

Roteiro

Autômatos de Pilha

Sintaxe

Semântica

Exemplos

① Autômatos de Pilha

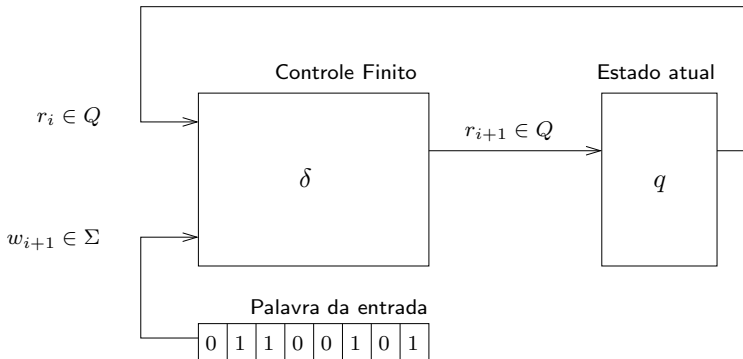
② Sintaxe

Representação gráfica

③ Semântica

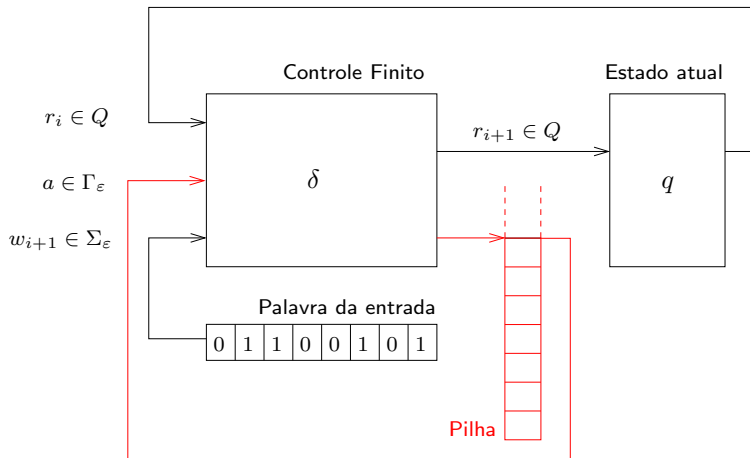
④ Exemplos

Esquema de um AFN/AFD



A memória é finita! Só o Controle Finito (estados)

Esquema de um AP



A memória é infinita! Mas é uma pilha!

Intuição sobre computação com pilha

Roteiro

Autômatos de
Pilha

Sintaxe

Semântica

Exemplos

$$\mathcal{L}_1 = \{0^n 1^n \mid n \geq 0\}$$

- Para cada 0 na entrada, **acrescente** um 0 na pilha;
- Quando o primeiro 1 for visto na entrada: para cada 1 na entrada, **retire** um 0 da pilha;
- A palavra pertence à linguagem se e somente se a pilha estiver vazia quando o autômato terminar de lê-la.

Sejam $\Sigma_\varepsilon = \Sigma \cup \{\varepsilon\}$ e $\Gamma_\varepsilon = \Gamma \cup \{\varepsilon\}$

Um **Autômato de Pilha** é um tupla

$G = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$, onde

Q

conjunto finito de estados

Σ

alfabeto finito de entrada

Γ

alfabeto finito da pilha

$q_0 \in Q$

estado inicial

$F \subseteq Q$

conjunto de estados finais

$\delta : Q \times \Sigma_\varepsilon \times \Gamma_\varepsilon \rightarrow \mathcal{P}(Q \times \Gamma_\varepsilon)$

função de transição

Exemplo

$A_1 = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$, onde:

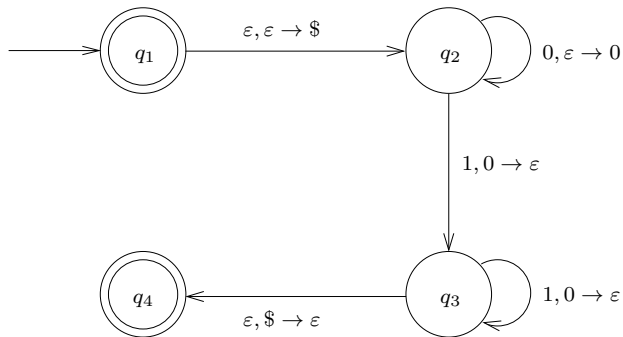
- $Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4\}$;
- $\Sigma = \{0, 1\}$;
- $\Gamma = \{0, \$\}$;
- $F = \{q_1, q_4\}$;
- $q_0 = q_1$;

