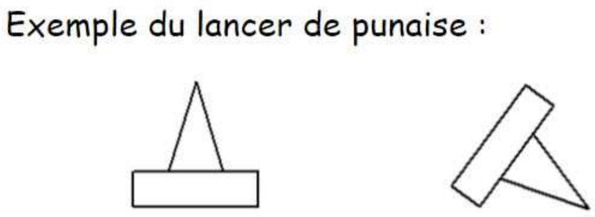
4.1 Quelques rappels

SPÉ MATHS 1ÈRE - JB DUTHOIT

4.1.1 Qu'est ce qu'une probabilité ? Approche fréquentielle



	position 1	position 2
100000 lancers	31826	68174
Fréquence	0.31826	0.68174

probabilité position 1	0.32 env
probabilité position 2	0.68 env

La loi des grands nombres :
"Quand n est très grand, il y a de grandes chances que la fréquence soit proche de la probabilité..."

4.1.2 Généralités

Vocabulaire de base

- On lance un dé équilibré à six faces.
  On ne peut pas prévoir le résultat, on parle alors d'**expérience aléatoire**.
- Les différentes « possibilités » sont : 1, 2,3,4,5 ou 6.
  Ce sont les **issues** de l'expérience aléatoire
  L'ensemble de toutes les issues d'une expérience aléatoire s'appelle **l'univers**. On le note Ω.
- Un **événement** est une partie de l'univers.
- Un **événement élémentaire** est un événement contenant une seule issue.
- Soit B un événement. **L'événement contraire** de B est l'événement noté $\bar{B}$ et constitué de tous les issues de Ω qui ne sont pas dans B.

Loi de probabilité

Soit une expérience aléatoire comportant n issues : w_1,w_2,...,w_n.

Définition

On définit une loi de probabilité sur une expérience aléatoire lorsque pour toute issue w_i, avec $1 \leq i \leq n$, on a :

- $0 \leq p\{w_i\} \leq 1$
- $p\{w_1\} + p\{w_2\} + \ldots + p\{w_n\} = 1$

Exemple

- On considère un dé truqué.
  Compléter le tableau sachant que le probabilité d'obtenir le "6" est 0.5, et que les probabilités des autres faces sont égales.

issue w_i	1	2	3	4	5	6
$p\{w_i\}$						

Propriété

Lorsqu'une loi de probabilité est définie pour une expérience aléatoire, la probabilité d'un événement est la somme des probabilités des événements élémentaires qui le compose.
Si $A = \{w_1, w_. .., w_p\}$
Alors $p(A) = p\{w_1\} + p\{w_2\} + ... + p\{w_p\}$

Exemple

On considère le dé truqué précédent.
On considère l'événement A :"Le nombre est un entier pair"
Calculer ma probabilité de A.

Équiprobabilité

Définition

On parle de situation d'équiprobabilité lorsque toutes les issues ont la même probabilité

Propriété

On a alors $p\{w_1\} = p\{w_2\} = ... = p\{w_n\} = \frac{1}{n}$, où n est le nombre d'issues dans l'univers

Exemple

- On considère un dé non truqué.
  Compléter le tableau.

issue w_i	1	2	3	4	5	6
$p\{w_i\}$						

Propriété

Soit A un événement de l'expérience aléatoire. Lorsque l'on a une situation d'équiprobabilité, $P(A) = \dfrac{nb\ \ de\ \ cas\ \ favorables\ \ à\ \ A}{nb\ \ d'issues\ \ dans\ \ l'univers}$

Exemple

On considère un dé non truqué.
Soit A l'événement : "Le nombre est pair"
Soit B l'événement : "Le nombre strictement supérieur à 4"
Calculer $p(A)$ et $p(B)$

Retour sur l'événement contraire :

Propriété

Si $\bar{B}$ est l'événement contraire à B, alors :
$p(B) + p(\bar{B}) = 1$.

4.1.3 probabilité d'une réunion de deux événements

Propriété

$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

Approche

On considère une urne opaque dans laquelle il y a 16 boules indiscernables au toucher.
8 sont bleues et 8 sont rouges.
Akim tire une première boule au hasard et note sa couleur.
Il réalise ainsi un tirage de deux boules sans remise.

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Quelle est la probabilité que la première boule soit bleue ?
3. En considérant que la première boule est bleue, quelle est la probabilité que la seconde le soit également ?