Électrostatique

1 Champ électrostatique crée par un ensemble de charges ponctuelles

Champ électrostatique créé par une charge ponctuelle : $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{u}$ $\left(r = OM \text{ et } \vec{u} = \frac{\overrightarrow{OM}}{OM}\right)$

ODG pour ^1H : $E \sim 10^{11} V.m^{-1}$

2 Les postulats de l'électrostatique

2.1 Equation de Maxwell-Faraday

Équation de Maxwell-Faraday :

$$\overrightarrow{\text{rot}}\vec{E} = \vec{0}$$

La relation $\overrightarrow{\text{rot}}\vec{E} = \vec{0}$ en tout point M de l'espace permet d'affirmer qu'il extiste un champ scalaire noté $V(M)$ tel que :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}(V)$$

Le champ V est appelé potentiel électrostatique (en Volt, V)

On a alors : $dV = -\vec{E}.\vec{dl}$

Le potentiel électrostatique créé en M par une charge ponctuelle q_0 en O s'écrit : $V(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} + cte$ (avec r=OM)

idée de la démo : on exprime le gradient, étant donné que E ne dépend que de r, V aussi et ensuite on intègre

Principe de superposition : Les potentiels électrostatiques s'ajoutent : $V(M) = \sum_{i=1}^{N} V_i(M) = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r} + cte$

Théorème de stockes : Soit (S) une surface orientée (avec la règle de la main droite) s'appuyant sur un contour (Γ) orienté, alors :

$$\oint_{(\Gamma)} \vec{b}.\vec{dl} = \iint_{(S)} \vec{b}.\vec{dS}$$

$\vec{E}$ est à force conservative : $\oint_{(\Gamma)} \vec{E}.\vec{dl} = 0$

2.2 Equation de Maxwell-Gauss

Équation de Maxwell-Gauss : En tout point de l'espace on a :

$$\text{div}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

Théorème de Gauss : le flux du champ $\vec{E}$ à travers une surface (S) est égal à la charge intérieure (Q_{int}) à cette surface divisée par ε_0 :

$$\Phi_s = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

où $\Phi_s = \oiint \vec{E}.\vec{dS}$ et $Q_{int} = \iiint_{(V)} \rho d\tau$

Equation de Poisson $\Delta V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$ et de Laplace $\Delta V = 0$

Principe de Curie : Pour un phénomène donné, les effets ont au moins les symétries des causes

Soit Q la charge de l'armature chargée positivement d'un condensateur et U la tension à ses bornes, alors sa capacité C est définie par $Q = C \times U$

Analogie avec $\overrightarrow{G}$: $q = m$; $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$; $\overrightarrow{E} = \overrightarrow{G}$

Les inversions et symétries se traitent de la même manière, Les équations locales se déduisent par analogie : $rot(G) = 0$ et div($\overrightarrow{G}$) $= -4\pi\mu$ (μ = masse volumique) ; les équations intégrales : $\oint_{(\Gamma)} G.dl = 0$ et $\oiint_{(S)} G.dS = -4\pi G m_{int}$

3 Les dipoles

Dipôle électrostatique : ensemble de 2 charges ponctuelles de signes opposés $+q$ et $-q$ séparés par une "petite" distance

Moment dipolaire : $\overrightarrow{p} = q\overrightarrow{NP}$

L'approximation dipolaire consiste à déterminer la champ électrostatique $\overrightarrow{E}$ et le potentiel V en un point M loin du dipôle, c'est-à-dire tel que $\overrightarrow{OM} \gg \overrightarrow{NP} \Leftrightarrow \frac{a}{r} \ll 1$ avec a=NP et r=OM, O au milieu de NP

Potentiel créé par un dipôle (dans l'approximation dipolaire) : $V(r,\theta) = \frac{p.\cos(\theta)}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\overrightarrow{p}.\overrightarrow{u_r}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ (p=qa)

Champ $\overrightarrow{E}$ (dans approximation dipolaire) : $E_r = \frac{2p\cos(\theta)}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$ et $E_\theta = \frac{p\sin(\theta)}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$ soit $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{3(\overrightarrow{p}.\overrightarrow{u_r})\overrightarrow{u_r} - \overrightarrow{p}}{r^3}$