Chapitre 2 : Généralités sur les fonctions

1 Notion de fonction

1.1 Définition

Définition 2.1

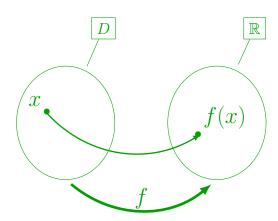
Soit D un ensemble de \mathbb{R} .

Fabriquer une fonction f de D dans \mathbb{R} , c'est associer à chaque nombre x de D un unique nombre noté f(x).

On dit que D est l'ensemble de définition de f, ou encore que f est définie sur D.

f(x) est appelé l'image de x par la fonction f.

x est <u>un</u> antécédent de f(x) par la fonction f.



Remarque

- On écrira indifféremment " la fonction f définie par f(x) = 3x 1 " et "la fonction $f: x \to 3x 1$ ".
- Un même nombre peut avoir plusieurs antécédents par la fonction f.

Savoir-Faire 2.1

SAVOIR DÉTERMINER DES IMAGES ET DES ANTÉCÉDENTS

- 1. On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par f(x) = 4x 3.
 - (a) Déterminer <u>l</u>'image de 5 par la fonction f.
 - (b) Déterminer le (ou les) antécédent(s) éventuel(s) de 5 par la fonction f
- 2. On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 + 2$.
 - (a) Déterminer l'image de 5 par la fonction f.
 - (b) Déterminer le (ou les) antécédent(s) éventuels de 6 par la fonction f
 - (c) Déterminer le (ou les) antécédent(s) éventuels de 1 par la fonction f

Savoir-Faire 2.2

SAVOIR UTILISER LA CALCULATRICE POUR CALCULER L'IMAGE D'UN NOMBRE On souhaite construire les tableaux de valeurs suivants :

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x) = -x^2 + 1$											

x	-2.5	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5
$g(x) = x^2 + 2x + 1$											

- Appuyer sur la touche (Mode), puis selectionner FONCTION sur la ligne correspondante.
- Appuyer sur la touche f(x), saisir l'expression de la fonction étudiée en Y_1 par exemple
 - \rightarrow La variable x est obtenue en appuyant sur la touche (x, t, θ, n)
 - → Pour supprimer une fonction séléctionnée, appuyer sur la touche annul
- Choisir l'instruction déf table en appuyant sur les touches 2nde et fenêtre.
 - → Régler les paramètres de la table : valeur initiale et le pas. Valider par Entrer.
- L'instruction table est obtenue en appuyant sur les touches (2nde) et (graphe). La table s'affiche.
 - → On se déplace dans les colonnes en utilisant les touches directionnelles.

2020-2021 ${\bf Math\acute{e}matiques,\ seconde\ 7}$

Savoir-Faire 2.3

SAVOIR DÉFINIR UN ENSEMBLE DE DÉFINITION SIMPLE Quel est l'ensemble de définition des fonctions f,g et h suivantes :

- 1. $f: x \to \frac{11}{2x-3}$ 2. $g: x \to 3x + \sqrt{x}$
- 3. $h: x \to x^2 + 3$

Représentation graphique d'une fonction 2

Définition 2.2

Soit f une fonction définie sur un ensemble D.

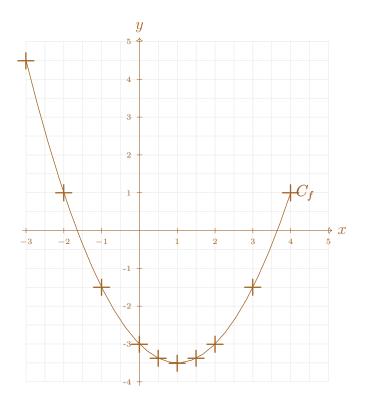
La représentation graphique C de la fonction f dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) est l'ensemble des points M(x; y) du plan tels que $x \in D$ et y = f(x).

On dit aussi que C a pour équation y = f(x)

Savoir-Faire 2.4

SAVOIR TRACER LA COURBE REPRÉSENTATIVE D'UNE FONCTION On considère la fonction f définie sur [-3;4] par $f(x)=0.5x^2-x-3$. Tracer la courbe représentative de f, notée C_f . Méthode :

- 1. On tabule la fonction f sur [-3;4] avec un pas bien choisi.
- 2. On choisit un repère adapté
- 3. On place les points sur le graphique
- 4. Si des points sont trop "espacés", ou s'il y a une incertitude sur le tracé de la courbe, on ajoute des points
- 5. On relie les points "à la main" pour obtenir une "belle" courbe.



2.1 Courbe avec la calculatrice

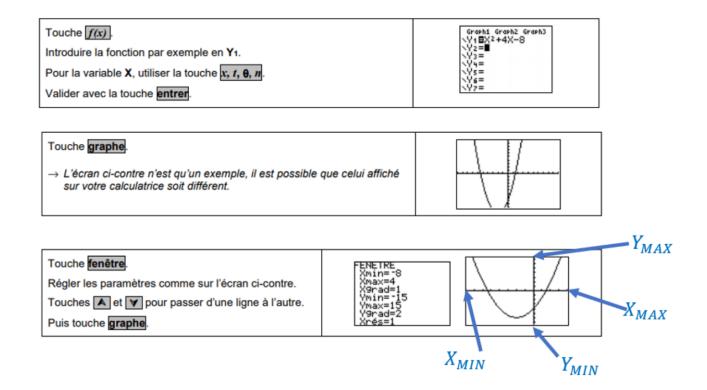


FIGURE 1 – Caption Tracer une courbe sur une TI

Savoir-Faire 2.5

SAVOIR UTILISER LA CALCULATRICE POUR TRACER LA COURBE REPRÉSENTATIVE D'UNE FONCTION Tracer sur votre calculatrice les courbes suivantes. Faire valider par le professeur avant de passer à la suivante!

