

Práctica 2

Tecnología, Maximización de Beneficios y Minimización de Costos

ECO304: Microeconomía II

Capítulos 18–20 de Varian (2016)

Profesor: Briam E. Guerrero B.

Fecha de entrega: 11 de diciembre (11:59 p.m.)

Puntos totales: 100 puntos

Instrucciones importantes

Trabajo en grupo

- Esta práctica se hace en **grupos de hasta 4** estudiantes.
- Todos los miembros deben contribuir y entender las respuestas.
- **El día de entrega habrá un quiz Kahoot individual** sobre estos problemas que ajustará tu calificación individual.

Uso de IA

- **PERMITIDO:** Pueden utilizar IA para ayudarse con cálculos y verificar ecuaciones
- **REQUERIDO:** Documentar cuando usen IA
- **NO PERMITIDO:** Copiar explicaciones del IA sin entenderlas o reformularlas

Formato de entrega

1. **Documento grupal** con todas las respuestas (puede ser digital o físico)
2. **Reflexión individual** de cada miembro (1 página, ver final de la práctica)
3. **Screenshots** de conversaciones con IA cuando sea relevante

Problema 1. CaféTech RD: Producción de Lattes con Robots y Baristas (25 puntos)

CaféTech RD es una innovadora cafetería dominicana que combina tecnología y tradición. Para producir sus famosos lattes artesanales, la empresa utiliza dos insumos: **horas de baristas capacitados (L)** y **horas-máquina de equipos automáticos de espresso (K)**.

Después de meses de experimentación, el gerente de operaciones ha identificado que la función de producción semanal (en lattes) es:

$$Q = f(L, K) = 20L^{0,4}K^{0,4}$$

donde L son horas de trabajo de baristas por semana y K son horas de uso de máquinas por semana.

Datos actuales del mercado:

- Salario de baristas: $w = \text{RD\$}300$ por hora
- Costo de uso de máquinas (depreciación, electricidad, mantenimiento): $r = \text{RD\$}500$ por hora
- Actualmente operan con $L = 100$ horas de baristas y $K = 81$ horas de máquinas

Parte A: Analizando la tecnología (10 puntos)

- 1.1 Calcula el producto marginal del trabajo (PM_L) y el producto marginal del capital (PM_K) en el punto de operación actual ($L = 100, K = 81$). (4 pts)
Fórmulas: $PM_L = \frac{\partial Q}{\partial L}$ y $PM_K = \frac{\partial Q}{\partial K}$
- 1.2 ¿Esta función de producción exhibe rendimientos constantes, crecientes o decrecientes a escala? Demuestra tu respuesta matemáticamente evaluando $f(tL, tK)$ para cualquier $t > 0$. (3 pts)
- 1.3 Calcula la Tasa Marginal de Sustitución Técnica (TMST) en el punto actual. Interpreta: ¿cuántas horas de máquina se necesitarían para compensar la pérdida de 1 hora de barista manteniendo la producción constante? (3 pts)

$$TMST_{L,K} = \frac{PM_L}{PM_K}$$

Parte B: Isocuantas y decisiones de producción (8 puntos)

- 1.4 Con los insumos actuales ($L = 100, K = 81$), ¿cuántos lattes produce CaféTech por semana? (2 pts)
- 1.5 En un gráfico con L en el eje horizontal y K en el eje vertical:
 - a) Dibuja aproximadamente la isocuanta que pasa por el punto actual (100, 81) (2 pts)
 - b) Marca la pendiente de la isocuanta en ese punto (usa tu TMST del inciso 3)
 - c) Si L aumenta a 125 horas manteniendo $K = 81$, ¿cuál sería la nueva producción? (2 pts)
- 1.6 [PREGUNTA CRÍTICA – No usar IA] El gerente afirma: “Como tenemos rendimientos decrecientes a escala, si duplicamos todos los insumos, los costos más que se duplicarán, así que no deberíamos crecer”.
Evalúa críticamente esta afirmación. ¿Es correcta la lógica? ¿Confunde el gerente algún concepto? Explica. (2 pts)

