

# Microeconomía I (ECO351)

## U.8.2 Revisión de la ecuación de Slutsky y dotaciones iniciales del consumidor

Briam E. Guerrero B.

Instituto Tecnológico de Santo Domingo (INTEC)

2025 T4

# Contenido de la unidad

- 1 Revisión de la ecuación de Slutsky
- 2 Compra y venta con dotaciones
- 3 Cambios en la dotación y en los precios
- 4 Curvas de oferta y demanda con dotación
- 5 Slutsky con dotación: efecto de la renta de la dotación
- 6 Oferta de trabajo y ocio
- 7 Mini-ejemplos y ejercicios para la pizarra
- 8 Resumen

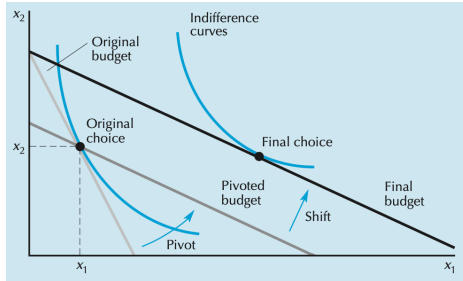
Basado en Varian, Cap. 8 y 9

# Recordatorio: ¿qué hace un cambio de precio?

- Cuando cambia  $p_1$ :
  - Cambia la **tasa de intercambio** (pendiente de la recta presupuestaria).
  - Cambia el **poder adquisitivo** del consumidor.
- Descomposición:
  - ① **Efecto sustitución**: pivotear la recta manteniendo la canasta inicial asequible.
  - ② **Efecto ingreso (ordinario)**: desplazar la recta (más o menos ingreso real).
- En finanzas:
  - Cambio en tasa de interés efectiva de un crédito.
  - Cambio en el precio de la energía para una planta.
  - Cambio en el salario hora de un ingeniero financiero.

## Gráfico de referencia: pivot + desplazamiento

- **Idea visual:** separar claramente:
  - Pivot (mismo poder adquisitivo en la canasta original).
  - Shift (nuevo ingreso real).



**Gráfico R1.** Efecto sustitución (pivot) y efecto ingreso (desplazamiento).

Fuente: Varian (2016), Cap. 8.

# Ecuación de Slutsky (versión simple)

- Para cambios pequeños en  $p_1$ :

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} + \underbrace{\frac{\Delta x_1^m}{\Delta m}}_{\text{sensible al ingreso}} \underbrace{x_1}_{\text{canasta inicial}}$$

- **Signos:**

- $\Delta x_1^s / \Delta p_1 < 0$  siempre (efecto sustitución va contra el precio).
- $\Delta x_1^m / \Delta m > 0$  si el bien es **normal**,  $< 0$  si es **inferior**.

- Si el bien es normal, entonces:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} < 0$$

(ley de la demanda).

# Ejemplo numérico de revisión (demanda lineal)

Ejemplo (como en la clase pasada):

$$x_1 = 10 + \frac{m}{10p_1}.$$

- Suponga  $m = 120$ ,  $p_1 : 3 \rightarrow 2$ .
- Tarea de revisión para la pizarra:
  - 1 Calcule  $x_1$  antes y después.
  - 2 Calcule el ingreso de compensación  $\Delta m = x_1 \Delta p_1$ .
  - 3 Descomponga  $\Delta x_1$  en:

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s + \Delta x_1^m.$$

- **Nota:** las soluciones detalladas estarán en la guía del profesor.

# De ingreso dado a dotación inicial

- Antes: ingreso  $m$  era **exógeno**.
- Ahora: el ingreso viene de vender una **dotación inicial** ( $\omega_1, \omega_2$ ):

$$m = p_1\omega_1 + p_2\omega_2.$$

- Ejemplo (finanzas):
  - Estudiante de ingeniería financiera llega al mercado con:

$$\omega_1 = \text{bonos}, \quad \omega_2 = \text{ETF de acciones}.$$

- Puede vender parte de la dotación y recomprar otra combinación.
- Notaremos:
  - **Demanda bruta**  $x_i$ : lo que el agente *termina consumiendo*.
  - **Demanda neta**  $x_i - \omega_i$ : lo que compra (si  $> 0$ ) o vende (si  $< 0$ ).

# Restricción presupuestaria con dotación

- Con dotación  $(\omega_1, \omega_2)$  y precios  $(p_1, p_2)$ :

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = p_1 \omega_1 + p_2 \omega_2.$$

- En términos de **demandas netas**:

$$p_1(x_1 - \omega_1) + p_2(x_2 - \omega_2) = 0.$$

- Interpretación:

- El valor de lo que compras = valor de lo que vendes.

