

# Microeconomía II (ECO304)

U.1 y U.2 Teoría de la Firma I: Tecnología, Beneficio y Costos

Briam E. Guerrero B.

Instituto Tecnológico de Santo Domingo (INTEC)

2025 T4

# Hoja de Ruta

La Firma como Optimizadora

Tecnología y Producción

Maximización del Beneficio

Minimización de Costos

Aplicaciones en R

Ejercicios y Resumen

## Sección 1

# La Firma como Optimizadora

# Del Consumidor a la Firma

## El Consumidor

- Maximiza **utilidad**
- Sujeto a restricción presupuestaria
- Curvas de indiferencia
- Recta presupuestaria
- TMS = relación de precios

## La Firma

- Maximiza **beneficio**
- Sujeto a restricción tecnológica
- **Isoquantas**
- **Isocostos** / Isobeneficios
- TRS = relación de precios

 **Misma lógica, diferente contexto**

# Los Tres Problemas de la Firma

---

## 1. Tecnología (Cap. 19)

- ¿Qué combinaciones de insumos producen qué niveles de output?
- Concepto clave: **función de producción**

## 2. Maximización del Beneficio (Cap. 20)

- ¿Cómo elige la firma y e insumos cuando toma precios como dados?
- Concepto clave: **valor del producto marginal = costo del factor**

## 3. Minimización de Costos (Cap. 21)

- ¿Cómo producir y unidades al menor costo posible?
- Concepto clave: **función de costo**

## Sección 2

# Tecnología y Producción

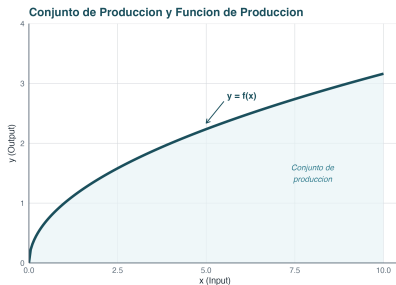
# El Conjunto de Producción

- **Inputs/factores:** trabajo, capital, materias primas
- **Output:** cantidad producida  $y$
- **Conjunto de producción:**

$$Y = \{(x_1, \dots, x_n, y) : \text{posible}\}$$

- **Función de producción:** frontera eficiente

$$y = f(x_1, \dots, x_n)$$



# Ejemplos de Funciones de Producción

## Sustitutos Perfectos

$$y = x_1 + x_2$$

Dos tipos de combustible que producen la misma energía

## Complementos Perfectos

$$y = \min\{x_1, x_2\}$$

Un trabajador + una máquina

## Cobb-Douglas

$$y = Ax_1^\alpha x_2^\beta$$

Sustitución suave entre factores

*Heurística:* piensa qué pasa si duplicas **todos** los factores



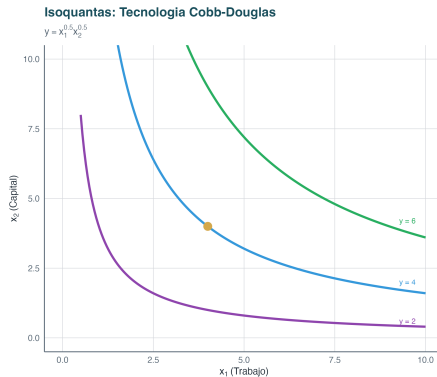
# Isoquantas: El Análogo a Curvas de Indiferencia

- Para  $y$  fijo:

$$\{(x_1, x_2) : f(x_1, x_2) = y\}$$

es una **isoquanta**

- Propiedades:
  - Hacia el origen = menos output
  - Más alejadas = más output
  - No se cruzan
  - Convexas (tecnología bien comportada)

