#### Victor Ströele

#### Roteiro

Definição: Autômatos Finitos Nãodeterminístico

#### Exemplo

AFD/AFN
Propriedade

Fechamento

Situação Atua

## Roteiro da Aula 3

- 1 Definição: Autômatos Finitos Não-determinísticos Sintaxe Semântica
- 2 Exemplos
- 3 Equivalência AFD/AFN
- 4 Propriedades de Fechamento União Interseção
- Situação Atual

Victor Ströele

Roteiro

Definição: Autômatos Finitos Nãodeterminísticos

Sintaxe

Exemplo

Equivalênci AFD/AFN

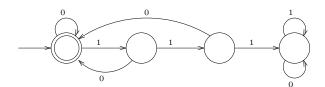
Propriedades de

Situação Atua

### Não-determinismo

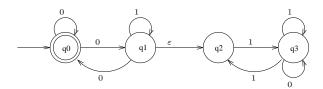
#### Determinístico

Exatamente uma trajetória sobre uma  $w \in \Sigma^*$ .



#### Não-determinístico

Uma ou várias trajetórias sobre uma  $w \in \Sigma^*$ .



Victor Ströele

Roteiro

Definição: Autômatos Finitos Nãodeterminísticos

Sintaxe Semântica

Exemplo

Equivalênci AFD/AFN

Propriedade de Fechamento

Situação Atua

### Não-determinismo

Observação

Autômatos não-determinísticos são uma generalização de autômatos determinísticos

Todo autômato determinístico é também, por definição, não-determinístico. O contrário não vale!

Victor Ströele

Roteiro

Definição: Autômatos Finitos Nãodeterminísticos

Sintaxe

Exemplo

Equivalênci AFD/AFN

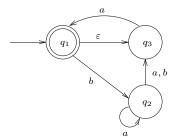
Propriedades de

Situação Atua

## Intuição sobre a semântica

• Autômato A aceita palavra w se existe uma trajetória de A sobre w que termina num estado final.

Exemplo: autômato  $N_1$ 



- Aceita (p.ex.):  $\varepsilon$ , a, baba, baa, aaa;
- Não aceita (p. ex.): b, bb, babba, baab.

Victor Ströele

Roteiro

Definição: Autômatos Finitos Nãodeterminístico

Sintaxe Semântica

Equivalênci

Propriedades de Eechamento

Situação Atual

## Sintaxe

Para qualquer alfabeto  $\Sigma$ ,  $\Sigma_{\varepsilon} = \Sigma \cup \{\varepsilon\}$ 

Victor Ströele

Roteiro

Autômatos
Finitos Nãodeterminístico

Sintaxe

\_\_\_\_\_

Equivalênc

AFD/AFN

Propriedades de Fechamento

Situação Atua

### Sintaxe

Para qualquer alfabeto  $\Sigma$ ,  $\Sigma_{\varepsilon} = \Sigma \cup \{\varepsilon\}$ 

Um Autômato Finito Não-determinístico (AFN) é uma tupla  $A=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)\text{, onde:}$ 

Q  $\Sigma$   $F \subseteq Q$   $q_0 \in Q$   $\delta: Q \times \Sigma_{\varepsilon} \to \mathcal{P}(Q)$ 

conjunto finito de estados alfabeto finito de símbolos conjunto de estados finais estado inicial funcão de transicão

#### Victor Ströele

#### Roteiro

Definição: Autômatos Finitos Nãodeterminísticos

#### Sintaxe Semântica

Equivalênci AFD/AFN

Propriedades de

Fechamento

## Exemplo

### AFN N2

$$N_2 = (Q = \{\ell_1, \ell_2, \ell_3, \ell_4\}, \Sigma = \{0, 1\},$$

estado	0	1	$\varepsilon$
$\ell_1$	$\{\ell_1\}$	$\{\ell_1,\ell_2\}$	Ø
$\ell_2$	$\{\ell_3\}$	$\{\ell_3\}$	$\emptyset$
$\ell_3$	$\{\ell_4\}$	$\{\ell_4\}$	$\emptyset$
$\ell_4$	Ø	Ø	Ø

$$q_0 = \ell_1,$$
  
 $F = \{\ell_4\}$  )

