# Unidad 2.2: Repaso de Slutsky y Compra y venta (Varian (2016) cap. 9)

Apuntes del profesor (material complementario)

Instituto Tecnológico de Santo Domingo (INTEC)
Microeconomía II
Prof. Briam Guerrero

Basado en: Varian (2016). *Intermediate Microeconomics*, Caps. 8 y 9

---

**Objetivos de aprendizaje**

Al final de esta clase ustedes deben ser capaz de:

1. Recordar la ecuación de Slutsky y su interpretación gráfica (pivot + desplazamiento).
2. Calcular y descomponer numéricamente el efecto total de un cambio de precio en efecto sustitución e ingreso.
3. Entender la diferencia entre **demanda bruta** y **demanda neta** cuando hay una dotación inicial.
4. Formular la restricción presupuestaria con dotación y analizar cómo cambia con los precios y la dotación.
5. Interpretar el papel de la dotación en la oferta y demanda de un bien (comprador neto vs vendedor neto).
6. Aplicar la versión extendida de la ecuación de Slutsky con dotación (efecto ingreso de la dotación).
7. Relacionar estos conceptos con ejemplos financieros (activos, salario/tiempo libre, agricultor con producción propia).

## 1. Recordatorio: Ecuación de Slutsky (Cap. 8)

### Precio, poder de compra y dos efectos

Cuando cambia el precio de un bien $p_1$, se alteran dos cosas:

1. La **tasa de intercambio** que ofrece el mercado entre $x_1$ y $x_2$ (pendiente de la recta presupuestaria).
2. El **poder de compra** de la renta monetaria $m$.

**Idea central de Slutsky:** descomponer la variación total en la demanda de $x_1$ en:

$$\underbrace{\text{Efecto sustitución}}_{\text{pivot, poder de compra constante}} \quad + \quad \underbrace{\text{Efecto ingreso}}_{\text{shift, precio fijo}}.$$

En términos de variaciones finitas:

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s + \Delta x_1^m,$$

donde:

$$\begin{aligned}
\Delta x_1^s &= x_1(p_1', m') - x_1(p_1, m) \quad \text{(cambiamos } p_1\text{, ajustamos } m \text{ para que el bundle inicial sea asequible)},\\
\Delta x_1^m &= x_1(p_1', m) - x_1(p_1', m') \quad \text{(cambiamos } m \text{ al original, manteniendo } p_1'\text{)}.
\end{aligned}$$

Con:

$$\Delta m = x_1 \Delta p_1$$

ajustamos la renta para mantener el poder de compra constante (la "pivoted budget line").
En tasas de cambio (versión diferencial de Slutsky):

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \underbrace{\frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1}}_{\text{efecto sustitución, siempre } \leq 0} - \underbrace{x_1 \frac{\Delta x_1^m}{\Delta m}}_{\text{efecto ingreso (signo depende de normal/inferior)}}.$$

**Nota**

Para un bien **normal**, $\frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} > 0$, de modo que el efecto ingreso refuerza el efecto sustitución (la variación total en demanda va en sentido contrario al cambio de precio).

## 2. Ejemplos numéricos de repaso (Cap. 8)

### Ejemplo 1 (rápido): utilidad cuasilineal

Este ejemplo es útil para recordar un caso donde el efecto ingreso sobre $x_1$ es cero.
Sea:

$$u(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2,$$

con $p_2 = 1$, renta $m = 120$ y precio $p_1$.
Maximización:

$$\max_{x_1, x_2} \ \ln x_1 + x_2 \quad \text{s.a.} \quad p_1 x_1 + x_2 = m.$$

Sustituimos $x_2 = m - p_1 x_1$:

$$\max_{x_1 > 0} \ln x_1 + m - p_1 x_1.$$

FOC:

$$\frac{1}{x_1} - p_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1^*(p_1, m) = \frac{1}{p_1}.$$

Obsérvese que $x_1^*$ **no depende de** $m$. Por tanto:

$$\frac{\partial x_1}{\partial m} = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{efecto ingreso sobre } x_1 \text{ es cero.}$$

Si $p_1$ cae de 3 a 2:

$$x_1(3, 120) = \frac{1}{3}, \quad x_1(2, 120) = \frac{1}{2}.$$

Toda la variación (de 1/3 a 1/2) se debe al **efecto sustitución**.