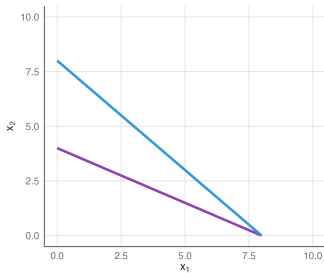


# Comparación de Tecnologías

## Comparación de Tecnologías: Formas de las Isoquantas

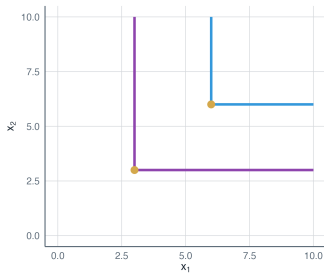
### Sustitutos Perfectos

$$y = x_1 + x_2$$



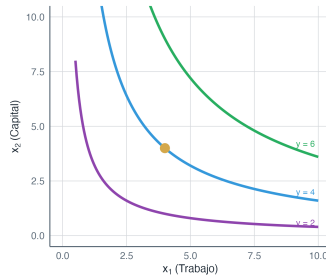
### Complementos Perfectos

$$y = \min_{x_2} x_1$$



### Cobb-Douglas

$$y = x_1^{0.5} x_2^{0.5}$$



# Producto Marginal y Tasa Técnica de Sustitución

Producto marginal del factor 1:

$$PM_1(x_1, x_2) = \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1}$$

Tasa técnica de sustitución:

$$TRS_{12} = \left. \frac{dx_2}{dx_1} \right|_{y \text{ fijo}} = - \frac{PM_1}{PM_2}$$

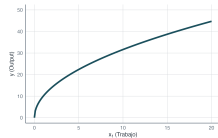
**Analogía**

TRS  $\leftrightarrow$  TMS del consumidor

Producción de Corto Plazo y Producto Marginal

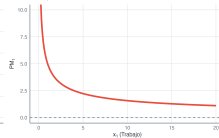
Función de Producción de Corto Plazo

$y = 10\sqrt{x_1}$ ,  $x_2$  fijo



Producto Marginal Decreciente

$PM_1 = \frac{5}{\sqrt{x_1}}$



# Producto Marginal Decreciente vs. Rendimientos a Escala

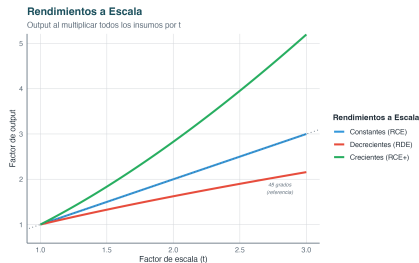
## No confundir

- **PM decreciente**: cambias **un** input, resto fijo
- **Rendimientos a escala**: cambias **todos** proporcionalmente

Rendimientos a escala para  $t > 1$ :

- **Constantes**:  $f(tx) = tf(x)$
- **Crecientes**:  $f(tx) > tf(x)$
- **Decrecientes**:  $f(tx) < tf(x)$

Cobb-Douglas  $y = Ax_1^\alpha x_2^\beta$ :  $\alpha + \beta = 1$  RCE,  $> 1$  IRS,  $< 1$  DRS



## Sección 3

# Maximización del Beneficio

# Definición de Beneficio

## Beneficio Económico

$$\pi = \underbrace{p \cdot y}_{\text{Ingreso}} - \underbrace{\sum_{i=1}^m w_i x_i}_{\text{Costo}}$$

- **Costo de oportunidad:** valora **todos** los factores al precio de mercado
  - Incluye el tiempo del dueño
  - Incluye el capital propio invertido
- **Firma competitiva** toma como dados:
  - Precio del output  $p$
  - Precios de los inputs  $w_i$

# Maximización en el Corto Plazo

Problema (con  $x_2$  fijo):

$$\max_{x_1} \pi(x_1) = pf(x_1, \bar{x}_2) - w_1x_1 - w_2\bar{x}_2$$

Condición de primer orden:

