Microeconomía II (ECO304)

Repaso de Microeconomía I: Teoría del Consumidor

Briam E. Guerrero B.

Instituto Tecnológico de Santo Domingo (INTEC)

2026 T1

Hoja de Ruta

Sección 1

Restricción Presupuestaria y Preferencias

Restricción Presupuestaria

Conjunto presupuestario:

$$B = \{(x_1, x_2) : p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq m\}$$

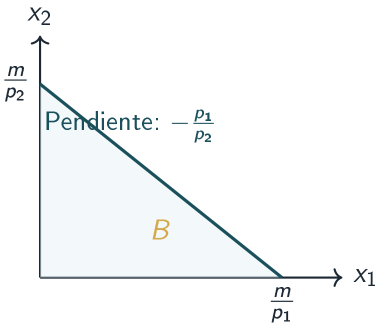
Recta presupuestaria:

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$$

Forma explícita:

$$x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1$$

- Pendiente: $-p_1/p_2$ (costo de oportunidad)
- Interceptos: m/p_1 y m/p_2



Cambios en la Restricción Presupuestaria

Cambio en el ingreso ($m \uparrow$):

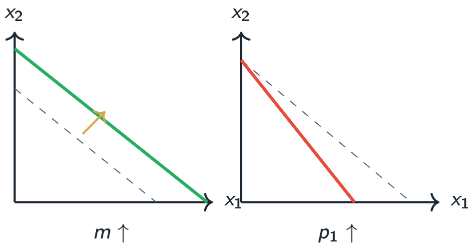
- Desplazamiento paralelo hacia afuera
- Pendiente no cambia

Cambio en p_1 ($p_1 \uparrow$):

- Rota hacia adentro desde el intercepto x_2
- Más empinada

Impuestos:

- Ad valorem: $p_1' = (1 + t)p_1$
- Cantidad: $p_1' = p_1 + t$
- Suma fija: $m' = m - T$



Preferencias: Axiomas Fundamentales

Sobre el conjunto de consumo X, tenemos una relación $\succeq$ que satisface:

Axiomas de Racionalidad

1. **Completitud**: $\forall x, y \in X$, se cumple $x \succeq y$ o $y \succeq x$ (o ambas)
2. **Transitividad**: Si $x \succeq y$ e $y \succeq z$, entonces $x \succeq z$
3. **Monotonicidad**: Más es mejor (o al menos no peor)
4. **Convexidad**: Las mezclas son mejores que los extremos

$$x \sim y \Rightarrow tx + (1-t)y \succeq x \text{ para } t \in (0,1)$$

Consecuencia

Bajo estos axiomas, existen curvas de indiferencia bien comportadas.

Curvas de Indiferencia y TMS

Curva de indiferencia:

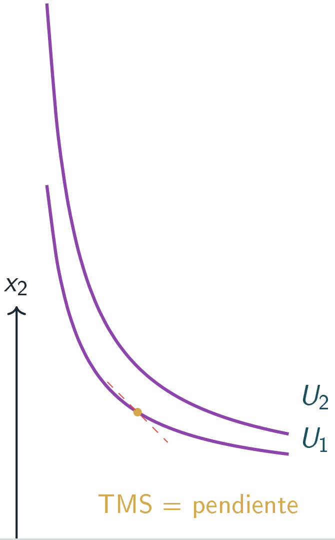
$$I = \{(x_1, x_2) : x \sim \bar{x}\}$$

Tasa Marginal de Sustitución:

$$\mathrm{TMS}_{12} = \left.\frac{dx_2}{dx_1}\right|_{U \text{ constante}}$$

Interpretación: cantidad de x_2 que el consumidor está dispuesto a sacrificar por una unidad adicional de x_1.

