

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais
Programa de Pós Graduação em Modelagem Matemática Computacional

Automato Celular de Wolfram

Classificações

Breno Martins da Costa Corrêa e Souza (breno.ec@gmail.com)
Na condição de aluno regular de mestrado

Allbens Atman Picardi Faria (atman@dppg.cefetmg.br)
Professor

Disciplina
Modelagem de Sistemas Complexos
Segundas e Quartas-feiras, 10:40 às 12:20

Av. Amazonas, 7675 - Nova Gameleira, Belo Horizonte - MG, 30510-000
Prédio 07

Belo Horizonte, 2016

1. Objetivo

Implementar o Automato de Wolfram e identificar as 4 classes de evolução possíveis para o sistema.

2. Introdução

Esta seção apresenta breve introdução ao Automato de Wolfram e suas quatro classes de evolução. A seção seguinte apresenta os materiais e método, seguido dos resultados, uma breve discussão.

2.1. Automato de Wolfram

O Automato de Wolfram [1] é um automato unidimensional com n sítios e 2 estados possíveis 0, 1. O estado futuro de um sítio depende de seus 2 vizinhos imediatos:

$$x_{t+1} = r_i(x_t - 1, x_t, x_t + 1). \quad (2.1)$$

A tripla de sítios tem $2^3 = 8$ estados possíveis, já que cada sítio pode assumir 2 valores. Como cada tripla pode levar a 2 estados possíveis, temos um total de $2^8 = 256$ regras.

É prático e comum se referir a uma regra através da conversão da sequência de bits para base decimal. Assim como é prático e comum determinar a regra a partir de sua referência. A regra 00011110 é denominada regra 30, por exemplo, pois $00011110_2 = 30_{10}$.

$$r_{30} = 00011110. \quad (2.2)$$

Para entender o que a equação 2.2 significa, lê-se as relações abaixo da seguinte maneira: a tripla referente ao sítio x à esquerda faz com que o próximo estado de x seja o valor à direita:

$$\begin{array}{l} 111 \rightarrow 0 \\ 110 \rightarrow 0 \\ 101 \rightarrow 0 \\ 100 \rightarrow 1 \\ 011 \rightarrow 1 \\ 010 \rightarrow 1 \\ 001 \rightarrow 1 \\ 000 \rightarrow 0 \end{array} \quad (2.3)$$

O número binário formado pelos valores das parcelas da direita, de cima para baixo, na equação 2.3, convertido para base decimal é 30.

2.2. Classes de Evolução

São quatro as classes de evolução possíveis para o Automato de Wolfram [2]:

- Evolução Homogênea: sítios permanecem em determinados estados de modo estacionário, de modo que o sistema evolui para o mesmo estado a cada iteração;
- Evolução de Estruturas Periódicas: sítios alternam estados periodicamente, de modo que a evolução do sistema é periódica;
- Evolução Caótica: o sistema evolui de forma desordenada e não apresenta padrões;
- Evolução Complexa: o sistema apresenta estruturas complexas que evoluem sem previsibilidade.

3. Materiais e Métodos

O Automato de Wolfram foi simulado na linguagem de programação `Python`. Com o intuito de facilitar as simulações, utilizamos o pacote `PyCX`, estabelecemos a regra e o tamanho do sistema como parâmetros de simulação.

Os estados iniciais dos sítios foram determinados por rotina pseudoaleatória implementada pelo pacote `NumPy`.

A implementação é amplamente baseada no estilo e técnica de Hiroki Sayama [3].

4. Resultados

Esta seção apresenta os resultados com dois representantes de cada classe por figura.