## Ejercicio 1 – Repaso: demanda lineal (ejemplo de la clase)

Considere la demanda de leche:

$$x_1(p_1, m) = 10 + \frac{m}{10p_1},$$

con $p_2 = 1$. La renta inicial es $m = 120$ y el precio de la leche baja de $p_1 = 3$ a $p_1' = 2$.

a) Calcule la demanda inicial y final de leche y el cambio total en la demanda.
b) Calcule el ajuste de renta $\Delta m$ necesario para mantener el poder de compra constante.
c) Calcule el efecto sustitución y el efecto ingreso (ordinario).

## Respuesta

**(a) Demanda inicial y final, efecto total.**
Con $m = 120$ y $p_1 = 3$:

$$x_1(3, 120) = 10 + \frac{120}{10 \times 3} = 10 + \frac{120}{30} = 10 + 4 = 14.$$

Con $p_1' = 2$ y misma renta $m = 120$:

$$x_1(2, 120) = 10 + \frac{120}{10 \times 2} = 10 + \frac{120}{20} = 10 + 6 = 16.$$

Cambio total:

$$\Delta x_1 = 16 - 14 = 2 \text{ cuartos}.$$

**(b) Ajuste de renta para mantener poder de compra.**
Usamos:

$$\Delta m = x_1 \Delta p_1,$$

donde $x_1$ es la cantidad inicial (14) y $\Delta p_1 = p_1' - p_1 = 2 - 3 = -1$.
Entonces:

$$\Delta m = 14 \times (-1) = -14.$$

Renta compensada:

$$m' = m + \Delta m = 120 - 14 = 106.$$

**(c) Efecto sustitución e ingreso.**
Efecto sustitución:

$$x_1^s = x_1(p_1', m') = x_1(2, 106) = 10 + \frac{106}{10 \times 2} = 10 + \frac{106}{20} = 10 + 5.3 = 15.3.$$

$$\Delta x_1^s = x_1^s - x_1(3, 120) = 15.3 - 14 = 1.3.$$

Efecto ingreso (ordinario):

$$\Delta x_1^m = x_1(p_1', m) - x_1(p_1', m') = 16 - 15.3 = 0.7.$$

Chequeo:

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s + \Delta x_1^m = 1.3 + 0.7 = 2,$$

que coincide con el cambio total calculado en (a).

## 3. Ejercicios de repaso de Slutsky (A-D de las diapositivas)

**Ejercicio 2 – Ejercicio A (misma demanda lineal, otros números)**

La demanda de leche es:

$$x_1(p_1, m) = 10 + \frac{m}{10p_1}.$$

Suponga ahora que el ingreso es $m = 150$ y el precio baja de $p_1 = 5$ a $p_1' = 4$.

a) Calcule la demanda inicial y final, y el efecto total sobre la cantidad demandada de leche.
b) Calcule el ajuste de renta $\Delta m$ necesario para mantener constante el poder de compra.
c) Encuentre el efecto sustitución $\Delta x_1^s$ y el efecto ingreso $\Delta x_1^m$.

**Respuesta**

**(a) Demanda inicial y final.**
Con $p_1 = 5$, $m = 150$:

$$x_1(5, 150) = 10 + \frac{150}{10 \times 5} = 10 + \frac{150}{50} = 10 + 3 = 13.$$

Con $p_1' = 4$, $m = 150$:

$$x_1(4, 150) = 10 + \frac{150}{10 \times 4} = 10 + \frac{150}{40} = 10 + 3.75 = 13.75.$$

Cambio total:

$$\Delta x_1 = 13.75 - 13 = 0.75.$$

**(b) Ajuste de renta para mantener poder de compra constante.**

$$\Delta p_1 = 4 - 5 = -1.$$

$$\Delta m = x_1 \Delta p_1 = 13 \times (-1) = -13.$$

$$m' = 150 - 13 = 137.$$

**(c) Efecto sustitución e ingreso.**
Efecto sustitución:

$$x_1^s = x_1(p_1', m') = x_1(4, 137) = 10 + \frac{137}{10 \times 4} = 10 + \frac{137}{40} = 10 + 3.425 = 13.425.$$

$$\Delta x_1^s = 13.425 - 13 = 0.425.$$

Efecto ingreso:

$$\Delta x_1^m = x_1(4, 150) - x_1(4, 137) = 13.75 - 13.425 = 0.325.$$

Chequeo:

$$\Delta x_1^s + \Delta x_1^m = 0.425 + 0.325 = 0.75 = \Delta x_1.$$

## Ejercicio 3 – Ejercicio B: utilidad cuasilineal (ejemplo financiero)

Considere un consumidor con utilidad

$$u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + x_2,$$

donde $x_1$ puede interpretarse como "horas de curso online de finanzas" y $x_2$ como "dinero para otros gastos". Sea $p_2 = 1$, renta $m = 100$ y el precio de $x_1$ sube de $p_1 = 4$ a $p_1' = 5$.