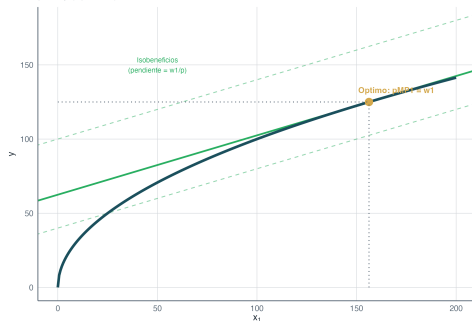
$$p \cdot PM_1(x_1^*, \bar{x}_2) = w_1$$

**Regla de Oro**

Valor del producto marginal =  
Costo marginal del factor

Maximización del Beneficio en Corto Plazo

$$y = 10\sqrt{x_1}, p = 5, w_1 = 2$$



# Isobeneficios y Condición de Tangencia

Escribimos el beneficio como:

$$\pi = py - w_1x_1 - w_2\bar{x}_2$$

Despejando  $y$ :

$$y = \frac{\pi}{p} + \frac{w_2\bar{x}_2}{p} + \frac{w_1}{p}x_1$$

- Son **isobeneficios**: rectas con pendiente  $w_1/p$
- Beneficio máximo: isobeneficio más alto que toca la función de producción
- **Condición**:

$$PM_1 = \frac{w_1}{p}$$



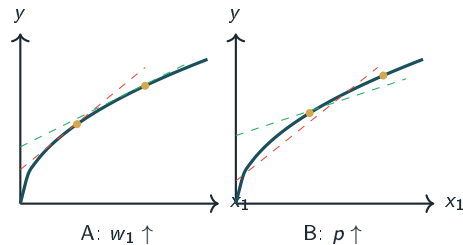
# Estática Comparativa

Si  $w_1$  sube:

- Isobeneficios más empinados
- Tangencia en  $x_1$  más bajo
- $x_1^* \downarrow$  (demanda del factor cae)

Si  $p$  sube:

- Isobeneficios menos empinados
- $x_1^* \uparrow$  y  $y^* \uparrow$
- **Curva de oferta positivamente inclinada**



# Beneficio y Rendimientos a Escala

- **RCE + competencia**  $\Rightarrow$  beneficio máximo = 0

- Pero todos los factores reciben su retribución
- No es “malo”: beneficio **económico** cero

- **Rendimientos crecientes:**

- Beneficio puede crecer sin límite
- El modelo competitivo “explota”
- $\Rightarrow$  Monopolios naturales

- **Rendimientos decrecientes:**

- Beneficio positivo para tamaños intermedios
- Modelo competitivo bien definido

## Implicación

Para que la competencia perfecta funcione, necesitamos tecnologías con RCE o RDE.

## Sección 4

# Minimización de Costos

# El Problema de Minimización de Costos

**Problema:** Dado un nivel de output  $y$ , encontrar la combinación de insumos más barata.

$$\min_{x_1, x_2} w_1 x_1 + w_2 x_2 \quad \text{s.a.} \quad f(x_1, x_2) \geq y$$

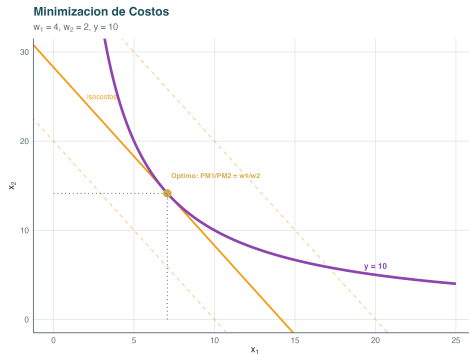
**Solución:**

- Demandas condicionadas:

$$x_i(w_1, w_2, y)$$

- Función de costo:

$$c(w_1, w_2, y) = w_1 x_1^* + w_2 x_2^*$$



# Isocostos y Condición de Tangencia

Línea de isocosto:

$$C = w_1x_1 + w_2x_2 \Rightarrow x_2 = \frac{C}{w_2} - \frac{w_1}{w_2}x_1$$

Condición de tangencia (óptimo interior):

$$-\frac{PM_1}{PM_2} = -\frac{w_1}{w_2} \Rightarrow \frac{PM_1}{w_1} = \frac{PM_2}{w_2}$$

## Interpretación

El último dólar gastado en cada insumo produce la **misma** contribución marginal al output.