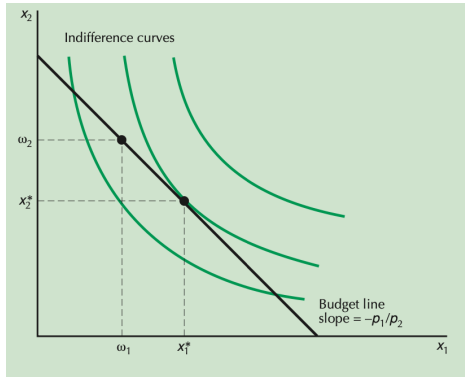
- Gráficamente:

- Misma pendiente de antes:  $-\frac{p_1}{p_2}$ .
- La recta pasa por el punto de dotación  $(\omega_1, \omega_2)$ .



Gráfico: recta presupuestaria pasando por la dotación

- **Punto clave:** la dotación *siempre* es asequible.
- Cualquier canasta en la recta puede obtenerse comprando/vendiendo en el mercado.



**Gráfico 1.** Recta presupuestaria con dotación inicial.

Fuente: Varian (2016), Cap. 9

# Comprador neto vs vendedor neto

- Si  $x_1 > \omega_1$ :

$x_1 - \omega_1 > 0 \Rightarrow$  comprador neto de bien 1.

- Si  $x_1 < \omega_1$ :

$x_1 - \omega_1 < 0 \Rightarrow$  vendedor neto de bien 1.

- Igual para el bien 2.

- Ejemplo (finanzas):

- Un trader llega con  $\omega_1 = 100$  acciones de un banco,  $\omega_2 = 0$  bonos.
- Si termina con  $x_1 = 40$  y  $x_2 > 0$ : fue **vendedor neto** de acciones y **comprador neto** de bonos.

# Cambios en el valor de la dotación

- **Caso 1:** la nueva dotación  $\omega'$  vale menos:

$$p_1\omega_1 + p_2\omega_2 > p_1\omega'_1 + p_2\omega'_2.$$

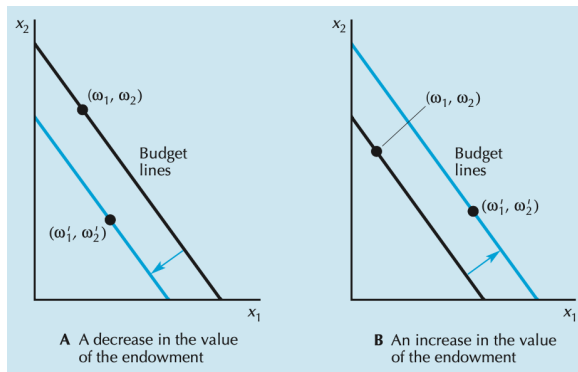
- Recta presupuestaria se desplaza hacia adentro (paralela).
- El agente está **peor** (menos conjuntos factibles).

- **Caso 2:** la nueva dotación vale más:

$$p_1\omega_1 + p_2\omega_2 < p_1\omega'_1 + p_2\omega'_2.$$

- Recta se desplaza hacia afuera.
- El agente está **mejor** (más conjuntos factibles).

## Gráfico: cambios en el valor de la dotación



**Gráfico 2.** A: caída en el valor de la dotación. B: aumento en el valor de la dotación.

Fuente: Varian (2016), Cap. 9

# Cambio en el precio de un bien con dotación

- Antes: cuando cambiaba  $p_1$ ,  $m$  era fijo.
- Ahora:  $m = p_1\omega_1 + p_2\omega_2$  cambia con  $p_1$ .
- La recta presupuestaria:
  - **Gira** alrededor de la dotación  $(\omega_1, \omega_2)$ .
- Efectos de bienestar dependen de si eres:
  - **Vendedor neto**: que baje el precio es mala noticia.
  - **Comprador neto**: que baje el precio es buena noticia.

# Cuando baja el precio de lo que vendes

- Si eres **vendedor neto** de bien 1 y  $p_1$  baja:
  - La recta pivota y sigues vendiendo el bien (permaneces a la izquierda de la dotación).
  - Por **preferencias reveladas**: estás **peor** que antes.