a) Obtenga la demanda Marshalliana de $x_1(p_1, m)$.

b) Calcule la cantidad de $x_1$ antes y después del cambio de precio, y el efecto total.

c) Descomponga el cambio total en efecto sustitución e ingreso. ¿Hay efecto ingreso sobre $x_1$?

## Respuesta

**(a) Demanda Marshalliana.**
Restricción:

$$p_1 x_1 + x_2 = m \quad \Rightarrow \quad x_2 = m - p_1 x_1.$$

Maximizamos:

$$\max_{x_1 \geq 0} \ \sqrt{x_1} + m - p_1 x_1.$$

FOC (interior):

$$\frac{1}{2\sqrt{x_1}} - p_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2\sqrt{x_1}} = p_1 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{x_1} = \frac{1}{2p_1} \quad \Rightarrow \quad x_1^*(p_1) = \frac{1}{4p_1^2}.$$

Obsérvese que $x_1^*$ es **independiente de** $m$ (típico de utilidad cuasilineal con $x_2$ como numeraire).

**(b) Cantidades antes y después, efecto total.**
Con $p_1 = 4$:

$$x_1(4, 100) = \frac{1}{4 \cdot 4^2} = \frac{1}{4 \cdot 16} = \frac{1}{64} \approx 0.0156.$$

Con $p_1' = 5$:

$$x_1(5, 100) = \frac{1}{4 \cdot 5^2} = \frac{1}{4 \cdot 25} = \frac{1}{100} = 0.01.$$

Variación total:

$$\Delta x_1 = 0.01 - 0.0156 \approx -0.0056.$$

Al subir el precio, la cantidad demandada cae, como es de esperar.

**(c) Descomposición Slutsky.**
Como $x_1(p_1, m)$ no depende de $m$:

$$\frac{\partial x_1}{\partial m} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta x_1^m = 0.$$

Entonces:

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s + \Delta x_1^m = \Delta x_1^s,$$

es decir, **todo el cambio se debe al efecto sustitución**; no hay efecto ingreso sobre $x_1$. Intuitivamente: $x_2$ es numeraire y absorbe todo el ajuste de ingreso; las unidades optimales de $x_1$ se determinan sólo por el trade-off marginal entre $x_1$ y dinero.

## Ejercicio 4 – Ejercicio C: impuesto a la gasolina con devolución (variante financiera)

Suponga un impuesto $t$ por litro de gasolina. El precio pasa de $p$ a $p+t$. El gobierno **recauda** $tx$ y luego **devuelve toda la recaudación** a los consumidores como una transferencia monetaria (puedes interpretar $x$ como litros de gasolina demandados).

a) Dibuje la recta presupuestaria antes y después del impuesto (sin devolución).

b) Explique qué ocurre cuando se devuelve exactamente $tx$ en forma de transferencia (para un impuesto pequeño).

c) Use la versión diferencial de Slutsky para argumentar qué parte del cambio en consumo es puro efecto sustitución.

## Respuesta

**(a) Presupuesto antes y después del impuesto.**
Antes: con precio $p$ y renta $m$, la restricción es

$$px + y = m,$$

donde $y$ es "otros gastos". La recta tiene pendiente $-p$.
Después del impuesto (sin devolución): el precio relevante es $p+t$:

$$(p+t)x + y = m,$$

con pendiente $-(p+t)$; la recta se vuelve **más empinada** y gira hacia adentro alrededor de la intersección en $y$.

**(b) Con devolución $tx$ (impuesto pequeño).**
La recaudación es aproximadamente $tx$ y se devuelve como un aumento de renta. Para un cambio pequeño de $t$, la variación en $x$ es pequeña, y podemos aproximar la transferencia como:

$$\Delta m \approx tx.$$

Slutsky dice (en notación de Varian):

$$dx = \frac{\partial x}{\partial p} t + \frac{\partial x}{\partial m} tx.$$

La devolución de la recaudación hace que la pérdida de poder de compra se compense; lo que queda es un **pivot puro**.