- TMS decreciente $\Rightarrow$ convexidad
- En el óptimo: $\mathrm{TMS} = p_1/p_2$



Ejemplos de Preferencias

Sustitutos Perfectos

$$U(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$$

CI: líneas rectas

TMS constante: a/b

Complementos Perfectos

$$U(x_1, x_2) = \text{mín}\{ax_1, bx_2\}$$

CI: forma de L

Consumo en proporción fija

Cobb-Douglas

$$U(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{1-\alpha}$$

CI: hipérbolas

TMS decreciente

Propiedades Especiales

- **Cuasilineales**: $U(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2$ — TMS sólo depende de x_1
- **Homotéticas**: $\mathrm{TMS}(tx_1, tx_2) = \mathrm{TMS}(x_1, x_2)$ — CI son expansiones radiales

Sección 2

Elección Óptima y Demanda

Problema de Maximización del Consumidor

Problema Primal

$$\max_{x_1, x_2} \; U(x_1, x_2) \quad \text{s.a.} \quad p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq m$$

Condiciones de primer orden (óptimo interior):

$$\frac{\partial U / \partial x_1}{\partial U / \partial x_2} = \frac{p_1}{p_2} \quad \text{y} \quad p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$$

O equivalentemente:

$$\boxed{\mathrm{TMS}_{12} = \frac{p_1}{p_2}}$$

Interpretación: La disposición marginal a pagar debe igualar el precio relativo de mercado.

Funciones de Demanda: Ejemplos

1. **Cobb-Douglas** $U(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{1-\alpha}$:

$$x_1^* = \frac{\alpha m}{p_1}, \quad x_2^* = \frac{(1-\alpha)m}{p_2}$$

   - El consumidor gasta una fracción constante α de su ingreso en el bien 1

2. **Sustitutos Perfectos** $U(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$:

$$x_1^* = \begin{cases} m/p_1 & \text{si } a/b > p_1/p_2 \\ \text{cualquier punto en la recta} & \text{si } a/b = p_1/p_2 \\ 0 & \text{si } a/b < p_1/p_2 \end{cases}$$

   - Solución de esquina: consume sólo el bien más “barato por utilidad”

Funciones de Demanda: Ejemplos (cont.)

3. **Complementos Perfectos** $U(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$:

$$x_1^* = x_2^* = \frac{m}{p_1 + p_2}$$

   - Consumo en proporción fija 1:1

4. **Cuasilineal** $U(x_1, x_2) = \ln(x_1) + x_2$:

$$x_1^* = \frac{1}{p_1}, \quad x_2^* = m - \frac{p_1}{p_1} = m - 1$$

   - La demanda de x_1 **no depende del ingreso**
   - Todo el ingreso adicional se gasta en x_2

Propiedades de la Demanda

Las funciones de demanda $x_i(p_1, p_2, m)$ satisfacen:

1. **Homogeneidad de grado 0**:

$$x_i(tp_1, tp_2, tm) = x_i(p_1, p_2, m) \quad \forall t > 0$$

   - La demanda no cambia si todos los precios y el ingreso se multiplican por t
   - No hay ilusión monetaria

2. **Ley de Walras** (se gasta todo el presupuesto):

$$p_1 x_1(p_1, p_2, m) + p_2 x_2(p_1, p_2, m) = m$$

3. **Agregación de Cournot**:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i \frac{\partial x_i}{\partial m} = 1$$

Sección 3

Preferencias Reveladas

Axioma Débil de las Preferencias Reveladas (WAPM)

Idea: Las elecciones observadas revelan información sobre las preferencias.

WAPM

Si el consumidor elige x cuando y está disponible (i.e., $p \cdot x \leq p \cdot y$), entonces x es directamente revelado preferido a y (escribimos $x \succ_D y$).

El WAPM dice: si $x \succ_D y$, entonces no puede ser que $y \succ_D x$.

Matemáticamente:

$$p^0 \cdot x^0 \leq p^0 \cdot x^1 \quad \Rightarrow \quad p^1 \cdot x^1 < p^1 \cdot x^0$$

(si no hay cambio, se usa $\leq$ en ambas)

Interpretación

Si el consumidor rechaza y pudiendo comprarlo cuando elige x, entonces no debe elegir

Axioma Fuerte de las Preferencias Reveladas (SAPM)

SAPM

Si x es revelado preferido a y directa o indirectamente (a través de una cadena de revelaciones), entonces y no puede ser revelado preferido a x.

Cadena de revelaciones:

$$x^0 \succ_D x^1 \succ_D \cdots \succ_D x^k$$

implica $x^0 \succ^* x^k$ (revelado preferido transitivamente).

El SAPM requiere: si $x \succ^* y$, entonces no puede ser que $y \succ^* x$.