δ é dado pela tabela, exemplo:

$$\underbrace{\delta(q_2, 0, \varepsilon)}_{Q \times \Sigma_\varepsilon \times \Gamma_\varepsilon} = \underbrace{\{(q_2, 0)\}}_{\underbrace{Q \times \Gamma_\varepsilon}_{\mathcal{P}(Q \times \Gamma_\varepsilon)}}$$

Entrada	0			1			ε		
Pilha	0	\$	ε	0	\$	ε	0	\$	ε
q_1									$\{(q_2, \$)\}$
q_2			$\{(q_2, 0)\}$	$\{(q_3, \varepsilon)\}$					
q_3				$\{(q_3, \varepsilon)\}$				$\{(q_4, \varepsilon)\}$	
q_4									

Representação gráfica



Vamos ver intuitivamente o funcionamento desse AP...

Intuição sobre o funcionamento de um AP

Roteiro

Autômatos de
Pilha

Sintaxe

Representação
gráfica

Semântica

Exemplos

Entrada	Estado	Pilha
$\epsilon 0011 \epsilon$ \uparrow	q_1	

Semântica

Dado um AP $A = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$ e uma palavra $w \in \Sigma$. A **aceita** w se:

- w pode ser escrita como $w = w_1 w_2 \dots w_m$, $w_i \in \Sigma_\varepsilon$;
- existe uma seqüência de estados r_0, r_1, \dots, r_m , $r_i \in Q$;
- existe uma seqüência de palavras s_0, s_1, \dots, s_m , $s_i \in \Gamma^*$;

tal que:

- $r_0 = q_0$ e $s_0 = \varepsilon$;
- $r_m \in F$ e $s_m = \varepsilon$;
- Para todo $i = 0, 1, \dots, m-1$ vale $(r_{i+1}, b) \in \delta(r_i, w_{i+1}, a)$ onde $s_i = at$ e $s_{i+1} = bt$ para $a, b \in \Gamma_\varepsilon$ e $t \in \Gamma^*$.

Exemplo de computação formal

A_1 aceita $w = 0011$ pois

- $w = \varepsilon 0011 \varepsilon = w_1 w_2 w_3 w_4 w_5 w_6$;
- existe seqüência de estados $q_1 q_2 q_2 q_2 q_3 q_3 q_4$;
- existe seqüência de palavras $\varepsilon, \$, 0\$, 00\$, 0\$, \$, \varepsilon$.

tal que as 3 condições são satisfeitas

Exemplo: para $i = 2$, $(q_2, \underbrace{0}_b) \in \delta(q_2, 0, \underbrace{\varepsilon}_a)$,

onde $s_2 = \varepsilon 0\$, s_3 = 00\$$ e $t = 0\$$

Agora, construir autômato é projetar algoritmo!

Roteiro

Autômatos de
Pilha

Sintaxe

Semântica

Exemplos

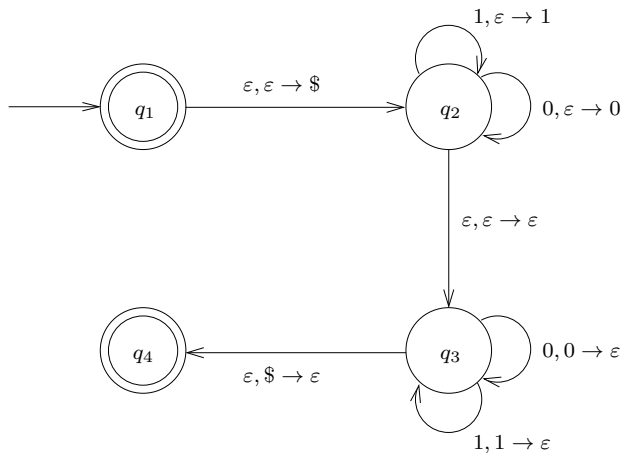
Como usar uma pilha para aceitar a linguagem

$$\mathcal{L}_2 = \{ww^R \mid w \in \Sigma^*\}, \quad \Sigma = \{0, 1\}$$

onde w^R é w “de trás para frente” ...

Exemplos

$$\mathcal{L}_2 = \{ww^R \mid w \in \Sigma^*\}, \quad \Sigma = \{0, 1\}$$



AP é generalização de AFD/AFN

Roteiro

Autômatos de
Pilha

Sintaxe

Semântica

Exemplos

$$\mathcal{L} = \{w \mid w \text{ possui três 1's consecutivos}\}$$

Não é necessário usar a pilha, pois \mathcal{L} é regular!

Construa um AP para aceitar a linguagem:

$$\mathcal{L} = \{w \mid w \text{ tem tamanho ímpar e o símbolo do meio é } 0\}$$