1.
$$f(x) = 3x^2 - 5x + 1$$

2.
$$f(x) = 4x^2 + x - 12$$

3.
$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

4.
$$f(x) = x^2 + 56$$

5.
$$f(x) = x^3 - 5x$$

6.
$$f(x) = x^4 - 10x^2$$

7.
$$f(x) = x^4 - 0.1x^2$$

8.
$$f(x) = -2x^2 - 21$$

9.
$$f(x) = \sqrt{x}$$

10. ☞ Surprise!

(a)
$$f(x) = \sqrt{2|x| - x^2}$$

(b)
$$g(x) = -\sqrt{4 - 2|x|}$$

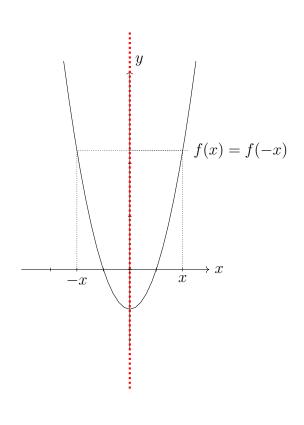
3 Fonctions paires, fonctions impaires

Définition 2.3

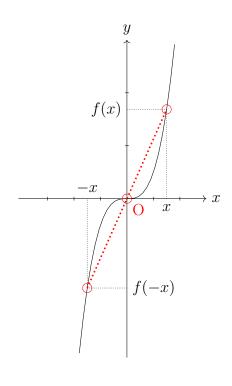
On considère une fonction f définie sur un ensemble D.

- On dit que f est paire si D est centré en 0 et si pour tout réel x de D, on a f(-x)=f(x)
- On dit que f est impaire si D est centré en 0 et si pour tout réel x de D, on a f(-x) = -f(x)

Fonction paire



Fonction impaire



Propriété 2.1 (admise)

Savoir-Faire 2.6

La courbe C_f d'une fonction paire est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

La courbe C_f d'une fonction impaire est symétrique par rapport à l'origine O du repère. SAVOIR DÉTERMINER LA PARITÉ D'UNE FONCTION

Dans chaque cas, déterminer si la fonction est paire, impaire, ou ni l'un ni l'autre. Donner éventuellement la conséquence graphique.

1.
$$f(x) = x^2$$
 avec $D_f = \mathbb{R}$

2.
$$f(x) = \frac{1}{x}$$
 avec $D_f = \mathbb{R}^*$

3.
$$f(x) = x^3 + x$$
 avec $D_f = \mathbb{R}$

4.
$$f(x) = 3x + 52$$
 avec $D_f = \mathbb{R}$

5.
$$f(x) = x^4 - 5$$
 avec $D_f = \mathbb{R}$

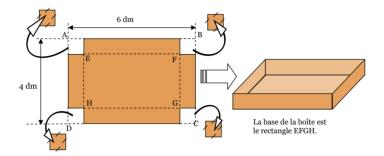
6.
$$f(x) = \frac{1}{x^2}$$
 avec $D_f = \mathbb{R}^*$

Savoir-Faire 2.7

SAVOIR MODÉLISER UN PROBLÈME EN UTILISANT UNE FONCTION

Jean possède une entreprise où l'on fabrique des boîtes en carton. Dans une plaque rectangulaire ABCD de longueur 6 dm et de largeur 4 dm, on découpe quatre carrés identiques pour fabriquer une boîte sans couvercle de forme parallélépipédique.

On désire à terme déterminer la longueur des côtés des carrés à découper pour obtenir une boîte dont le volume est 6 dm3...



Quel est le volume de la boîte si on découpe des carrés de 0.1 dm?

Quel est le volume de la boîte si on découpe des carrés de 0.2 dm?

Pour éviter de réitérer cette question, on va chercher le volume de la boîte en fonction du côté des carrés découpés... On note x la longueur de ce côté.

- 1. x peut-il être égal à n'importe quel nombre?
 - → Notion d'ensemble de définition, notation
- 2. Déterminer le volume de la boîte en fonction de x.
 - → notion de fonction, dépendance d'une grandeur par rapport à une autre, faire le dessin, notations
- 3. cette formule permet-elle de retrouver les résultats précédents?
 - → Notion d'images, notation, notion d'antécédents, utilisation de la calculatrice
- 4. On souhaite "visualiser" cette formule, avoir une idée de cette dernière dans sa globalité...Comment s'y prendre?
 - → Notion de courbe représentative de fonction et de tableau de valeurs
- 5. Par lecture graphique, déterminer approximativement les valeurs de x pour lesquelles le volume est égal à 6 dm3.
 - → Notion lecture graphique, résolution graphique d'équation et d'antécédent