DFT matrix:

DFT 矩陣是離散傅立葉變換的表示形式，通過矩陣乘法將其應用於信號。

將 X 做傅立葉變換表示為 X=W*x，x 是原始輸入信號，W 是 N*N 平方 DFT matrix，X 是信號的 DFT。

極端 example:

N 點 DFT 可以通過將 *N* 任意取大來實現，類線性算子視為所謂的積分變換，以這種情況為前提製作一個非常大的矩陣，在行中具有復雜的指數，並無限制地提高分辨率，就會接近第二類 Fredholm 積分方程的核，即傅立葉運算符定義連續的傅立葉變換，而這個連續傅立葉算子的矩形部分顯示為圖像後，會類似於 DFT 矩陣

下方是變換矩陣的通用是

$$W=\frac{1}{\sqrt{N}}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 1\\ 1 & \omega & \omega^2 & \omega^3 & \cdots & \omega^{N-1}\\ 1 & \omega^2 & \omega^4 & \omega^6 & \cdots & \omega^{2(N-1)}\\ 1 & \omega^3 & \omega^6 & \omega^9 & \cdots & \omega^{3(N-1)}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 1 & \omega^{N-1} & \omega^{2(N-1)} & \omega^{3(N-1)} & \cdots & \omega^{(N-1)(N-1)}\end{bmatrix}$$

DFT:

是傅立葉變換在時域和頻域上都呈離散的形式，將信號的時域採樣變換為其 DTFT 的頻域採樣

對於 N 點序列{x[n]} 0<=n<N，其傅立葉變換為 $\hat{x}[k]=\sum_{n=0}^{N-1}e^{-i\frac{2\pi}{N}nk}x[n] \qquad k=0,1,\ldots,N-1.$

，逆變換為 $x[n]=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}e^{i\frac{2\pi}{N}nk}\hat{x}[k] \qquad n=0,1,\ldots,N-1.$ ，有時會將 DFT 和 IDFT 前的係數 1 和 1/N，都要改成 $1/\sqrt{N}$。

由於數字系統只能處理有限長的離散信號，，因此必須將x和$\hat{x}$都離散化，並且建立對應的傅立葉變換

FFT:

稱為快速傅立葉變換，是快速計算序列的離散傅立葉變換或其逆變換的方法，FFT 會通過把 DFT 矩陣分解為稀疏(盡量多數字為 0)，因此能將計算 DFT 的複雜度從 O(n^2)，降低到 O(n $\log n$)(n 為資料大小)。

FFT 計算與直接用 DFT 定義計算會得到相同的結果，但 FFT 更快。

快速傅立葉變換乘法量的計算

假設$N=P_1\times P_2\times\cdots\times P_k$，其中$P_1,P_2,\cdots,P_k$彼此互質

$\mathbf{P_k}$點DFT的乘法量為$\mathbf{B_k}$，則$\mathbf{N}$點DFT的乘法量為：

$$\frac{N}{P_1}B_1+\frac{N}{P_2}B_2+\cdots\cdots+\frac{N}{P_k}B_k$$

假設$\mathbf{N}=\mathbf{P^c}$，P是一個質數。

若$\mathbf{N_1}=\mathbf{P^a}$點的DFT需要的乘法量為$\mathbf{B_1}$

且$n_1\times n_2$當中（$n_1=0,1,\cdots,N_1-1, \quad n_2=0,1,\cdots,N_2-1$）

有D_1個值不為$\frac{N}{12}$及$\frac{N}{8}$的倍數，

有D_2個值為$\frac{N}{12}$及$\frac{N}{8}$的倍數，但不為$\frac{N}{4}$的倍數，

則N點DFT的乘法量為：

$$\mathbf{N_2B_1+N_1B_2+3D_1+2D_2}$$