**(c) Versión diferencial de Slutsky.**
Usando la ecuación de Slutsky:

$$\frac{\partial x}{\partial p} = \frac{\partial x^s}{\partial p} - \frac{\partial x}{\partial m} x.$$

Sustituimos en la expresión de $dx$:

$$dx = \left( \frac{\partial x^s}{\partial p} - \frac{\partial x}{\partial m} x \right) t + \frac{\partial x}{\partial m} tx = \frac{\partial x^s}{\partial p} t.$$

Es decir, con devolución completa de la recaudación (y para cambios pequeños), el cambio en consumo de gasolina es **exactamente el efecto sustitución**: el consumidor enfrenta un precio relativo más alto, pero con poder de compra compensado.

**Ejercicio 5 – Ejercicio D: Real Time Pricing (RTP) y pivot**

Varian discute el sistema de *Real Time Pricing* (RTP) para electricidad: el precio de la energía es bajo en horas valle y alto en horas pico. Compare esto con un esquema de tarifa plana y explique:

a) Por qué el RTP puede verse como un cambio en el **precio relativo** que genera un pivot de la recta presupuestaria.
b) Qué predice Slutsky sobre la demanda de electricidad en horas pico para un consumidor típico (electricidad como bien normal).

**Respuesta**

**(a) RTP como pivot.**
Piense en dos bienes:

- $x_1$: kWh en horas pico.
- $x_2$: kWh en horas valle (o "dinero para otros bienes").

Con tarifa plana, el precio por kWh es el mismo en pico y valle: la recta presupuestaria tiene una pendiente constante que refleja esa tarifa.
Con RTP, el precio relativo $p_{\text{pico}}/p_{\text{valle}}$ aumenta:

$$\frac{p_{\text{pico}}^{\text{RTP}}}{p_{\text{valle}}} > \frac{p_{\text{pico}}^{\text{plano}}}{p_{\text{valle}}}.$$

Gráficamente, la recta presupuestaria gira (pivot) alrededor de la intersección con el eje del bien numeraire (valle/dinero), encareciendo el consumo en horas pico en términos de los otros bienes.
**(b) Predicción sobre demanda en horas pico.**
Si la electricidad en horas pico es un **bien normal**, el efecto sustitución lleva a consumir menos en pico cuando su precio relativo aumenta (más sustitución hacia valle u otros bienes). El efecto ingreso (por el aumento del costo global) también reduce la demanda si el bien es normal.
Por tanto, Slutsky sugiere que la demanda de electricidad en pico disminuirá bajo RTP, lo que es precisamente el objetivo del diseño del esquema.

# 4. Capítulo 9: Compra y venta con dotación inicial

## 9.1 Demanda bruta y demanda neta

El consumidor ya no sólo *recibe* una renta $m$; ahora llega al mercado con una **dotación inicial**:

$$(\omega_1, \omega_2).$$

- **Demanda bruta** $(x_1, x_2)$: lo que el consumidor *termina consumiendo*.
- **Demanda neta**:
$$(x_1 - \omega_1,\ x_2 - \omega_2),$$
  es decir, cuánto compra o vende de cada bien.
  - Si $x_1 - \omega_1 > 0$: es **comprador neto** de 1.
  - Si $x_1 - \omega_1 < 0$: es **vendedor neto** (oferta neta) de 1.

En finanzas, piensa en:

- $\omega_1$: acciones de una empresa que ya posees.
- $\omega_2$: dinero en cuenta.
- $(x_1 - \omega_1)$: número de acciones que compras (>0) o vendes (<0).

## 9.2 Restricción presupuestaria con dotación

El valor de lo que *te llevas* del mercado debe ser igual al valor de lo que *traes*:

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = p_1 \omega_1 + p_2 \omega_2.$$

Equivalente en términos de demandas netas:

$$p_1(x_1 - \omega_1) + p_2(x_2 - \omega_2) = 0.$$

Interpretación:

- El valor de tus compras netas debe igualar el valor de tus ventas netas.
- El punto $\omega = (\omega_1, \omega_2)$ está **en la recta presupuestaria**: ahí “no haces nada” en el mercado.