Parte C: Modificación tecnológica (7 puntos)

- 1.6 CaféTech está considerando invertir en un software de IA que mejoraría la eficiencia. La nueva función de producción sería:

$$Q' = 25L^{0.4}K^{0.4}$$

Con los mismos insumos actuales ($L = 100, K = 81$), ¿cuántos lattes adicionales podrían producir con esta mejora tecnológica? (2 pts)

- 1.7 Si la implementación del software cuesta RD\$5,000 semanales en licencias, y cada latte se vende a RD\$180, ¿es rentable adoptar la tecnología? (3 pts)

- 1.8 [PREGUNTA CONCEPTUAL] Esta mejora tecnológica, ¿representa un cambio en los rendimientos a escala o un cambio en la productividad total de los factores? Explica la diferencia. (2 pts)

Problema 2. Maximización de Beneficios: La Finca Cacao Verde (25 puntos)

María Fernández es propietaria de “Cacao Verde”, una finca orgánica en San Francisco de Macorís que produce cacao de alta calidad para exportación. Su producción depende exclusivamente de la cantidad de trabajadores que contrata durante la temporada de cosecha.

La función de producción semanal (en quintales de cacao) es:

$$Q = f(L) = 40L^{0,5}$$

donde L es el número de trabajadores empleados.

Datos del mercado:

- Precio del quintal de cacao: $p = \text{RD\$}15,000$ (precio competitivo)
- Salario semanal por trabajador: $w = \text{RD\$}3,000$
- Costos fijos semanales (tierra, equipos): $F = \text{RD\$}50,000$

Parte A: Condición de maximización (9 puntos)

- 2.1** Escribe la función de beneficios de María como $\pi(L) = \text{ingresos totales} - \text{costos totales}$. (2 pts)
- 2.2** Deriva la condición de primer orden para maximizar beneficios. ¿Cuál es la regla económica que esta condición representa? (3 pts)
Hint: Diferencia $\pi(L)$ respecto a L e iguala a cero.
- 2.3** Resuelve para la cantidad óptima de trabajadores L^* que María debería contratar. (4 pts)

Parte B: Beneficios y decisiones (8 puntos)

- 2.4** Con la cantidad óptima de trabajadores:
- ¿Cuántos quintales de cacao produce la finca? (1 pt)
 - ¿Cuáles son los ingresos totales? (1 pt)
 - ¿Cuáles son los costos totales (fijos + variables)? (1 pt)
 - ¿Cuál es el beneficio económico semanal? (1 pt)
- 2.5** Calcula el valor del producto marginal del trabajo ($VPM_L = p \cdot PM_L$) en el óptimo. Verifica que se cumple la condición $VPM_L = w$. (2 pts)
- 2.6** Si el precio del cacao cae a $p' = \text{RD\$}12,000$ por quintal:
- ¿Cuántos trabajadores debería contratar ahora? (1 pt)
 - ¿Debería cerrar la operación? Justifica comparando beneficios con costos fijos. (1 pt)

Parte C: Axioma Débil de Maximización de Beneficios (WAMP) (8 puntos)

- 2.6** Completa la siguiente tabla de decisiones observadas en la finca Cacao Verde:

Periodo	p	w	L	Q	Ingresos	Costos var.
Enero (A)	15,000	3,000	?	?	?	?
Febrero (B)	12,000	3,000	?	?	?	?

