Microeconomía I (ECO351)

U.5 Elección del consumidor

Briam E. Guerrero B.

Instituto Tecnológico de Santo Domingo (INTEC)

2025 T4

Contenido de la unidad

Basado en Varian, Cap. 5

Recordatorio: consumidor, preferencias y presupuesto

- Modelo básico del consumidor:
  - Tiene preferencias sobre cestas (x_1, x_2).
  - Enfrenta una **restricción presupuestaria**:

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq m.$$

  - Elige la **mejor** cesta que puede pagar.
- Versión "seria":

Idea central

El consumidor elige la cesta **más preferida** dentro de su **conjunto presupuestario**.

- Hoy: cómo se ve esa cesta óptima en el diagrama de **restricción + indiferencia**.

Conjunto presupuestario y línea de presupuesto

- Conjunto presupuestario:

$$B = \{(x_1, x_2) : p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq m,\ x_1, x_2 \geq 0\}.$$

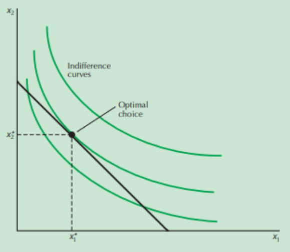
- **Línea de presupuesto**:

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m \quad \Rightarrow \quad x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1.$$

- Pendiente: $-\dfrac{p_1}{p_2}$ = **costo de oportunidad** de x_1 en términos de x_2.
- Área debajo de la recta: cestas **asequibles**.

Elección óptima: idea gráfica

- Dibujamos en el mismo gráfico:
  - La línea de presupuesto.
  - Varias **curvas de indiferencia**.
- Buscamos la cesta asequible en la curva de indiferencia **más alta**.
- Intuición:
  - Partimos de un extremo de la recta.
  - Nos movemos a lo largo de la recta buscando curvas de indiferencia cada vez más altas.
  - Paramos cuando la curva “apenas toca” la recta.



Varian (2016), Figura 5.1. Elección óptima con tangencia.

Tangencia: condición necesaria en el caso típico

- En el óptimo interior "bonito", la curva de indiferencia es **tangente** a la línea de presupuesto:

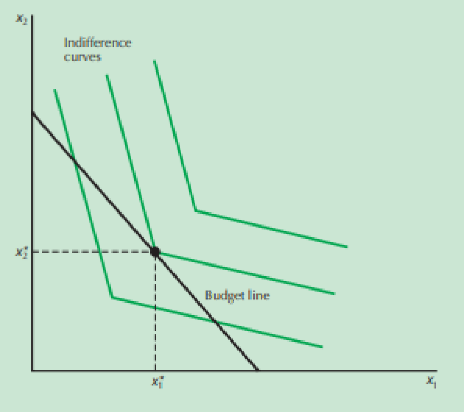
$$\mathrm{MRS}_{1,2} = -\frac{p_1}{p_2}.$$

- Si no fuera tangente, la curva de indiferencia cruzaría la recta:
  - Habría un punto **cercano** en la recta, por encima de la curva.
  - $\Rightarrow$ el consumidor podría mejorar.
- Entonces, en un óptimo interior con preferencias suaves:

$$\text{Pendiente de la CI} = \text{Pendiente de la recta presupuestaria.}$$

Excepciones: gustos “kinky”

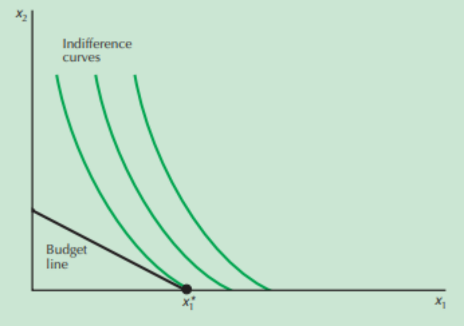
- Caso 1: **indiferencia con quiebres** (kinks).
- En el punto de kink, la pendiente no está bien definida $\Rightarrow$ no hay tangente única.
- El óptimo puede estar en el kink sin que haya una pendiente bien definida.