Teorema

Las elecciones observadas provienen de la maximización de preferencias racionales si y solo si satisfacen el SAPM.

Índices de Precios y Bienestar

Problema: ¿Cómo comparar el bienestar del consumidor cuando cambian precios e ingresos?

Índice de Precios de Laspeyres

Usa cantidades del período base q^0:

$$L = \frac{p^1 \cdot q^0}{p^0 \cdot q^0}$$

Índice de Precios de Paasche

Usa cantidades del período actual q^1:

$$P = \frac{p^1 \cdot q^1}{p^0 \cdot q^1}$$

Sección 4

Ecuación de Slutsky

Descomposición de Slutsky: Intuición

Cuando p_1 cambia, el efecto total sobre la demanda tiene dos componentes:

1. **Efecto Sustitución (ES)**: El bien se hace relativamente más caro/barato
   - Manteniendo el poder adquisitivo constante
   - Siempre en dirección opuesta al cambio de precio (negativo)
2. **Efecto Ingreso (EI)**: El poder adquisitivo real cambia
   - Si $p_1 \uparrow$, el consumidor se hace más "pobre"
   - Signo depende de si el bien es normal o inferior

$$\underbrace{\frac{dx_1}{dp_1}}_{\text{Efecto Total}} = \underbrace{\frac{\partial h_1}{\partial p_1}}_{\text{ES (siempre } < 0)} + \underbrace{\left(-x_1 \frac{\partial x_1}{\partial m}\right)}_{\text{EI}}$$

Ecuación de Slutsky: Versión Formal

Ecuación de Slutsky

$$\underbrace{\frac{\partial x_1}{\partial p_1}}_{\text{Efecto Total}} = \underbrace{\frac{\partial h_1}{\partial p_1}}_{\text{Efecto Sustitución}} - \underbrace{x_1 \frac{\partial x_1}{\partial m}}_{\text{Efecto Ingreso}}$$

donde $h_1(p_1, p_2, \bar{u})$ es la demanda hicksiana (compensada).

Tres versiones de la compensación:

1. **Hicksiana**: Ajustar m para mantener u constante
2. **Slutsky**: Ajustar m para que la canasta original siga siendo asequible
3. **Variación equivalente/compensatoria**: Medidas monetarias del cambio en bienestar

Ley de la Demanda

Tipos de Bienes según Slutsky

Clasificación por Efecto Ingreso:

- **Bien normal**: $\partial x_1 / \partial m > 0$
  - Demanda sube con el ingreso
- **Bien inferior**: $\partial x_1 / \partial m < 0$
  - Demanda baja con el ingreso

Bien de Giffen:

- $\partial x_1 / \partial p_1 > 0$ (viola ley de demanda)
- Requiere: bien inferior + EI domina ES
- Muy raro en la práctica

Clasificación por Elasticidades:

- **Bien de lujo**: $\epsilon_m > 1$
  - Gasto proporcional crece con m
- **Bien necesario**: $0 < \epsilon_m < 1$
  - Gasto proporcional cae con m

donde la elasticidad ingreso es:

$$\epsilon_m = \frac{\partial x_1}{\partial m} \cdot \frac{m}{x_1}$$

Sección 5

Dotaciones Iniciales

Comprando y Vendiendo

Situación: El consumidor tiene una dotación inicial (ω_1, ω_2) en lugar de ingreso monetario m.

Restricción Presupuestaria

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq p_1 \omega_1 + p_2 \omega_2$$

El "ingreso" es el valor de la dotación: $m = p_1 \omega_1 + p_2 \omega_2$.

