

長庚大學期中、期末考試答案用紙

科目

學年度 第 學期 考

系 姓名

學號

3. (1)

$$P(X=10) = \binom{100}{10} (0.05)^{10} (0.95)^{90} \\ = 1.6715 \times 10^{-2}$$

(2)

reject.

因為有10個失敗品的機率為 1.6715×10^{-2} ，發生機率太小，所以平均100個樣品裡只有5%的失敗品不可信

$$4. b(x, n, p) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \xrightarrow[n=p=\mu]{n \rightarrow \infty, p \rightarrow 0} P(x, \mu) = \frac{\mu^x}{x!} e^{-\mu}$$

$$\Rightarrow \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-x+1)}{x!} \left(\frac{\mu}{n}\right)^x \left(1-\frac{\mu}{n}\right)^{n-x}$$

$$= \left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)\dots\left(1-\frac{x-1}{n}\right) \frac{1}{x!} \mu^x \left(1-\frac{\mu}{n}\right)^{n-x} \left(1-\frac{\mu}{n}\right)^{-x}$$

$$\text{當 } n \text{ 不變, } n \rightarrow \infty \Rightarrow \left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)\dots\left(1-\frac{x-1}{n}\right) \rightarrow 1$$

$$\left(1-\frac{\mu}{n}\right)^{-x} \rightarrow e \quad \text{so } b(x, n, p) \rightarrow \frac{\mu^x}{x!} e^{-\mu}$$

$$\left(1-\frac{\mu}{n}\right)^{-x} \rightarrow 1 \quad \text{because } \sum_{x=0}^{\infty} P(x; \mu) = e^{-\mu} \sum_{x=0}^{\infty} \frac{\mu^x}{x!} \\ = e^{-\mu} e^{\mu} = 1$$

(請翻面繼續作答)