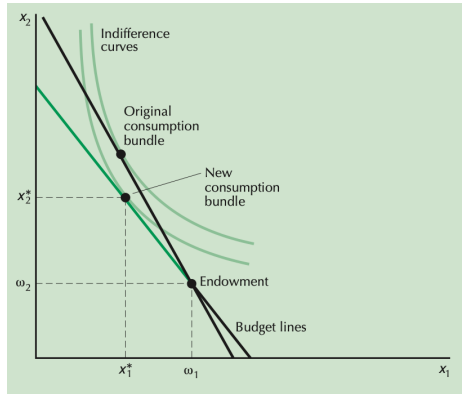
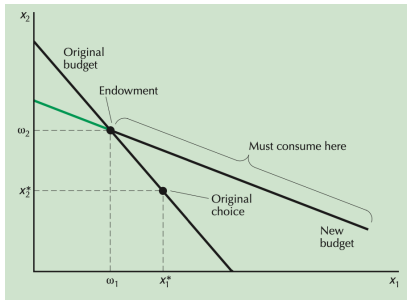


Gráfico 3. Caída de  $p_1$  para un vendedor neto que sigue vendiendo.

## Cuando baja el precio de lo que compras

- Si eres **comprador neto** de bien 1 y  $p_1$  baja, y sigues siendo comprador:
  - Por **preferencias reveladas**: estás **mejor** que antes.
  - Nunca “brincas” a ser vendedor cuando el precio baja.
- Simétrico:
  - Si vendes algo y su precio sube, no saltas a ser comprador.



**Gráfico 4.** Caída de  $p_1$  para un comprador neto (sigue comprando).

Fuente: Varian (2016), Cap. 9

# Curva oferta-precio y curva de demanda

- **Curva oferta-precio (offer curve):**

- Conjunto de canastas óptimas  $(x_1(p_1), x_2(p_1))$  para distintos  $p_1$ .
- Siempre pasa por la dotación  $(\omega_1, \omega_2)$ .

- **Curva de demanda bruta** de  $x_1$ :

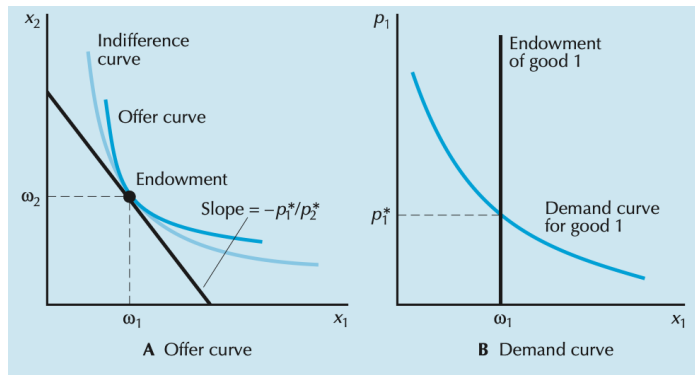
- Relación entre  $p_1$  y  $x_1(p_1)$ .

- Dependiendo de  $p_1$ :

- A veces eres comprador neto ( $x_1 > \omega_1$ ).
- A veces vendedor neto ( $x_1 < \omega_1$ ).



# Gráfico: offer curve y demanda bruta



**Gráfico 5.** Curva de oferta-precio y curva de demanda con dotación.

Fuente: Varian (2016), Cap. 9

# Demanda bruta, demanda neta y oferta neta

- **Demanda bruta:**

$$x_1(p_1, p_2).$$

- **Demanda neta** (si  $> 0$ ):

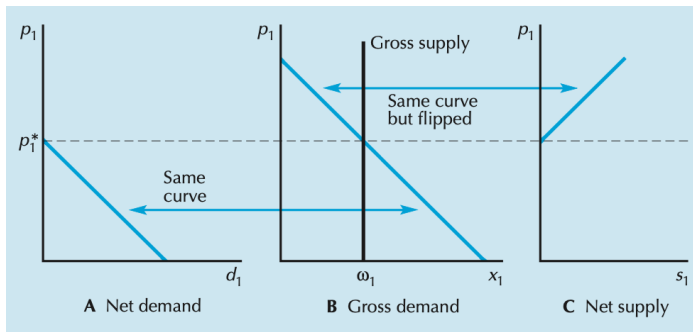
$$d_1(p_1, p_2) = x_1(p_1, p_2) - \omega_1.$$

- **Oferta neta** (si  $> 0$ ):

$$s_1(p_1, p_2) = \omega_1 - x_1(p_1, p_2).$$

- **Idea:** la oferta es “demanda negativa”.

