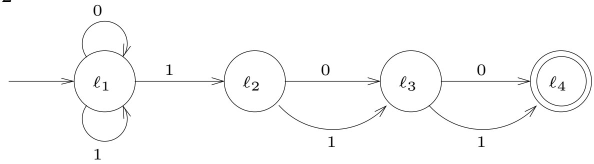
N_3:



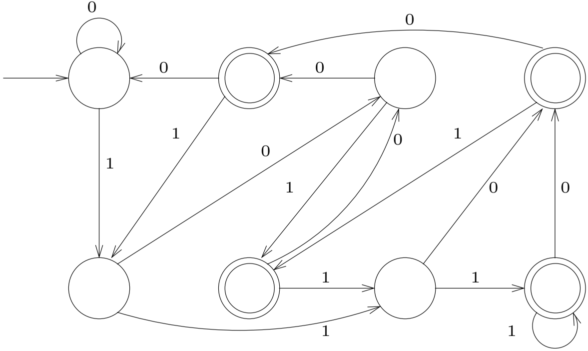
Construir um AFD equivalente...

Não-determinismo às vezes facilita

Para N_2:



O menor AFD equivalente é:



Equivalência entre AFD e AFN

Teorema

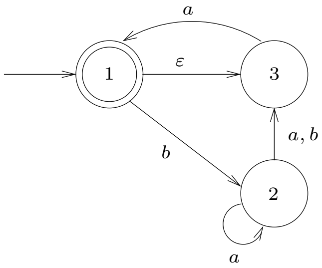
Para todo AFN A, existe AFD B, tal que $\mathcal{L}(A) = \mathcal{L}(B)$.

Linguagem Regular

Uma linguagem $\mathcal{L} \subseteq \Sigma^*$ é Regular se existe um AFN A tal que $\mathcal{L}(A) = \mathcal{L}$.

Intuição sobre o Teorema

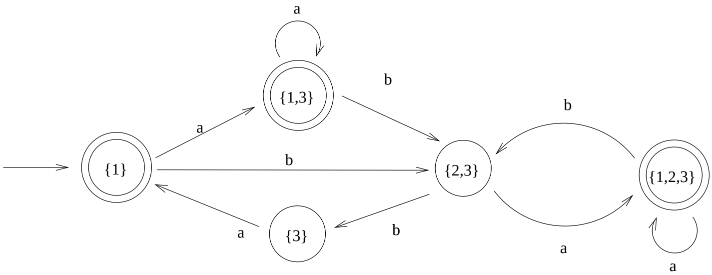
AFN $N_1 = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$:



- Construir AFD $B = (Q', \Sigma, \delta', q_0', F')$ tal que $Q' = \mathcal{P}(Q)$;
- B é chamado de construção do subconjunto.

Intuição sobre o Teorema

AFD B equivalente a N_1:



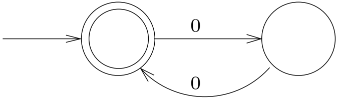
B é tal que $\mathcal{L}(B) = \mathcal{L}(N_1)$

Propriedades de Fechamento: União

Defina um AFN B que represente a linguagem
$\mathcal{L}_1 = \{w|\ w$ possui três 0's ou três 1's consecutivos$\}$

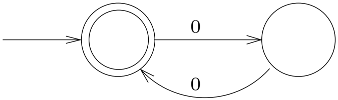
União

Qual é a linguagem aceita?



União

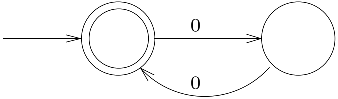
Qual é a linguagem aceita?

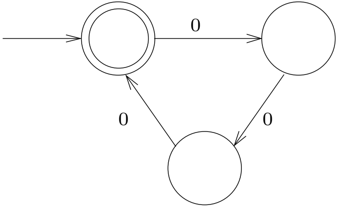


- $\mathcal{L}_1 = \{0^k \mid k \text{ é par}\}$;

União

Qual é a linguagem aceita?

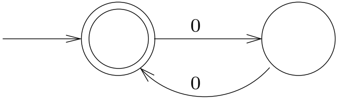


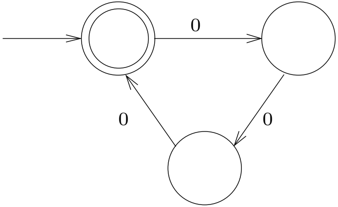


- $\mathcal{L}_1 = \{0^k \mid k \text{ é par}\}$;

União

Qual é a linguagem aceita?

