

$$1) \sum_{i=0}^{n-2} 4i + 5$$

$$2) \sum_{i=0}^{n-2} \sum_{j=3}^n 13i^2 + 5i$$

$$3) \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{n-1} 16$$

$$4) \sum_{i=0}^{n-2} \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{k=0}^{j-1} 3i$$

$$5) \sum_{i=0}^{n-4} i = \left(\sum_{i=0}^n i \right) - (n-3) - (n-2) - (n-1) - n =$$

$$= \frac{n(n+1)}{2} - 4n + 6 = \frac{n^2 + n - 8n + 12}{2} =$$

$$= \frac{n^2 - 7n + 12}{2}$$

$$6) \sum_{i=0}^{n-2} i^2 = \left(\sum_{i=0}^n i^2 \right) - (n-1)^2 - n^2 =$$

$$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - (n^2 - 2n + 1) - n^2 =$$

$$= \frac{2n^3 + 3n^2 + n}{6} - 6n^2 + 12n - 6 - 6n^2 =$$

$$= \frac{2n^3 - 9n^2 + 13n - 6}{6}$$

$$7) \sum_{i=2}^{n-3} i = \left(\sum_{i=0}^n i \right) - 1 - (n-2) - (n-1) - n =$$

$$\frac{n^2 + n}{2} - 1 - 3n + 3 = \frac{n^2 + n + 4 - 6n}{2} =$$

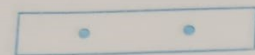
$$\frac{n^2 - 5n + 4}{2}$$

$$\begin{aligned}
 8) \sum_{i=1}^{n-4} i &= \left(\sum_{i=1}^n i \right) - (n-3) - (n-2) - (n-1) - n = \\
 &= \frac{n^2+n}{2} - 4n + 6 = \frac{n^2+n-8n+12}{2} = \\
 &= \frac{n^2-7n+12}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 9) \sum_{i=1}^{n-4} i^2 &= \left(\sum_{i=1}^n i^2 \right) - (n-3)^2 - (n-2)^2 - (n-1)^2 - n^2 \\
 &= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - (n^2-6n+9) - (n^2-4n+4) - (n^2-2n+1) - n^2 \\
 &= \frac{2n^3+3n^2+n}{6} - 6(n^2-6n+9) - 6(n^2-4n+4) - 6(n^2-2n+1) - 6n^2 \\
 &= \frac{2n^3+3n^2+n}{6} - 6n^2+36n-54 - 6n^2+24n-24 - 6n^2+12n-6 - 6n^2 \\
 &= \frac{2n^3-25n^2+73n-84}{6}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 10) \sum_{i=0}^{n-3} (5i^2 + 3i) &= 5 \left[\sum_{i=0}^n i^2 - (n-2)^2 - (n-1)^2 - n^2 \right] + \\
 &\quad 3 \left[\sum_{i=0}^n i - (n-2) - (n-1) - n \right] \\
 &= 5 \left[\frac{2n^3 + 3n + n}{6} - (n^2 - 4n + 4) - (n^2 - 2n + 1) - n^2 \right] + \\
 &\quad 3 \left(\frac{n^2 + n}{2} - 3n + 3 \right) = \\
 &= 5 \left[\frac{2n^3 + 3n^2 + n - 6n^2 + 24n - 24 - 6n^2 + 12n - 6 - 6n^2}{6} \right] + \\
 &\quad 3 \left(\frac{n^2 + n - 6n + 6}{2} \right) \\
 &= 5 \left[\frac{2n^3 + \cancel{34}n + 15n^2 - 30}{6} \right] + 3 \left(\frac{n^2 - 5n + 6}{2} \right) \\
 &= \frac{10n^3 + 185n - 75n^2 - 150}{6} + \frac{3n^2 - 45n + 18}{2} \\
 &= \boxed{\frac{10n^3 - 66n^2 + 140n - 96}{6}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 11) \sum_{i=1}^{n-2} 10i + 4 &= 10 \left[\sum_{i=1}^n i - (n-1) - n \right] + \sum_{i=1}^{n-2} 4 = \\
 &= 10 \left[\frac{n^2 + n}{2} - 2n + 1 \right] + 4(n-2 - \cancel{1} + \cancel{1}) = \\
 &= 10 \left[\frac{n^2 + n - 4n + 2}{2} \right] + 4(n-2) \\
 &= 5n^2 + 5n - 20n + 10 + 4n - 8 \\
 &= \boxed{5n^2 - 11n + 2}
 \end{aligned}$$



