Métodos Numéricos para la Ciencia e Ingeniería
Tarea 02

Eva Díaz

October 2, 2015

Profesor:	Valentino González
Profesor Auxiliar:	Felipe Pesce

1 Introducción

Se considera una partícula que se mueve sólo verticalmente, rebotando contra el suelo que oscila de manera sinusoidal. Los choques contra el suelo no son elásticos y se rigen por la siguiente ecuación:

$$v_p'(t^*) = (1+\eta)v_s(t^*) - \eta v_p(t^*) \tag{1}$$

Donde t^* es el instante de choque, v_p y v_p' son las velocidades de la partcula antes y después del rebote, respectivamente, y v_s corresponde a la velocidad del suelo. η es el coeficiente de restitución, que varía entre 0 e 1.

El problema consiste en escribir un algoritmo que permita conocer la posición y la velocidad de la partícula luego del n-ésimo rebote.

2 Procedimiento

Los parámetros del problema son la amplitud y frecuencia de oscilación del piso (A y ω), el coeficiente de restitución (η), la aceleración de gravedad (g) y las condiciones iniciales de la partícula (y_0 y v_0). Para resolver este problema adoptaremos $A = 1$ y $g = 1$, además se impondrá que la partícula inicialmente está en contacto con el suelo y con una velocidad hacia arriba mayor a la de éste.

El algoritmo implementeado[1] consiste en definir funciones para la posición del suelo y de la partícula, así como para sus velocidades. Se define también la función que entrega la velocidad de la partícula luego del choque. A continuación se realiza una iteración en la cual, utilizando módulo *optimize* de *scipy*, se encuentra el instante en que la partícula toca el piso y a partir de este se

[1] solucion.py

encuentran los valores de la posición y la velocidad de la partícula después del rebote.

Posteriormente, para los valores $\eta = 0.15$ y $\omega = 1.66$, se pone a correr el algoritmo para encontrar el número estimado de rebotes requerido para que el sistema relaje, es decir, que la velocidad de la partícula se estabilice. Para hallar esto se grafica el número de rebotes vs. la velocidad que pa partícula adquiere tras cada uno de ellos. A continuación se muestran los gráficos obtenidos para distintos valores de v_0.

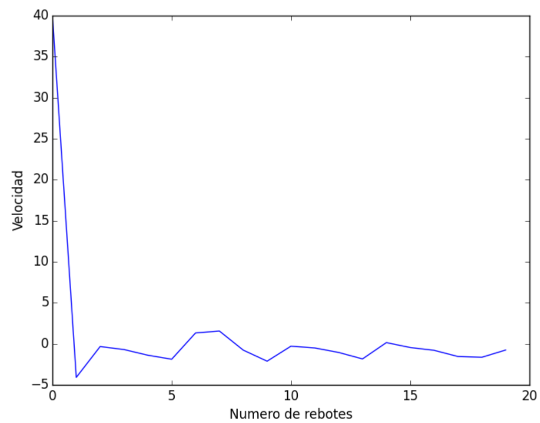

Figure 1: Velocidades en cada rebote para $v_0 = 40$.

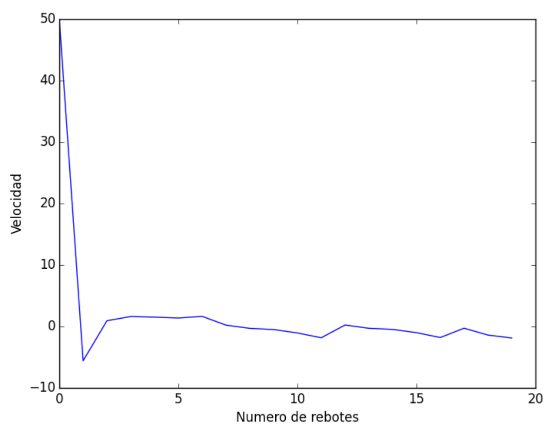

Figure 2: Velocidades en cada rebote para $v_0 = 50$.

Se puede observar que se requiere un número pequeño de rebotes para que la partícula comience a estabilizarse. Esto se debe principalmente a que el coeficiente de restitución escogido es pequeño, por lo que al rebotar la partícula pierde gran cantidad de su energía. Se estima, por tanto, el N_{relax} en 5 rebotes.

Se realiza el mismo experimento para valores de la frecuencia de oscilación del piso de $\omega = 1.67$ y $\omega = 1.69$ y se observa que el número de rebotes necesario para relajar el sistema es muy similar al requerido anteriormente.