Puntos clave:

- La dotación ω siempre está sobre la restricción presupuestaria
- Si $x_1 > \omega_1$: el consumidor es **comprador neto** de bien 1
- Si $x_1 < \omega_1$: el consumidor es **vendedor neto** de bien 1

Caso Especial

Efecto de Cambios de Precios con Dotaciones

Cuando p_1 cambia con dotaciones, hay un efecto adicional:

Ecuación de Slutsky con dotaciones:

$$\frac{\partial x_1}{\partial p_1} = \frac{\partial h_1}{\partial p_1} - (x_1 - \omega_1)\frac{\partial x_1}{\partial m}$$

Comprador neto $(x_1 > \omega_1)$:

- Si $p_1 \uparrow$, se hace más pobre
- EI es negativo (si bien normal)
- Comportamiento estándar

Vendedor neto $(x_1 < \omega_1)$:

- Si $p_1 \uparrow$, se hace más rico
- EI es positivo (si bien normal)
- Puede llevar a curva de oferta con pendiente positiva

Curva de Oferta de Trabajo

Aplicación clásica: trabajador vende tiempo (dotación T).
Si $w \uparrow$: ES $\uparrow$ trabajo, EI $\downarrow$ trabajo (más ocio).
Resultado: curva de oferta puede doblarse hacia atrás.

Sección 6

Elección Intertemporal

Modelo de Dos Períodos

Problema: El consumidor distribuye consumo c_1, c_2 entre dos períodos.

Restricción Presupuestaria Intertemporal

Con ingreso (m_1, m_2) y tasa de interés r:

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} = m_1 + \frac{m_2}{1+r}$$

Interpretaciones:

- Lado izquierdo: valor presente del consumo
- Lado derecho: riqueza (valor presente del ingreso)
- Precio relativo: $(1+r)$ unidades de c_2 por 1 unidad de c_1

Forma alternativa:

$$c_2 = (1+r)(m_1 - c_1) + m_2$$

Prestamista vs. Prestatario

Prestamista ($c_1 < m_1$):

- Ahorra: $s = m_1 - c_1 > 0$
- Si $r \uparrow$:
  - ES: Ahorra más (sustitución intertemporal)
  - EI: Se hace más rico, puede consumir más hoy
  - Efecto ambiguo

Prestatario ($c_1 > m_1$):

- Pide prestado: $s < 0$
- Si $r \uparrow$:
  - ES: Consume menos hoy
  - EI: Se hace más pobre, consume menos
  - Ambos efectos en misma dirección

Slutsky:

$$\frac{\partial c_1}{\partial r} = \frac{\partial h_1}{\partial r} + s\frac{\partial c_1}{\partial m}$$

Resultado

Los prestatarios definitivamente reducen c_1 cuando r sube.

Tasa de Descuento

Si $U(c_1, c_2) = u(c_1) + \delta u(c_2)$, entonces $\delta < 1$ representa impaciencia

Inflación y Tasa de Interés Real

Problema: Con inflación π, los precios cambian entre períodos.

Sea $p_1 = 1$ (numéraire en período 1) y $p_2 = 1 + \pi$ (precio en período 2).

Restricción con Inflación

$$c_1 + \frac{(1+\pi)c_2}{1+i} = m_1 + \frac{(1+\pi)m_2}{1+i}$$

donde i es la tasa de interés nominal.

Tasa de interés real:

$$1 + r = \frac{1+i}{1+\pi} \quad \Rightarrow \quad r \approx i - \pi$$

Principio

Sección 7

Demanda del Mercado y Excedente

Demanda del Mercado

Agregación horizontal: Sumamos las cantidades demandadas a cada precio.

Si hay n consumidores con demandas $x_i(p)$:

$$X(p) = \sum_{i=1}^{n} x_i(p)$$

Ejemplo

- Consumidor A: $x_A(p) = \max\{10 - p, 0\}$
- Consumidor B: $x_B(p) = \max\{20 - 2p, 0\}$
- Demanda total:

$$X(p) = \begin{cases} 30 - 3p & \text{si } p \leq 10 \\ 20 - 2p & \text{si } p \in (10, 10] \\ 0 & \text{si } p > 10 \end{cases}$$

Elasticidad de la Demanda

Elasticidad Precio de la Demanda

$$\epsilon = \frac{dX/X}{dp/p} = \frac{dX}{dp} \cdot \frac{p}{X}$$

Clasificación:

- $|\epsilon| > 1$: Demanda elástica (sensible al precio)
- $|\epsilon| < 1$: Demanda inelástica (insensible al precio)
- $|\epsilon| = 1$: Elasticidad unitaria

Relación con ingreso total: $IT = p \cdot X(p)$

$$\frac{dIT}{dp} = X + p\frac{dX}{dp} = X\left(1 + \frac{p}{X}\frac{dX}{dp}\right) = X(1 - |\epsilon|)$$

- Si $|\epsilon| > 1$: subir p reduce IT

Excedente del Consumidor

Medida del beneficio que obtiene el consumidor por participar en el mercado.