Victor Ströele

Roteiro

Definição: Autômatos Finitos Nãodeterminístico

Sintaxe Semântica

Evemples

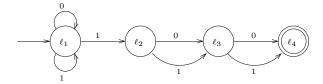
Equivalênci AFD/AFN

Propriedades de Fechamento

Situação Atual

# Exemplo

### AFN $N_2$



Victor Ströele

Roteiro

Definição: Autômatos Finitos Nãodeterminístico

Sintaxe Semântic

Evemplos

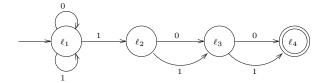
Equivalênci AFD/AFN

Propriedades de Fechamento

Situação Atual

## Exemplo

### AFN $N_2$



Qual linguagem é aceita por  $N_2$ 

Victor Ströele

Roteiro

Definição: Autômatos Finitos Não-

Sintaxe

- I

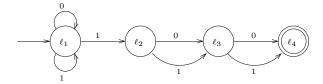
Equivalênc

Propriedade de

Situação Atual

## Exemplo

### AFN $N_2$



 $\mathcal{L}(N_2) = \{ w \mid \mathsf{antepen\'ultimo} \ \mathsf{s\'imbolo} \ \mathsf{de} \ w \ \mathsf{\'e} \ \mathsf{um} \ \mathsf{1} \ \}$ 

#### Victor Ströele

#### Semântica

### Semântica

Sejam  $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$  um AFN e  $w = w_1 w_2 w_3 \dots w_n$  uma palavra sobre  $\Sigma$ 

Dizemos que A aceita w se:

- podemos escrever w como  $w = y_1 y_2 \dots y_m, y_i \in \Sigma_{\varepsilon}$ ; e
- existe uma sequência de estados de Q,  $r = r_0, r_1, \dots, r_m$ , tal que:
- **1**  $r_0 = q_0$ ; e
- **2**  $r_{i+1} \in \delta(r_i, y_{i+1})$  para todo  $0 \le i \le m-1$ ; e
- $r_m \in F$ .

Victor Ströele

Roteiro

Definição: Autômatos Finitos Nãodeterminístico

Exemplos

Equivalência AFD/AFN

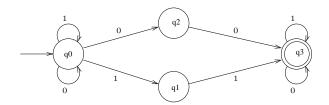
de

i cenamente

## Exemplo

Que linguagem aceita  $N_3$ ?

 $N_3$ :



Construir um AFD equivalente...

#### Victor Ströele

#### Roteiro

Definição: Autômatos Finitos Nãodeterminístico

#### Exemplos

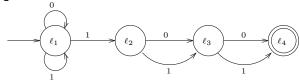
Equivalência

de

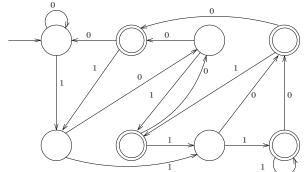
recnamento

## Não-determinismo às vezes facilita

#### Para $N_2$ :



### O menor AFD equivalente é:



#### Victor Ströele

Roteiro

Definição: Autômatos Finitos Nãodeterminístico

Exemplo

#### Equivalência AFD/AFN

de

Fechamento

Situação Atua

## Equivalência entre AFD e AFN

#### Teorema

Para todo AFN A, existe AFD B, tal que  $\mathcal{L}(A) = \mathcal{L}(B)$ .

### Linguagem Regular

Uma linguagem  $\mathcal{L} \subseteq \Sigma^*$  é Regular se existe um AFN A tal que  $\mathcal{L}(A) = \mathcal{L}$ .

Victor Ströele

Roteiro

Definição: Autômatos Finitos Nãodeterminístico

Exemplos

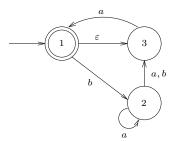
#### Equivalência AFD/AFN

Propriedade de

Fechamento

## Intuição sobre o Teorema

AFN  $N_1 = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ :



- Construir AFD  $B = (Q', \Sigma, \delta', q'_0, F')$  tal que  $Q' = \mathcal{P}(Q)$ ;
- B é chamado de construção do subconjunto.

#### Victor Ströele

Roteiro

Definição: Autômatos Finitos Nãodeterminístico

Exemplo

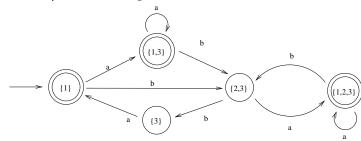
#### Equivalência AFD/AFN

Propriedades de

Fechament

## Intuição sobre o Teorema

### AFD B equivalente a $N_1$ :



$$B$$
 é tal que  $\mathcal{L}(B) = \mathcal{L}(N_1)$ 

Victor Ströele

Roteiro

Definição: Autômatos Finitos Nãodeterminísticos

Exemplo

AFD/AFN

Propriedad

Fechament

União

Situação Atua

# Propriedades de Fechamento: União

Defina um AFN B que represente a linguagem  $\mathcal{L}_1 = \{w | w \text{ possui três 0's ou três 1's consecutivos}\}$ 

Victor Ströele

Roteiro

Definição: Autômatos Finitos Nãodeterminísticos

Exemplos

Equivalence AFD/AFN

Propriedade

Propriedade de

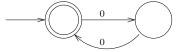
Fechament

União Interseçã

Situação Atual

## União

Qual é a linguagem aceita?