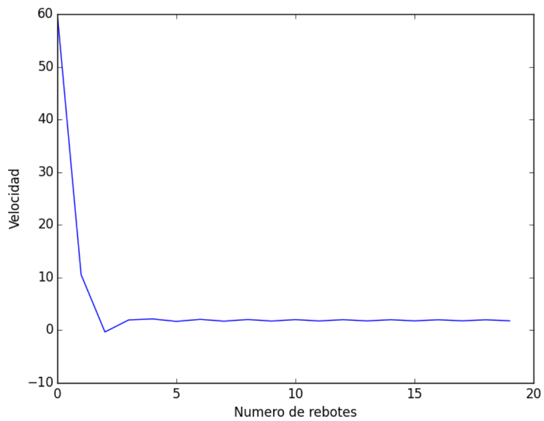

Figure 3: Velocidades en cada rebote para $\omega = 1.67$ y $v_0 = 60$.

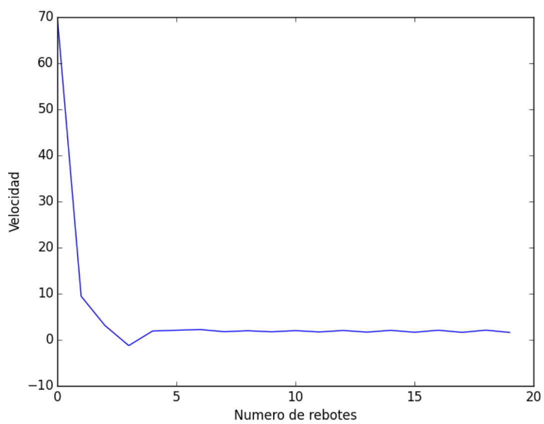

Figure 4: Velocidades en cada rebote para $\omega = 1.69$ y $v_0 = 70$.

Es importante notar que para cada frecuencia de oscilación se utiliza una velocidad inicial distinta. Esto es necesario porque al aumentar la velocidad a la que se mueve el pisoz a la partcula se le debe proporcionar una velocidad inicial mucho mayor para no que no se estabilice tan rápido.

Finalmente, para $\omega = 1.67$ y $\omega = 1.69$ se grafican los valores de v_n desde $n = 2N_{relax}$ hasta $n = 2N_{relax} + 49$, es decir, desde $n = 10$ hasta $n = 59$. El resultado obtenido se grafica a continuación.

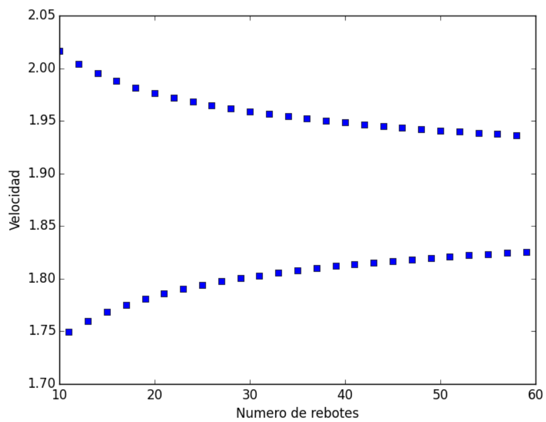

Figure 5: $\omega = 1.67$, $v = 60$.

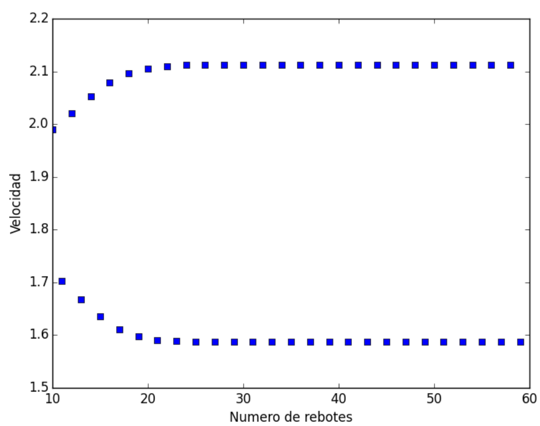

Figure 6: $\omega = 1.69$, $v = 70$.

Se puede observar que para $\omega = 1.67$ las velocidades oscilan y convergen lentamente hacia un valor entre 1.85 e 1.90, mientras que para $\omega = 1.69$ las velocidades se estabilizan después de aproximadamente 20 rebotes. En este último caso se presenta una solución periódica al problema.

3 Conclusiones

Las soluciones para las velocidades de la partícula dependen de los parámetros del problema, tales como la frecuencia de oscilación del piso, la velocidad inicial de la partícula, el coeficiente de restitución, etc. Variando estos parámetros se encontró dos tipos de soluciones: una periódica y otra tambiíen periódica pero que converge a un valor.

El método utilizado se basa principalmente en la función *bisect* del módulo *scipy*, la cual requiere como argumentos dos instantes entre los cuales se halla el cero de la función. La determinación de estos instantes es en gran parte una adivinanza, por lo que naturalmente la mayor dificultad a la hora de implementar el algoritmo fue encontrar instantes adecuados. Existen valores para el número de rebotes, v_0, ω y η para los cuales el algoritmo es incapaz de encontrar estos dos tiempos, lo cual se explica en algunos casos por la rápida convergencia de las soluciones y en otros por factores humanos (la incapacidad de mejorar el algoritmo).