Varian (2016), Figura 5.2. Óptimo con quiebre en la CI.

Excepciones: óptimo de frontera

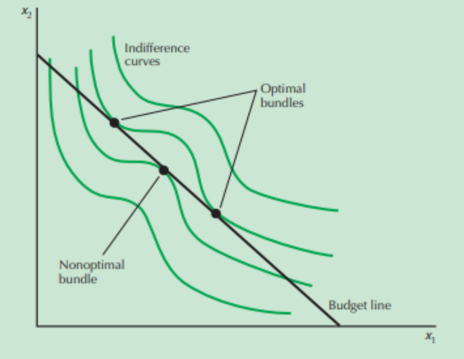
- Caso 2: el óptimo ocurre en la **frontera del conjunto**, consumiendo cero de algún bien.
- Ejemplo: óptimo en $x_2^* = 0$, $x_1^* = m/p_1$.
- Allí la CI no es tangente a la recta, pero:
  - La CI **no cruza** la recta en un punto asequible mejor.
  - El óptimo está en la "esquina".
- Se llama **óptimo de esquina** u **óptimo de frontera**.



Varian (2016), Figura 5.3. Óptimo de frontera.

Tangencia: necesaria pero no suficiente

- En general, la tangencia es sólo una **condición necesaria**:
    - Puede haber más de una tangencia en la misma recta.
    - No todas las tangencias son puntos óptimos.
- Ejemplo: preferencias no convexas.



Varian (2016), Figura 5.4. Varias tangencias, sólo algunas óptimas.

Convexidad: cuando la tangencia sí alcanza

- Si las preferencias son:
  - **Convexas**: CI “dobladas hacia el origen”.
  - **Suavemente estrictamente convexas**: sin tramos planos.
- Entonces:

Resultado

- Toda tangencia interior es un **óptimo global**.
- Y hay **un único** óptimo por cada recta presupuestaria.

- Versión matemática: problema de maximización estrictamente cóncavo con restricción lineal $\Rightarrow$ solución única.

Interpretación económica de MRS = razón de precios

- $\text{MRS}_{1,2}$: tasa a la que el consumidor está dispuesto a **sustituir** x_1 por x_2.
- Mercado: ofrece tasa de intercambio $-\dfrac{p_1}{p_2}$.
- En el óptimo interior:
$$\text{MRS}_{1,2} = -\frac{p_1}{p_2}.$$
- Si $\text{MRS} \neq -p_1/p_2$:
  - El consumidor valora el trueque interno de forma distinta al mercado.
  - Puede realizar un intercambio que lo mejore (subir a una CI más alta).
  - $\Rightarrow$ no está en su mejor cesta.

De elección óptima a demanda

- Para cada combinación de precios e ingreso (p_1, p_2, m):
  - El consumidor tiene un óptimo (x_1^*, x_2^*).
- **Funciones de demanda**:

$$x_1^* = x_1(p_1, p_2, m), \qquad x_2^* = x_2(p_1, p_2, m).$$

- Expresan:
  - Cómo cambia la elección óptima cuando cambian precios e ingreso.
  - Dependen de las **preferencias**.
- Próximas unidades: analizaremos sus propiedades (efectos renta y sustitución, elasticidades, etc.).

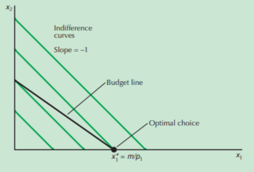
Perfectos sustitutos

- Preferencias: el consumidor sólo mira la suma, p.ej.

$$u(x_1, x_2) = x_1 + x_2.$$

- CI: rectas con pendiente -1.
- Comparando pendientes:
  - Si $\frac{p_1}{p_2} < 1 \Rightarrow$ bien 1 es relativamente más barato.
  - Si $\frac{p_1}{p_2} > 1 \Rightarrow$ bien 2 es relativamente más barato.
- Demanda de x_1:

$$x_1 = \begin{cases} \dfrac{m}{p_1} & \text{si } p_1 < p_2, \\ \text{cualquier } \in [0, m/p_1] & \text{si } p_1 = p_2, \\ 0 & \text{si } p_1 > p_2. \end{cases}$$