D S T Q Q S S

$$12) \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-1} \left(\frac{i}{4} + 6 \cdot i \right) = \frac{1}{4} \left(\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-1} i \right) + 6 \left(\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-1} i \right)$$

$$\frac{1}{4} \left(\sum_{i=0}^n i (n - 1 - 0 + 1) \right) + 6 \left(\sum_{i=0}^n i (n - 1 - 0 + 1) \right)$$

$$\frac{1}{4} \left(\sum_{i=0}^n i \times n \right) + 6 \left(\sum_{i=0}^n i \times n \right) =$$

$$\frac{n}{4} \sum_{i=0}^n i + 6n \sum_{i=0}^n i =$$

$$\frac{n}{4} \left(\frac{n^2 + n}{2} \right) + 6n \left(\frac{n^2 + n}{2} \right)$$

$$= \left(\frac{n}{4} + 6n \right) \left(\frac{n^2 + n}{2} \right) = \left(\frac{n + 24n}{4} \right) \left(\frac{n^2 + n}{2} \right)$$

$$= \frac{n^3 + n^2 + 24n^3 + 24n^2}{8} = \frac{25n^3 + 25n^2}{8}$$

13) $0 + 7 + \dots + (2(n-1)^2 + 5(n-1))$

$\sum_{i=0}^{n-1} 2i^2 + 5i = \frac{2(n-1)(n)(2n-1)}{2} + \frac{5(n-1)(n)}{2}$

$= \frac{2(2n^3 - 3n^2 + n)}{2} + \frac{15n^2 - 15n}{2}$

$= \frac{4n^3 - 6n^2 + 2n + 15n^2 - 15n}{2}$

$= \frac{4n^3 + 9n^2 - 13n}{2}$

Para base $i=0$: $\frac{4 \cdot 0^3 + 9 \cdot 0^2 - 13 \cdot 0}{2} = 0$

Indução: $\frac{4(n-1)^3 + 9(n-1)^2 - 13(n-1) + (2n^2 + n - 3)}{2}$

$= \frac{4(n^3 - 3n^2 + 3n - 1) + 9(n^2 - 2n + 1) - 13n + 13 + 2n^2 + n - 3}{2}$

$= \frac{4n^3 - 12n^2 + 12n - 4 + 9n^2 - 18n + 9 - 13n + 13 + 2n^2 + n - 3}{2}$

$= \frac{4n^3 + 9n^2 - 13n}{2}$

c.q.d

Parte 2 – Exercícios de métodos de ordenação (countingsort não era preciso, e heapsort deixo para corrigir na lista de vocês). Na prova é para mostrarem a execução semelhante aos exemplos abaixo:

===== BUBBLE SORT =====

troca em $i = 0$ e $j = 4$

vetor final de $i = 0$: 1 9 5 4 3

troca em $i = 1$ e $j = 2$

troca em $i = 1$ e $j = 3$

troca em $i = 1$ e $j = 4$

vetor final de $i = 1$: 1 3 9 5 4

troca em $i = 2$ e $j = 3$

troca em $i = 2$ e $j = 4$

vetor final de $i = 2$: 1 3 4 9 5

troca em $i = 3$ e $j = 4$

vetor final de $i = 3$: 1 3 4 5 9

vetor ordenado
1 3 4 5 9

===== SELECTION SORT =====

i = 0, maior = 0
i = 0, j = 4, maior = 4
troca conteúdo de i = 0 por conteúdo de maior = 4
vetor final de i = 0: 1 9 5 4 3
i = 1, maior = 1
i = 1, j = 2, maior = 2
i = 1, j = 3, maior = 3
i = 1, j = 4, maior = 4
troca conteúdo de i = 1 por conteúdo de maior = 4
vetor final de i = 1: 1 3 5 4 9
i = 2, maior = 2
i = 2, j = 3, maior = 3
Não mudou o menor de j = 3 até j = 5
troca conteúdo de i = 2 por conteúdo de maior = 3
vetor final de i = 2: 1 3 4 5 9
i = 3, maior = 3
Não mudou o menor de j = 3 até j = 5
vetor final de i = 3: 1 3 4 5 9

vetor ordenado
1 3 4 5 9

===== INSERTION SORT =====

i = 0, aux = 3
vet[0] = 3
vetor final de i = 0: 3 9 5 4 1
i = 1, aux = 9
vet[1] = 9
vetor final de i = 1: 3 9 5 4 1
i = 2, aux = 5
troca j = 1
vet[1] = 5
vetor final de i = 2: 3 5 9 4 1
i = 3, aux = 4
troca j = 2
troca j = 1
vet[1] = 4
vetor final de i = 3: 3 4 5 9 1
i = 4, aux = 1
troca j = 3
troca j = 2
troca j = 1
troca j = 0
vet[0] = 1
vetor final de i = 4: 1 3 4 5 9

vetor ordenado
1 3 4 5 9