Llena los valores faltantes usando tus resultados anteriores. (2 pts)

- 2.7** El Axioma Débil de Maximización de Beneficios (WAMP) establece que si en el periodo A la empresa eligió el plan (L_A, Q_A) , y en el periodo B eligió (L_B, Q_B) , entonces debe cumplirse:

$$p_A Q_A - w_A L_A \geq p_A Q_B - w_A L_B$$

(Los beneficios en A evaluados con plan de A deben ser mayores que beneficios en A evaluados con plan de B)

Verifica si se cumple esta condición. (3 pts)

- 2.8 [PREGUNTA CRÍTICA]** Explica en tus propias palabras qué significaría económicoicamente que se violara WAMP. ¿Qué nos diría sobre el comportamiento de María como empresaria? (3 pts)

Problema 3. Minimización de Costos: Cervecería Artesanal El Malteado (25 puntos)

“El Malteado” es una cervecería artesanal dominicana que produce cerveza IPA premium. Para elaborar su cerveza utiliza dos insumos principales: **malta importada** (M , medida en kilogramos) y **horas de maestros cerveceros** (L , medidas en horas).

La función de producción (en litros de cerveza por semana) es:

$$Q = f(M, L) = 10M^{0,5}L^{0,5}$$

Precios de los insumos:

- Costo de malta: $p_M = RD\$800$ por kilogramo
- Salario de maestros cerveceros: $w = RD\$500$ por hora

La cervecería necesita producir exactamente $Q_0 = 1,000$ litros esta semana para cumplir contratos.

Parte A: Combinación óptima de insumos (12 puntos)

- 3.1** Escribe la condición de tangencia para minimizar costos: ¿cuándo la TMST debe igualarse a la razón de precios de insumos? (2 pts)

$$\frac{PM_M}{PM_L} = \frac{p_M}{w}$$

- 3.2** Calcula los productos marginales PM_M y PM_L . (2 pts)

- 3.3** Usando la condición de tangencia, encuentra la relación entre M y L en el óptimo (expresa M en función de L , o viceversa). (3 pts)

- 3.4** Usando la restricción de producción $Q_0 = 1,000 = 10M^{0,5}L^{0,5}$ y tu respuesta anterior, resuelve para los valores óptimos:

- $M^* = ?$ kilogramos de malta (2 pts)
- $L^* = ?$ horas de maestros cerveceros (1 pt)

- 3.5** ¿Cuál es el costo total mínimo de producir 1,000 litros? (2 pts)

$$CT(1000) = p_M \cdot M^* + w \cdot L^*$$

Parte B: Función de costos y demandas condicionales (7 puntos)

- 3.6** Para esta función de producción Cobb-Douglas con exponentes iguales, las demandas condicionales de factores son:

$$M^*(p_M, w, Q) = \frac{Q}{10} \sqrt{\frac{w}{p_M}}$$

$$L^*(p_M, w, Q) = \frac{Q}{10} \sqrt{\frac{p_M}{w}}$$

Verifica que estas fórmulas generan los mismos valores que obtuviste en el inciso 4. (2 pts)

3.7 Deriva la función de costo total sustituyendo las demandas condicionales:

$$C(p_M, w, Q) = p_M \cdot M^*(p_M, w, Q) + w \cdot L^*(p_M, w, Q)$$

Simplifica tu respuesta. (3 pts)

3.8 Si la producción requerida aumenta a $Q_1 = 1,500$ litros, ¿cuál sería el nuevo costo total? ¿Los costos aumentan proporcionalmente, más que proporcionalmente, o menos que proporcionalmente? ¿Por qué? (2 pts)

Parte C: Análisis de corto plazo (6 puntos)

3.9 En el corto plazo, la cervecería tiene un contrato que la obliga a usar exactamente $M_{fijo} = 80$ kg de malta (ya comprados). Solo puede ajustar las horas de trabajo L .