Perfectos complementos

- Preferencias tipo "zapato derecho + zapato izquierdo":

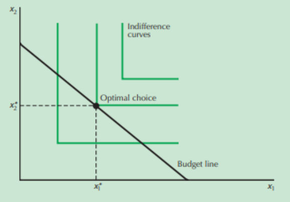
$$u(x_1, x_2) = \text{mín}\{x_1, x_2\}.$$

- CI: en forma de **L**, con kink en $x_1 = x_2$.
- El óptimo siempre está sobre la diagonal $x_1 = x_2$, sin importar precios.
- Si $x_1 = x_2 = x$, la restricción es:

$$p_1 x + p_2 x = m \quad \Rightarrow \quad x = \frac{m}{p_1 + p_2}.$$

- Demanda:

$$x_1^* = x_2^* = \frac{m}{p_1 + p_2}.$$



Neutrales y “males” (bads)

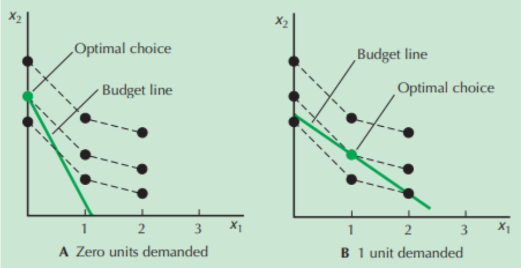
- Si x_1 es un bien y x_2 es **neutral**:
  - CI: líneas verticales (sólo importa x_1).
  - El consumidor gasta todo en x_1:
$$x_1^* = \frac{m}{p_1}, \quad x_2^* = 0.$$
- Si x_2 es un **mal** (e.g. contaminación):
  - CI: se prefiere menos x_2.
  - Para un x_1 dado, se elegiría x_2 mínimo posible.
  - De nuevo: consumo máximo de x_1, mínimo de x_2.
- Geometría: óptimos en la **frontera** del conjunto presupuestario.

Bien discreto (1, 2, 3, ... unidades)

- Supongamos:
  - Bien 1: cantidad entera (0,1,2,3,. . .).
  - Bien 2: “dinero restante”.
- Si compra k unidades de x_1:

$$(x_1, x_2) = (k,\ m - kp_1).$$

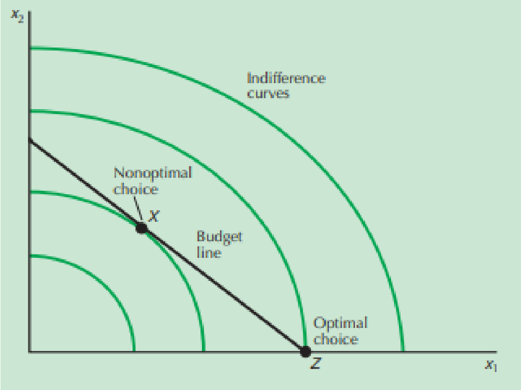
- Procedimiento:
  1. Calcular utilidad de $(0, m)$, $(1, m - p_1)$, $(2, m - 2p_1)$, ...
  2. Elegir el k que da mayor utilidad.



Varian (2016), Figura 5.7. Bien discreto: 0 ó 1 unidad.

Preferencias cóncavas (no convexas)

- Ahora las CI son **cóncavas**: el consumidor prefiere “extremos”.
- En este caso, el óptimo interior de tangencia suele ser **subóptimo**.
- Óptimo verdadero: un punto de **esquina** (consumir sólo uno de los bienes).



Varian (2016), Figura 5.8. La tangencia X no es el óptimo; el óptimo es Z.