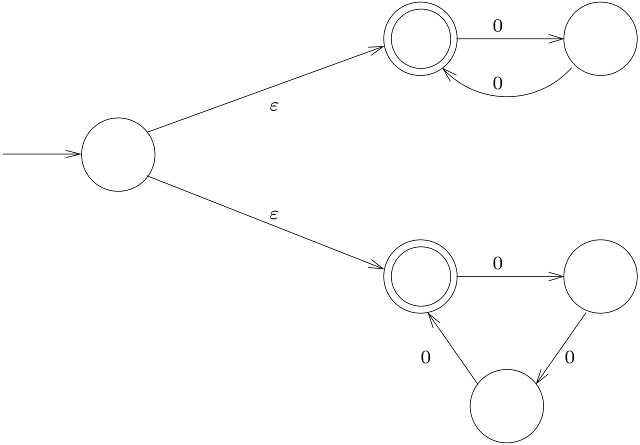




- $\mathcal{L}_1 = \{0^k \mid k$ é par$\}$;
- $\mathcal{L}_2 = \{0^k \mid k$ é múltiplo de $3\}$;

União

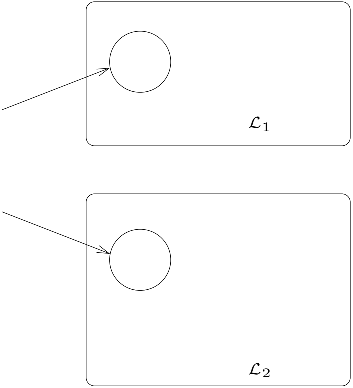
Qual é a linguagem aceita?



- $\mathcal{L}_1 = \{0^k \mid k$ é par$\}$;
- $\mathcal{L}_2 = \{0^k \mid k$ é múltiplo de 3$\}$;
- $\mathcal{L}_1 \cup \mathcal{L}_2$.

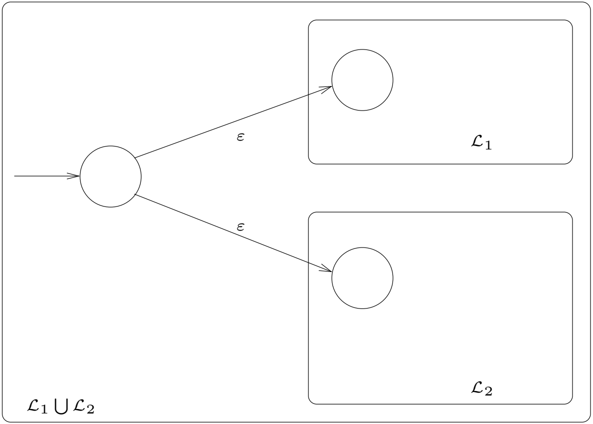
União

Em geral



União

Em geral



Interseção

Se $\mathcal{L}_1$ e $\mathcal{L}_2$ são regulares,
$\mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_2$ é regular?

Interseção

Se $\mathcal{L}_1$ e $\mathcal{L}_2$ são regulares,
$\mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_2$ é regular?

Sim, pois $\mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_2 = \overline{\overline{\mathcal{L}_1} \cup \overline{\mathcal{L}_2}}$

Recapitulando

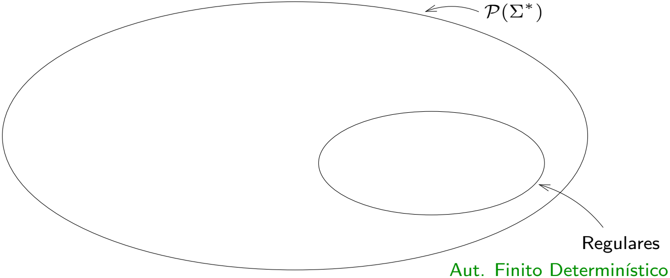
Linguagens Regulares

Linguagens aceitas por AFD ou AFN.

Classe de Linguagens Regulares

Fechada por Complementação, União e Interseção.

Situação Atual



Aut. Finito Determinístico
Aut. Finito Não-determinístico

Fechada por:
Complementação
União
Interseção