Victor Ströele

Roteiro

Definição: Autômatos Finitos Nãodeterminístico

Exemplos

AFD/AFN

Propriedade de

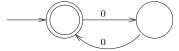
Fechament União

Uniao Interseção

Situação Atua

## União

Qual é a linguagem aceita?



•  $\mathcal{L}_1 = \{0^k \mid k \text{ é par}\};$ 

Victor Ströele

Roteiro

Definição: Autômatos Finitos Não-

Exemplos

Equivalência AFD/AFN

Propriedad de

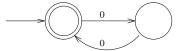
Fechament União

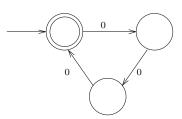
Uniao Interseção

Situação Atual

## União

Qual é a linguagem aceita?





•  $\mathcal{L}_1 = \{0^k \mid k \text{ é par}\};$ 

Victor Ströele

Roteiro

Definição: Autômatos Finitos Não-

Exemplos

Equivalência AFD/AFN

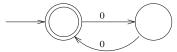
Propriedad de

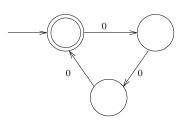
União

Interseção

## União

Qual é a linguagem aceita?





- $\mathcal{L}_1 = \{0^k \mid k \text{ é par}\};$
- $\mathcal{L}_2 = \{0^k \mid k \text{ \'e m\'ultiplo de 3}\};$

Victor Ströele

Roteiro

Definição: Autômatos Finitos Não-

Exemplos

Equivalênci AFD/AFN

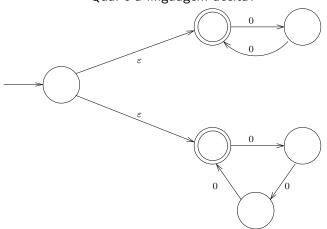
Propriedade de

União Interseção

Situação Atual

## União

Qual é a linguagem aceita?



- $\mathcal{L}_1 = \{0^k \mid k \text{ é par}\};$
- $\mathcal{L}_2 = \{0^k \mid k \text{ \'e m\'ultiplo de 3}\};$
- $\mathcal{L}_1 \cup \mathcal{L}_2$ .

Victor Ströele

Roteiro

Definição: Autômatos Finitos Nãodeterminísticos

Exemplos

Equivalênci AFD/AFN

Propriedades de

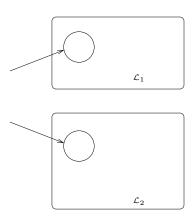
Fechament União

Interseção

Situação Atual

## União

### Em geral



Victor Ströele

Roteiro

Definição: Autômatos Finitos Nãodeterminísticos

Exemplos

Equivalência AFD/AFN

Propriedade

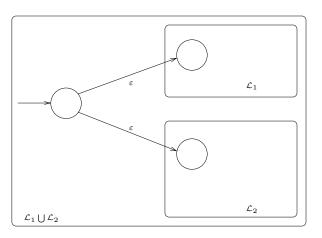
Fechament

União Interseção

Situação Atual

## União

### Em geral



Victor Ströele

Roteiro

Definição: Autômatos Finitos Nãodeterminísticos

Exemplos

Equivalênc AFD/AFN

Propriedad

de

recnament

Interseção

Situação Atua

## Interseção

Se  $\mathcal{L}_1$  e  $\mathcal{L}_2$  são regulares,  $\mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_2$  é regular?

Victor Ströele

Roteiro

Definição: Autômatos Finitos Nãodeterminísticos

Exemplos

Equivalênc AFD/AFN

Propriedad

de

Fechament

União

Interseção

Situação Atua

## Interseção

Se  $\mathcal{L}_1$  e  $\mathcal{L}_2$  são regulares,  $\mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_2$  é regular?

Sim, pois 
$$\mathcal{L}_1\cap\mathcal{L}_2=\overline{\overline{\mathcal{L}_1}\cup\overline{\mathcal{L}_2}}$$

Victor Ströele

Roteir

Definição: Autômatos Finitos Nãodeterminístico

Exemplos

AFD/AFN

de Fechamento

Interseção

Situação Atua

## Recapitulando

### Linguagens Regulares

Linguagens aceitas por AFD ou AFN.

### Classe de Linguagens Regulares

Fechada por Complementação, União e Interseção.

Victor Ströele

Roteiro

Definição: Autômatos Finitos Não-

Exemplos

Equivalênc

Propriedade

Fechament

Situação Atual

## Situação Atual