Cobb–Douglas: demanda cerrada

- Preferencias:
$$u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d, \quad c, d > 0.$$
- Solución del problema de maximización (óptimo interior):
$$x_1^* = \frac{c}{c+d}\frac{m}{p_1}, \qquad x_2^* = \frac{d}{c+d}\frac{m}{p_2}.$$
- Propiedad bonita:
$$\frac{p_1 x_1^*}{m} = \frac{c}{c+d}, \quad \frac{p_2 x_2^*}{m} = \frac{d}{c+d}.$$
- Es decir: el consumidor destina fracciones fijas de su ingreso a cada bien.
- Caso normalizado: $u(x_1, x_2) = x_1^a x_2^{1-a} \Rightarrow a$ es la fracción de ingreso en el bien 1.

De datos de demanda a utilidad

- En la práctica observamos:

$$(p_1, p_2, m, x_1, x_2) \text{ para distintos años/situaciones.}$$

- Podemos:
  - Calcular las **participaciones de gasto**:

$$s_1 = \frac{p_1 x_1}{m}, \quad s_2 = \frac{p_2 x_2}{m}.$$

  - Ver si son aproximadamente constantes.
- Si s_1 y s_2 son casi constantes:
  - Cobb–Douglas es una buena aproximación:

$$u(x_1, x_2) = x_1^{s_1} x_2^{s_2}.$$

- Luego podemos usar esta utilidad "ajustada" para:
  - Predecir demanda con nuevos precios/impuestos.
  - Evaluar cambios de política (bienestar).

Todos enfrentan la misma tasa de intercambio

- En un mercado competitivo "bien organizado":
  - Todos enfrentan los mismos precios (p_1, p_2).
- Si todos:
  - Tienen óptimos **interiores**,
  - Están maximizando utilidad,
- Entonces:

$$\mathrm{MRS}^{(i)}_{1,2} = -\frac{p_1}{p_2} \quad \forall i \text{ que consumen ambos bienes.}$$

- Aunque tengan distintos ingresos y gustos, **todos coinciden** en:
  - Cuánto vale 1 unidad de x_1 en términos de x_2 en el margen.

Usar precios para valorar cambios de consumo

- Como los precios miden la MRS común, sirven para **valorar cambios marginales**.
- Ejemplo:
  - $p_{\text{leche}} = 1$, $p_{\text{mantequilla}} = 2$.
  - Todos están justo dispuestos a cambiar 2 litros de leche por 1 libra de mantequilla.
- Máquina 1: transforma 3 litros de leche en 1 libra de mantequilla.
  - Coste insumo: $3 \times 1 = 3$.
  - Valor output: $1 \times 2 = 2$.
  - $\Rightarrow$ destruye valor, nadie la quiere.
- Máquina 2: 1 libra de mantequilla $\rightarrow$ 3 litros de leche.
  - Coste: 2.
  - Output: 3.
  - $\Rightarrow$ crea valor, muy atractiva.

Impuesto a la cantidad (impuesto específico)

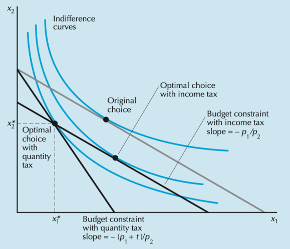
- Presupuesto original:
$$p_1x_1 + p_2x_2 = m.$$
- Impuesto t por unidad del bien 1:
$$(p_1 + t)x_1 + p_2x_2 = m.$$
- Desde el punto de vista del consumidor:
  - Es como si el precio del bien 1 subiera de p_1 a $p_1 + t$.
- Nuevo óptimo: (x_1^*, x_2^*).
- Recaudación:
$$R^* = tx_1^*.$$

Impuesto al ingreso equivalente

- Consideremos un **impuesto al ingreso** que recaude el mismo R^*:

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m - R^* = m - tx_1^*.$$

- Esta recta:
  - Tiene la misma pendiente que la recta original: $-\frac{p_1}{p_2}$.
  - Pasa por el punto (x_1^*, x_2^*).
- Entonces (x_1^*, x_2^*) es **asequible** con el impuesto al ingreso.
- Pero con esa nueva recta el consumidor puede elegir un punto en una **CI más alta**.