# Gráfico: demanda neta y oferta neta



**Gráfico 6.** Demanda bruta, demanda neta y oferta neta.

Fuente: Varian (2016), Cap. 9

# Slutsky revisitado con dotación

- Ahora hay dos razones por las que cambia el “ingreso real” cuando cambia  $p_1$ :
  - Efecto ingreso ordinario:** como en Cap. 8 (cambiar precios manteniendo asequible la canasta original).
  - Efecto ingreso por dotación:** cambia el valor de lo que tienes para vender.
- La versión extendida de Slutsky:

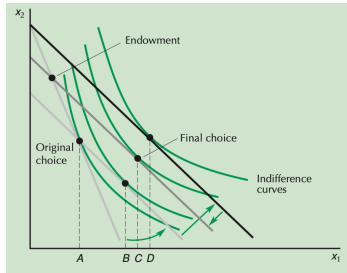
$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} + (\omega_1 - x_1) \frac{\Delta x_1^m}{\Delta m}.$$

- Si  $x_1$  es un bien **normal**:

$$\frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} > 0.$$

## Descomposición gráfica de Slutsky con dotación

- Movimiento total  $A \rightarrow C$ :
  - $A \rightarrow B$ : efecto sustitución.
  - $B \rightarrow D$ : efecto ingreso ordinario.
  - $D \rightarrow C$ : efecto ingreso por la dotación (cambio en el valor de  $\omega$ ).



**Gráfico 7.** Efectos de un cambio de precio con dotación.

Fuente: Varian (2016), Cap. 9

# Ejemplo financiero: agricultor lechero

## Ejemplo tipo Varian:

- Agricultor produce  $\omega_1 = 40$  cuartos de leche.
- Demanda para su propio consumo:

$$x_1 = 10 + \frac{m}{10p_1}.$$

- Caso del libro:
  - $p_1$  pasa de 3 a 2,  $m = p_1\omega_1$ .
  - Resultado: puede terminar consumiendo *más* leche cuando el precio sube, si el efecto ingreso por dotación domina.
- **Discusión en clase:**
  - Ver cómo cada término de Slutsky actúa:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = (\text{sustitución}) + (\text{ingreso ordinario}) + (\text{ingreso por dotación}).$$

# Trabajo y ocio como problema de dotación

- Tiempo total disponible:  $L$  horas (dotación de tiempo).
- Partición:

$$L = \text{trabajo} + \text{ocio} = \ell + R.$$

- Salario nominal:  $w$ , precio del consumo:  $p$ .
- No-labor income (ingreso no laboral):  $M$ .
- Restricción original:

$$pC = M + w\ell.$$

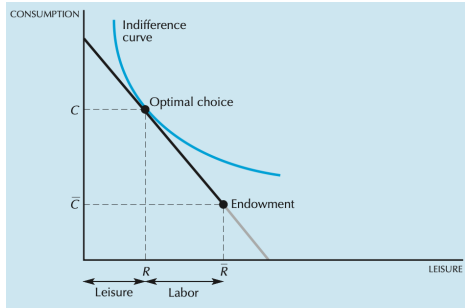
- Reescribiendo en términos de ocio  $R = L - \ell$ :

$$pC + wR = p\bar{C} + w\bar{R},$$

donde  $(\bar{C}, \bar{R})$  es la dotación: consumo si no trabajas y todo el tiempo es ocio.

## Gráfico: elección consumo-ocio

- La recta presupuestaria:
  - Pasa por la dotación  $(\bar{R}, \bar{C})$ .
  - Tiene pendiente  $-\frac{w}{p}$  (el salario real).
- Óptimo: TMS entre ocio y consumo = salario real.



**Gráfico 8. Oferta de trabajo como elección consumo-ocio.**

Fuente: Varian (2016), Cap. 9



# Comparativa estática: oferta de trabajo

- Cuando el salario  $w$  aumenta:
  - **Efecto sustitución:** ocio es más caro  $\Rightarrow$  trabajas más.
  - **Efecto ingreso (por dotación de tiempo):** tu tiempo vale más  $\Rightarrow$  podrías “comprar” más ocio y trabajar menos.

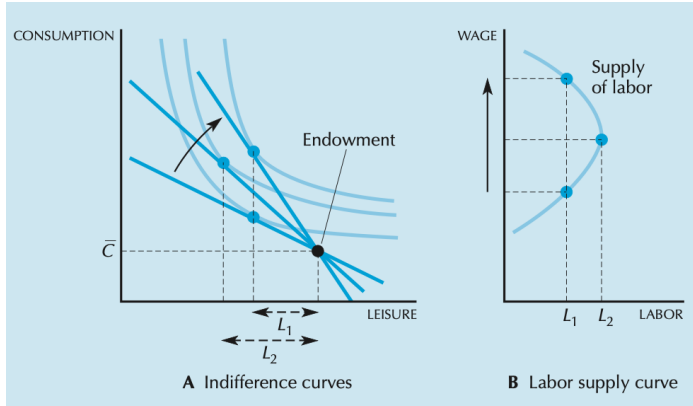
- Si el ocio es un **bien normal**:

$$\frac{\Delta R}{\Delta w} = \underbrace{\text{sustitución}}_{<0} + \underbrace{(R - \bar{R}) \frac{\Delta R}{\Delta m}}_{\text{ingreso por dotación, } \geq 0}$$

el signo de la oferta de trabajo es **ambiguo**.