Para producir $Q_0 = 1,000$ litros con $M = 80$ fijos:

a) ¿Cuántas horas de trabajo necesita? (2 pts)

$$\text{Usa: } 1000 = 10(80)^{0,5}L^{0,5}$$

b) ¿Cuál es el costo total de corto plazo? (incluye el costo de la malta fija) (1 pt)

c) ¿Es mayor que el costo de largo plazo que calculaste en el inciso 5? ¿Por qué? (1 pt)

3.10 [PREGUNTA CONCEPTUAL] Explica por qué la curva de costo total de largo plazo siempre es menor o igual que la curva de costo total de corto plazo para cualquier nivel de producción. Usa este ejemplo concreto para ilustrar. (2 pts)

Problema 4. Economías de Escala: Planta de Ensamblaje de Baterías Solares (15 puntos)

“SolarTech Caribe” ensambla baterías de almacenamiento para sistemas solares residenciales en República Dominicana. La empresa utiliza dos líneas de producción con diferentes tecnologías:

Planta A (tecnología semi-automatizada):

$$C_A(Q_A) = 100,000 + 5,000Q_A + 50Q_A^2$$

Planta B (tecnología altamente automatizada):

$$C_B(Q_B) = 300,000 + 2,000Q_B + 20Q_B^2$$

donde Q_A y Q_B son cantidades de baterías producidas mensualmente en cada planta.

Parte A: Costos medios y marginales (6 puntos)

4.1 Para cada planta, deriva las funciones de:

- Costo medio: $CM(Q) = C(Q)/Q$ (2 pts)
- Costo marginal: $CMg(Q) = dC/dQ$ (2 pts)

4.2 ¿En qué nivel de producción el costo medio se minimiza para la Planta A? (2 pts)

Hint: En el mínimo del costo medio, $CM = CMg$.

Parte B: Decisión de escala (5 puntos)

4.3 Si la empresa necesita producir 50 baterías mensuales:

- ¿Cuál es el costo total en cada planta? (1 pt)
- ¿Qué planta debería usar? (1 pt)

4.4 Si la demanda aumenta a 100 baterías mensuales:

- ¿Cuál es el costo total en cada planta? (1 pt)
- ¿Cambia la decisión óptima? (1 pt)

4.5 [PREGUNTA CRÍTICA] Encuentra el punto exacto de producción donde ambas plantas tienen el mismo costo total. ¿Qué nos dice esto sobre las economías de escala de cada tecnología? (1 pt)

Parte C: Producción dividida (4 puntos)

4.6 Supón que SolarTech debe producir 120 baterías totales y decide usar AMBAS plantas. Para minimizar costos totales, debe resolver:

$$\min_{Q_A, Q_B} [C_A(Q_A) + C_B(Q_B)]$$

sujeto a: $Q_A + Q_B = 120$

La condición óptima es igualar los costos marginales: $CMg_A(Q_A) = CMg_B(Q_B)$

- Plantea el sistema de ecuaciones (igualdad de costos marginales + restricción) (0.5 pt)

- b) Resuelve, usando el método de Lagrange, para Q_A^* y Q_B^* (2.5 pts)
- c) ¿Cuál es el costo total mínimo de producir 120 unidades? Compara con usar solo una planta. (1 pt)

Problema 5. Aplicación Integrada: Análisis de Empresas Reales (10 puntos)

¡Importante!

ESTE PROBLEMA ES INDIVIDUAL DENTRO DEL GRUPO

Cada miembro del grupo debe elegir UNA de las siguientes opciones y analizarla individualmente.

Opción A: Análisis de función de producción de un negocio familiar

Identifica un negocio familiar o pequeña empresa (panadería, colmado, taller mecánico, salón de belleza, etc.) y documenta:

- Los 2-3 insumos principales que utilizan
- Aproximadamente cuánto producen con diferentes combinaciones de insumos
- Estima si tienen rendimientos crecientes, constantes o decrecientes a escala
- ¿Qué limitaciones enfrentan para expandirse?

Opción B: Economías de escala en plataformas dominicanas

Investiga una empresa dominicana de servicios digitales (app de delivery, plataforma de transporte, e-commerce):

- ¿Cuáles son sus principales costos fijos vs. variables?
- ¿Exhiben economías de escala? ¿Por qué?
- ¿Cómo cambian sus costos medios conforme crecen?
- Documenta con datos reales si es posible

Opción C: Maximización de beneficios en agricultura

Analiza las decisiones de un productor agrícola dominicano (puede ser familiar o de fuentes secundarias):

- ¿Qué cultivo eligieron y por qué? (considera precios y costos)
- ¿Cómo deciden cuánta mano de obra contratar?
- ¿Sus decisiones son consistentes con maximización de beneficios?
- ¿Qué factores no económicos influyen?