Definición

$$EC = \int_{\bar{p}}^{p^*} X(p)\, dp$$

donde $\bar{p}$ es el precio de reserva (precio al cual $X = 0$).

Interpretaciones:

- Área bajo la curva de demanda y sobre el precio
- Disposición a pagar total menos gasto real
- Proxy para el cambio en bienestar ante políticas

Limitación

Cambios en el Excedente del Consumidor

Pregunta: ¿Cuánto cambia el bienestar si el precio cambia de p_0 a p_1?

$$\Delta EC = \int_{p_1}^{p_0} X(p)\, dp$$

Medidas exactas de cambio en bienestar:

1. **Variación Compensatoria (VC)**: ¿Cuánto dinero necesitaría el consumidor para estar tan bien como antes del cambio?
2. **Variación Equivalente (VE)**: ¿Cuánto dinero estaría dispuesto a pagar el consumidor para evitar el cambio?

Nota

VC y VE coinciden con ΔEC solo para preferencias cuasilineales.
En general: $VC \neq VE \neq \Delta EC$, pero suelen ser parecidas.

Sección 8

Síntesis y Conexiones

Estructura Dual

Primal: Max $U(x)$ s.a. $p \cdot x \leq m \Rightarrow$ Demanda marshalliana $x(p, m)$
Dual: Min $p \cdot x$ s.a. $U(x) \geq \bar{u} \Rightarrow$ Demanda hicksiana $h(p, \bar{u})$

Fórmulas Clave para Recordar

Elección óptima:

$$\mathrm{TMS} = \frac{p_1}{p_2}$$

Cobb-Douglas:

$$x_1^* = \frac{\alpha m}{p_1}$$

Slutsky:

$$\frac{\partial x_1}{\partial p_1} = \frac{\partial h_1}{\partial p_1} - x_1 \frac{\partial x_1}{\partial m}$$

Intertemporal:

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} = m_1 + \frac{m_2}{1+r}$$

Con dotaciones:

$$\frac{\partial x_1}{\partial p_1} = \frac{\partial h_1}{\partial p_1} - (x_1 - \omega_1)\frac{\partial x_1}{\partial m}$$

Elasticidad:

$$\epsilon = \frac{dX}{dp} \cdot \frac{p}{X}$$

Conexión con Micro II

Lo que viene en este curso:

1. **Teoría de la Firma**:
   - Tecnología y producción (análogo a preferencias)
   - Minimización de costos (dual a maxización de beneficio)
   - Oferta competitiva
2. **Equilibrio Parcial**:
   - Equilibrio competitivo (oferta = demanda)
   - Bienestar: excedente del productor y del consumidor
   - Eficiencia e intervenciones (impuestos, subsidios, controles)
3. **Fallas de Mercado**:
   - Monopolio y poder de mercado
   - Externalidades
   - Bienes públicos e información asimétrica

Ejercicio de Repaso Rápido

Problema: Un consumidor con $U(x_1, x_2) = x_1^{1/2} x_2^{1/2}$ enfrenta precios $p_1 = 2$, $p_2 = 4$, e ingreso $m = 120$.

Preguntas:

(a) Encuentre la canasta óptima (x_1^*, x_2^*).

(b) Calcule la utilidad en el óptimo.

(c) Si p_1 sube a $p_1' = 3$, encuentre la nueva canasta óptima.

(d) Descomponga el cambio en x_1 usando Slutsky (necesita calcular la demanda hicksiana).

Pistas

- Para Cobb-Douglas $x_1^\alpha x_2^{1-\alpha}$: $x_1^* = \alpha m / p_1$, $x_2^* = (1-\alpha) m / p_2$
- Demanda hicksiana: $h_1 = \bar{u}\sqrt{p_2/p_1}$ (para este caso)
- ES $=$ cambio en h_1 cuando p_1 cambia, manteniendo $\bar{u}$ fijo

¿Listos para Micro II?

briam.guerrero@intec.edu.do

Próxima clase: Teoría de la Firma