- Resultado famoso: **oferta de trabajo puede ser “doblada hacia atrás”**.

## Gráfico: oferta de trabajo con posible curva hacia atrás



**Gráfico 9.** Curva de oferta de trabajo “doblada hacia atrás”.

Fuente: Varian (2016), Cap. 9

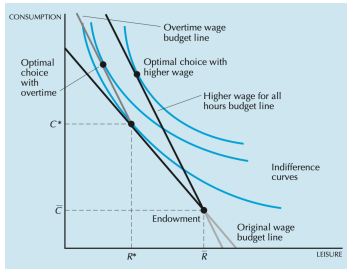
## Horas extra (overtime) vs aumento simple de salario

- **Aumento de salario para todas las horas:**

- Efecto sustitución + efecto ingreso  $\Rightarrow$  oferta de trabajo puede subir o bajar.

- **Pago de horas extra:**

- Salario igual hasta cierto número de horas, y mayor después.
- El “codo” de la recta está en la elección original.
- Efecto casi puro de sustitución en las horas adicionales  $\Rightarrow$  oferta de trabajo **aumenta**.



**Gráfico 10.** Horas extra vs aumento simple del salario.

Fuente: Varian (2016), Cap. 9

## Mini-ejemplo 1 (dotación y finanzas personales)

Un ingeniero financiero tiene una dotación:

$$\omega_1 = 50 \text{ ETF de acciones}, \quad \omega_2 = 100 \text{ bonos.}$$

Precios iniciales:  $p_1 = 40$ ,  $p_2 = 20$ .

- (a) Calcule el valor de la dotación y trace la recta presupuestaria (eje  $x_1 = \text{ETF}$ ).
- (b) Suponga que prefiere una canasta  $(x_1, x_2) = (30, 140)$ . ¿Es comprador o vendedor neto de cada activo?
- (c)  $p_1$  cae a 30 y sigue prefiriendo consumir más ETF que la dotación. Discuta gráficamente el efecto sobre su bienestar.

**Nota:** resolveremos esto en detalle en la guía del profesor.

## Mini-ejemplo 2 (Slutsky con dotación)

Suponga que  $x_1$  es un bien **normal** y el individuo tiene dotación  $\omega_1 > x_1$  (vendedor neto de 1).

- (a) Use la ecuación

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} + (\omega_1 - x_1) \frac{\Delta x_1^m}{\Delta m}$$

para discutir el signo de  $\Delta x_1 / \Delta p_1$ .

- (b) Interprete el resultado en palabras (piense en el agricultor que vende leche en el texto).

## Mini-ejemplo 3 (oferta de trabajo)

Un analista junior tiene 16 horas de tiempo “despierto” al día:  $L = 16$ .

- Salario  $w = 10$  USD/hora, precio del consumo  $p = 1$ , ingreso no laboral  $M = 0$ .
- (a) Dibuje la recta consumo-ocio y marque la dotación (todo ocio, sin trabajo).
- (b) Describa qué pasa cuando el salario aumenta a  $w = 20$ :
  - ¿Cómo cambian el efecto sustitución y el de ingreso?
  - ¿En qué condiciones podría trabajar menos con un salario más alto?

# Resumen de la unidad

- La dotación  $(\omega_1, \omega_2)$  reemplaza al “ingreso exógeno”:  $m = p_1\omega_1 + p_2\omega_2$ .
- **Demanda bruta:**  $x_i$ ; **demanda neta:**  $x_i - \omega_i$ ; **oferta neta:**  $\omega_i - x_i$ .
- La recta presupuestaria:
  - Tiene pendiente  $-p_1/p_2$  y pasa por la dotación.
- Slutsky con dotación agrega un **efecto ingreso por el valor de la dotación**.
- La oferta de trabajo surge como un caso especial de dotación de tiempo:
  - El salario real es el precio del ocio.
  - La oferta de trabajo puede ser creciente o “doblada hacia atrás”.
- Muchas aplicaciones en finanzas: portafolios iniciales, cambios en precios de activos, salarios e incentivos de horas extra.