**Nota**

Se puede reinterpretar como un problema estándar con ingreso monetario

$$m = p_1 \omega_1 + p_2 \omega_2,$$

y la misma recta $p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$. La diferencia es que ahora el punto $\omega$ tiene un significado económico especial (tu cartera inicial).

**Ejercicio 6 – Clasificar comprador/vendedor neto**

Un estudiante de ingeniería financiera tiene una dotación de $(\omega_1, \omega_2) = (5, 100)$, donde $x_1$ es número de criptomonedas y $x_2$ es dinero en euros. Los precios son $p_1 = 20$ y $p_2 = 1$. Después de optimizar, su consumo óptimo es $(x_1, x_2) = (3, 160)$.

a) ¿Es comprador neto o vendedor neto de la criptomoneda?
b) Calcule la demanda neta y la oferta neta del activo.
c) Compruebe que el valor de las compras netas es igual al valor de las ventas netas.

**Respuesta**

**(a) Comprador o vendedor neto.**

$$x_1 - \omega_1 = 3 - 5 = -2 < 0,$$

por tanto es **vendedor neto** de la criptomoneda (ofrece 2 unidades).

**(b) Demanda y oferta neta.**

Demanda neta de 1:

$$d_1^{neto} = x_1 - \omega_1 = -2 \quad \text{(venta neta de 2)}.$$

Demanda neta de 2:

$$d_2^{neto} = x_2 - \omega_2 = 160 - 100 = 60.$$

Interpretable como compra neta de 60 euros (financiada vendiendo el activo).

**(c) Valor de compras y ventas.**
Valor de lo que vende:

$$\text{Ventas} = p_1(\omega_1 - x_1) = 20(5-3) = 20 \cdot 2 = 40.$$

Valor de lo que compra:

$$\text{Compras} = p_2(x_2 - \omega_2) = 1 \cdot 60 = 60.$$

A primera vista $40 \neq 60$, pero recuerda que la dotación total en valor cumple:

$$p_1\omega_1 + p_2\omega_2 = 20 \cdot 5 + 1 \cdot 100 = 200.$$

El bundle final:

$$p_1x_1 + p_2x_2 = 20 \cdot 3 + 1 \cdot 160 = 220.$$

Esto sugiere que el ejemplo numérico es de "fantasía" (ha recibido una ganancia de capital adicional, o hay otro ingreso). En un modelo puro de dotación, debe cumplirse:

$$p_1x_1 + p_2x_2 = p_1\omega_1 + p_2\omega_2.$$

Si quisiéramos que cerrara exactamente, podríamos ajustar $x_2$ a 140 (entonces ventas=40, compras=40). El mensaje para clase: usar este ejercicio para insistir en que *en el modelo estándar* el valor del bundle final es igual al de la dotación, salvo ingresos externos.

# 5. Cambios en la dotación y en los precios

## 9.3 Cambios en la dotación

Si la dotación cambia de $(\omega_1, \omega_2)$ a $(\bar{\omega}_1, \bar{\omega}_2)$, el "ingreso" monetario cambia:

$$m = p_1\omega_1 + p_2\omega_2 \quad \to \quad \bar{m} = p_1\bar{\omega}_1 + p_2\bar{\omega}_2.$$

A precios fijos, esto es exactamente como un cambio de renta $m$ en el problema estándar:

- Si la dotación de algo valioso aumenta, el consumidor se vuelve más rico.
- Si se destruye parte de la dotación, el consumidor se empobrece.

## 9.4 Cambios de precio: lo que vendes vs lo que compras

La clave es si el consumidor es **comprador neto** o **vendedor neto** del bien cuyo precio cambia.

- Si eres **comprador neto** de 1, un aumento de $p_1$ te hace más pobre. Se mueve como en el caso estándar: efecto sustitución (demanda baja) + efecto ingreso (demanda baja si es bien normal).
- Si eres **vendedor neto** de 1, un aumento de $p_1$ te hace más rico (tu dotación vale más). El efecto sustitución sigue siendo negativo, pero el efecto ingreso va en sentido *opuesto* (puedes permitirte consumir más del bien).

Este es el origen de los ejemplos aparentemente "perversos": un productor que vende el bien puede terminar consumiendo más de su propia producción cuando el precio sube.

## 6. Curvas de oferta y demanda con dotación

### Curva oferta-precio y demanda

Para cada nivel de $p_1$, con $p_2$ y $(\omega_1, \omega_2)$ fijos, resolvemos el problema del consumidor y obtenemos el óptimo $(x_1, x_2)$. Al ir variando $p_1$, el lugar geométrico de estos puntos es la **curva oferta-precio** (offer curve) pasando por la dotación.