Opción D: Sustitución entre capital y trabajo

Estudia una empresa que haya cambiado su mezcla de insumos (ej: restaurante que adoptó kioscos digitales, fábrica que automatizó, etc.):

- ¿Qué cambio tecnológico implementaron?
- ¿Por qué sustituyeron trabajo por capital (o viceversa)?
- ¿Cuál fue la TMST implícita en su decisión?
- ¿Redujo costos? ¿En el corto o largo plazo?

Opción E: Propuesta propia

Identifica una situación real donde apliques conceptos de los Capítulos 18-20. Debe incluir:

- Descripción clara del problema de producción/costos
- Datos numéricos específicos (cantidades, precios, costos)
- Análisis usando al menos UN modelo de los capítulos 18-20
- Una pregunta interesante que puedas responder con el modelo

Requerimientos (cada estudiante individualmente):

- 5.1** Descripción clara de la empresa/situación analizada con datos concretos (*2.5 pts*)
- 5.2** Análisis usando al menos DOS conceptos de Varian Cap. 18-20 (rendimientos a escala, TMST, minimización de costos, función de costos, economías de escala, etc.) (*4 pts*)
- 5.3** Gráfica, tabla o cálculo relevante que apoye tu análisis (*2 pts*)
- 5.4** Reflexión crítica: ¿Qué factores reales (institucionales, culturales, de información) hacen que la realidad se desvíe del modelo teórico? (*1.5 pts*)

Extensión: 1-1.5 páginas por estudiante

Reflexión Individual

(Cada estudiante – 1 página máximo)

Entregar separado del problem set grupal

Esta reflexión no tiene puntos asignados pero es **obligatoria** y será revisada para identificar la participación individual.

Responde las siguientes preguntas **en tus propias palabras**:

1. Contribución al grupo (3-4 oraciones)

- ¿Qué problemas trabajaste principalmente?
- ¿Cómo contribuiste a las discusiones del grupo?
- ¿En qué aspecto ayudaste más a tus compañeros?

2. Concepto más difícil (1 párrafo)

- De los temas cubiertos (funciones de producción, maximización de beneficios, minimización de costos, rendimientos a escala), ¿cuál te costó más entender?
- ¿Cómo lo resolviste? (¿preguntaste al grupo, usaste IA, buscaste en Varian?)
- ¿Lo entiendes ahora? Explícalo brevemente con tus palabras.

3. Uso de IA (3-4 oraciones)

- ¿En qué problemas usaste IA?
- ¿Qué hizo bien el IA? ¿Qué hizo mal o no explicó claramente?
- ¿Verificaste las respuestas del IA? ¿Cómo?

4. Conexión con tu vida/carrera (1 párrafo)

- ¿Cómo se relacionan estos conceptos (producción, costos, decisiones de insumos) con situaciones que has observado en República Dominicana?
- Da UN ejemplo concreto de cómo estos modelos te ayudan a entender decisiones empresariales reales.
- ¿Qué limitaciones tienen estos modelos para capturar la realidad dominicana?

Resumen de entrega

Documento grupal:

- Problema 1 completo (25 pts) – Tecnología y función de producción
- Problema 2 completo (25 pts) – Maximización de beneficios
- Problema 3 completo (25 pts) – Minimización de costos
- Problema 4 completo (15 pts) – Economías de escala
- Problema 5 – cuatro análisis individuales (2.5 pts c/u = 10 pts total)
- Screenshots de IA cuando corresponda

Documentos individuales (cada estudiante):

- Reflexión personal (1 página)

Total: 100 puntos

¡Recuerda!

El día de entrega habrá un **Kahoot quiz individual** que ajustará tu calificación individual basado en tu comprensión personal de estos problemas.