Varian (2014), Figura 5.9. Comparación impuesto a la cantidad vs ingreso.

Conclusión: impuesto al ingreso vs impuesto a la cantidad

- Dado un impuesto a la cantidad que recauda R^*:

Resultado

Existe un impuesto al ingreso que recauda también R^* y deja al consumidor **estrictamente mejor**.

- Ojo con las **limitaciones**:
  - Resultado es **para un consumidor** dado.
  - Supone que el ingreso es exógeno (no cambia su oferta de trabajo).
  - No analiza la respuesta de la **oferta** de las empresas.
- Aun así: buena intuición sobre la **distorsión** que genera un impuesto específico.

Ejemplo 1: Cobb–Douglas con datos

Supuesto: preferencias $u(x_1, x_2) = x_1^{1/4} x_2^{3/4}$.

a) Para precios $(p_1, p_2) = (1, 1)$ e ingreso $m = 100$:

$$x_1^* = \frac{1/4}{1} \cdot \frac{100}{1} = 25, \qquad x_2^* = \frac{3/4}{1} \cdot \frac{100}{1} = 75.$$

$$s_1 = \frac{1 \cdot 25}{100} = 0{,}25, \quad s_2 = \frac{1 \cdot 75}{100} = 0{,}75.$$

b) Si ahora $(p_1, p_2, m) = (2, 1, 100)$:

$$x_1^* = \frac{1}{4} \frac{100}{2} = 12{,}5, \qquad x_2^* = \frac{3}{4} \frac{100}{1} = 75.$$

$$s_1 = \frac{2 \cdot 12{,}5}{100} = 0{,}25, \quad s_2 = 0{,}75.$$

Ejemplo 2: preferencia por extremos

- Suponga preferencias "anti-mezcla" (cóncavas) entre helado (x_1) y aceitunas (x_2).
- Para un presupuesto dado:

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m,$$

- Mostrar en el gráfico que:
  - El punto de tangencia interior no es el óptimo.
  - El consumidor prefiere o $(m/p_1, 0)$ o $(0, m/p_2)$.

Ejercicios de práctica (1)

Ejercicio 1: Indica si el óptimo es interior o de esquina, y dibuja la CI relevante:

a) $u(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2$ con $(p_1, p_2, m) = (1, 1, 10)$.

b) $u(x_1, x_2) = \text{mín}\{x_1, 2x_2\}$ con $(p_1, p_2, m) = (1, 1, 12)$.

c) $u(x_1, x_2) = x_1^{1/2} x_2^{1/2}$ con $(p_1, p_2, m) = (2, 1, 20)$.

Ejercicios de práctica (2)

Ejercicio 2: (Impuestos)

- Consumidor con $u(x_1, x_2) = x_1^{1/2} x_2^{1/2}$, $(p_1, p_2) = (1, 1)$, $m = 100$.

a) Encuentra el óptimo sin impuestos.

b) Ahora impón un impuesto específico $t = 1$ sobre x_1.

c) Calcula la recaudación y construye un impuesto al ingreso que recaude lo mismo.

d) Muestra en el gráfico que el consumidor está mejor con el impuesto al ingreso.

Resumen de la unidad

- El consumidor elige la **mejor** cesta asequible: óptimo donde la CI es tangente a la recta (si es interior y con preferencias convexas).
- La condición de óptimo interior:
$$\mathrm{MRS}_{1,2} = -\frac{p_1}{p_2}$$
iguala el “precio subjetivo” al “precio de mercado”.
- Distintos tipos de preferencias (sustitutos, complementos, Cobb–Douglas. . .) generan distintas **funciones de demanda**.
- Los precios reflejan la **MRS común** de quienes consumen ambos bienes, y permiten valorar cambios marginales.
- Un impuesto al ingreso puede recaudar lo mismo que un impuesto a la cantidad y dejar al consumidor mejor (bajo supuestos).