- Proyectando esta curva sobre el eje de $x_1$ y el de $p_1$ obtenemos la **curva de demanda bruta** de 1.
- La **demanda neta** de 1 es $x_1 - \omega_1$.
- La **oferta neta** (curva de oferta) de 1 es:

$$s_1(p_1, p_2) = \begin{cases} \omega_1 - x_1(p_1, p_2), & \text{si } \omega_1 - x_1 > 0, \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

**Nota**

Formalmente, todas las propiedades que hemos estudiado para demanda se aplican a la oferta de un consumidor: *la oferta es sólo demanda neta con signo cambiado.*

## 7. Ecuación de Slutsky con dotación

Cuando la renta depende del precio vía la dotación, $m = p_1\omega_1 + p_2\omega_2$, el efecto de un cambio de precio incluye:

- Efecto sustitución (como antes).
- Efecto ingreso *ordinario*: cambio de poder de compra porque el precio cambia, manteniendo la dotación monetaria.
- Efecto ingreso de la **dotación**: cambio en el valor de la dotación cuando cambia el precio.

Varian muestra que:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} - x_1 \frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} + \omega_1 \frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} + (\omega_1 - x_1)\frac{\Delta x_1^m}{\Delta m}.$$

Interpretación:

- El primer término es el efecto sustitución (negativo).
- El segundo término es el efecto ingreso neto, ponderado por $(\omega_1 - x_1)$:
  - Si eres **comprador neto** $(x_1 > \omega_1)$, $(\omega_1 - x_1) < 0$ y el efecto ingreso va en la misma dirección que en el caso estándar.
  - Si eres **vendedor neto** $(x_1 < \omega_1)$, $(\omega_1 - x_1) > 0$ y el efecto ingreso puede ir en sentido opuesto al sustitución.

**Ejercicio 7 – Ejemplo del agricultor lechero (efecto ingreso de la dotación)**

Tomemos el ejemplo numérico de Varian. Un agricultor produce $\omega_1 = 40$ cuartos de leche por semana y no tiene otra fuente de ingreso. Su demanda de leche es:

$$x_1(p_1, m) = 10 + \frac{m}{10p_1}.$$

a) Calcule su ingreso monetario y su demanda de leche cuando el precio es $p_1 = 3$.

b) Suponga que el precio baja a $p_1' = 2$. Calcule su nuevo ingreso monetario $m'$ y su nueva demanda de leche.

c) Descomponga el cambio total de $x_1$ en:

   I) efecto sustitución,

   II) efecto ingreso ordinario,

   III) efecto ingreso por la dotación.

**Respuesta**

**(a) Situación inicial.**
Con $p_1 = 3$ y dotación $\omega_1 = 40$, el ingreso monetario es:

$$m = p_1\omega_1 = 3 \times 40 = 120.$$

Demanda inicial:

$$x_1(3, 120) = 10 + \frac{120}{10 \times 3} = 10 + \frac{120}{30} = 10 + 4 = 14.$$

**(b) Precio más bajo $p_1' = 2$.**
Nuevo ingreso monetario:

$$m' = p_1'\omega_1 = 2 \times 40 = 80.$$

Nueva demanda de leche:

$$x_1(2, 80) = 10 + \frac{80}{10 \times 2} = 10 + \frac{80}{20} = 10 + 4 = 14.$$

**Conclusión parcial:** la **demanda bruta** de leche no cambia (sigue siendo 14), a pesar de la caída de precio. Vamos a ver cómo se descompone esto.

**(c) Descomposición en tres efectos.**
Primero recordamos la descomposición estándar (sin dotación):

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s + \Delta x_1^m.$$

El ejemplo de Slutsky en el cap. 8 analizaba exactamente la misma demanda, pero manteniendo $m = 120$ fijo al cambiar el precio de 3 a 2.

Paso 1: efecto sustitución (manteniendo poder de compra).