Figura 4.1: Classe homogênea: regras 136 e 36, respectivamente

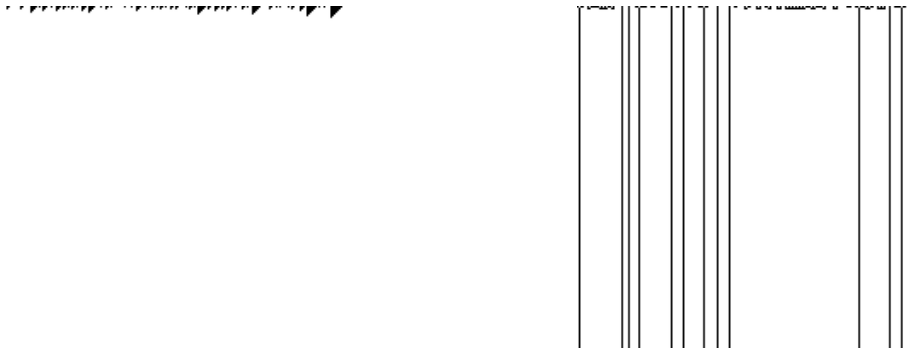


Figura 4.2: Classe periódica: regras 73 e 23, respectivamente

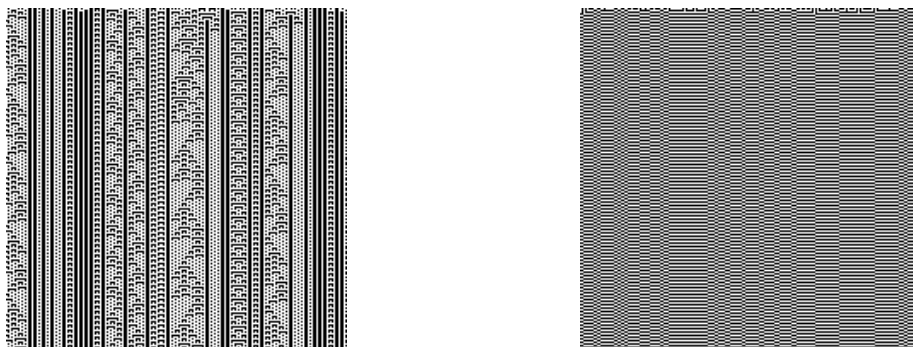


Figura 4.3: Classe caótica: regras 90 e 22, respectivamente

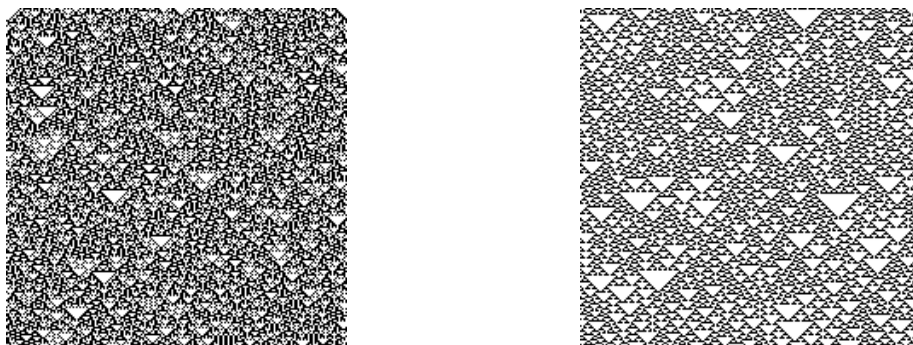
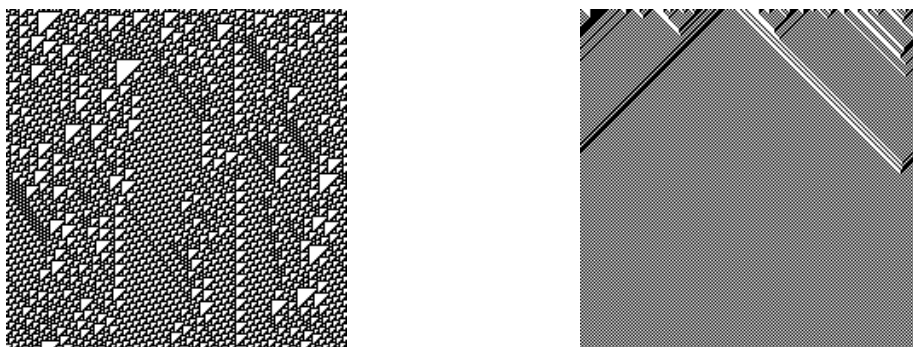


Figura 4.4: Classe de estruturas complexas: regras 110 e 184, respectivamente



5. Conclusão

A implementação do Automato de Wolfram permitiu observar e replicar as quatro classes de evolução do sistema, relatadas por outros autores [2], [1].

6. Referências

- [1] **A New Kind of Science**. Wolfram Media Inc., Champaign, Illinois, US, United States, 2002.
- [2] Allbens Atman Picardi Faria. **Aspectos Fractais em Sistemas Complexos**, 10 2002.
- [3] Hiroki Sayama. **Introduction to the Modeling and Analysis of Complex Systems**. Binghamton University, Suny, 1st edition, 2015.