Ya sabemos que con $m = 120$, $p_1$ baja de 3 a 2. Ajustamos la renta con:

$$\Delta m = x_1 \Delta p_1 = 14 \times (2 - 3) = 14 \times (-1) = -14.$$

$$m^{comp} = 120 - 14 = 106.$$

Demanda compensada a $p_1' = 2$:

$$x_1^s = x_1(2, 106) = 10 + \frac{106}{10 \times 2} = 10 + \frac{106}{20} = 10 + 5.3 = 15.3.$$

Efecto sustitución:

$$\Delta x_1^s = 15.3 - 14 = +1.3.$$

Paso 2: efecto ingreso ordinario (cambio de $m^{comp}$ a $m$).

A $p_1' = 2$, comparamos:

$$x_1(2, 120) = 10 + \frac{120}{20} = 16, \quad x_1(2, 106) = 15.3.$$

$$\Delta x_1^{m,\text{ordinario}} = 16 - 15.3 = +0.7.$$

Hasta aquí es exactamente lo que vimos en el cap. 8: si el ingreso se mantuviera en 120, el cambio total sería:

$$\Delta x_1 = 1.3 + 0.7 = +2 \quad \text{(de 14 a 16)}.$$

Paso 3: efecto ingreso de la dotación.

En la situación con dotación, la renta *no* se mantiene en 120 cuando el precio baja; cae a:

$$m' = 80.$$

Así que debemos pasar de $(p_1', m = 120)$ a $(p_1', m' = 80)$, manteniendo el precio igual. Esto da el efecto ingreso asociado a la pérdida de valor de la dotación.

Demanda a $p_1' = 2$ y $m' = 80$:

$$x_1(2, 80) = 14.$$

Por tanto:

$$\Delta x_1^{m,\text{dotación}} = x_1(2, 80) - x_1(2, 120) = 14 - 16 = -2.$$

Verificación de la suma de efectos:

$$\Delta x_1^s + \Delta x_1^{m,\text{ordinario}} + \Delta x_1^{m,\text{dotación}} = 1.3 + 0.7 - 2 = 0.$$

Esto coincide con el cambio total de demanda en el problema con dotación:

$$x_1^{final} - x_1^{inicial} = 14 - 14 = 0.$$

**Intuición para la clase:**

- A $m = 120$, una caída de precio hace que el agricultor quiera más leche (sustitución + ingreso ordinario).
- Pero como en realidad su renta pasa de 120 a 80 (porque lo que vende vale menos), se vuelve más pobre, y esto *reduce* su demanda (efecto ingreso de la dotación), cancelando exactamente los otros efectos.

## 8. Oferta de trabajo

En el capítulo 9 Varian también aplica estas ideas a la **oferta de trabajo**:

- Bien 1: *consumo* $c$.
- Bien 2: *tiempo libre* $\ell$.
- Dotación de tiempo: $T$ horas por día.
- Salario $w$: cada hora trabajada convierte 1 unidad de tiempo en $w$ unidades de consumo.

La restricción típicamente se escribe como:

$$c = w(T - \ell) + m_0,$$

donde $m_0$ es renta no laboral.

- Un aumento de $w$ tiene un **efecto sustitución**: el tiempo libre se hace más caro, incentiva a trabajar más (menor $\ell$).
- Tiene también un **efecto ingreso**: al ser más rico, el individuo puede comprar más de todo, incluido tiempo libre (mayor $\ell$).

Para salarios bajos, domina el efecto sustitución y la oferta de trabajo aumenta con el salario. Para salarios muy altos, el efecto ingreso puede dominar y la oferta de trabajo *se doble* (curva de oferta de trabajo con forma de "U invertida").
Este es un buen lugar para pensar en ejemplos de finanzas personales: decidir cuántas horas contratar en un proyecto freelance, etc.

## Resumen para cerrar la clase

- Slutsky descompone el efecto de un cambio de precio en **sustitución** (pivot) e **ingreso** (shift).
- En el caso estándar de renta exógena, el ingreso es fijo y el efecto ingreso proviene solo de la variación en el poder de compra.
- Con **dotación**, la renta *depende* de los precios: aparece el **efecto ingreso de la dotación**.
- Demanda bruta vs demanda neta y oferta neta permiten interpretar a un mismo agente como "consumidor" y "productor" a la vez.
- La versión extendida de Slutsky:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} + (\omega_1 - x_1)\frac{\Delta x_1^m}{\Delta m},$$

  muestra explícitamente el papel de ser comprador o vendedor neto.
- Ejemplos financieros (agricultor lechero, RTP, oferta de trabajo) ayudan a los estudiantes a conectar la teoría con decisiones reales de portafolio y de tiempo.