# Funciones de Costo: Ejemplos

Cuadro: Resumen de Tecnologías de Producción

Tecnología	Función	Isoquantas	TRS	Costo
Sust. Perfectos	$y = x_1 + x_2$	Lineales	-1	$\min\{w_1, w_2\}y$
Compl. Perfectos	$y = \min\{x_1, x_2\}$	En L	0 o $\infty$	$(w_1 + w_2)y$
Cobb-Douglas	$y = Ax_1^\alpha x_2^\beta$	Convexas	$-\frac{\alpha x_2}{\beta x_1}$	$Kw_1^a w_2^b y^c$

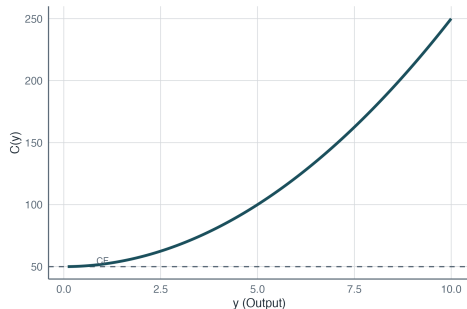
Donde  $a = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}$ ,  $b = \frac{\beta}{\alpha+\beta}$ ,  $c = \frac{1}{\alpha+\beta}$ .

# Curvas de Costos de Corto Plazo

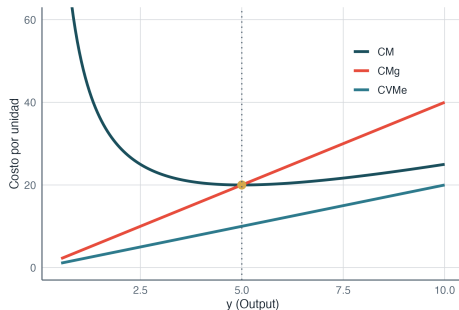
## Curvas de Costos de Corto Plazo

### Costo Total

$$C(y) = 50 + 2y^2$$



### Costo Medio y Marginal



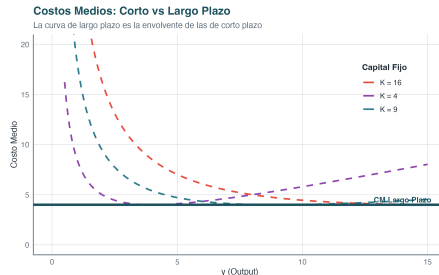
- **CM** (Costo Medio):  $C(y)/y$
- **CMg** (Costo Marginal):  $dC/dy$
- CMg corta a CM en su mínimo

# Costos de Corto vs. Largo Plazo

- **Largo plazo:** todos los insumos variables
  - Costo mínimo “pleno”
- **Corto plazo:** al menos un insumo fijo
  - Costos fijos que no dependen de  $y$
- **Propiedad fundamental:**

$$C_{LP}(y) \leq C_{CP}(y) \quad \forall y$$

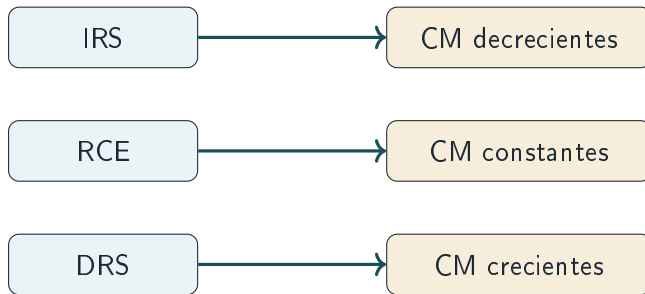
- La curva de LP es la **envolvente** de las de CP





# Rendimientos a Escala y Costos Medios

---



Esta conexión es fundamental para la forma de la curva de oferta y los problemas de competencia perfecta.

## Sección 5

# Aplicaciones en R

# Código R: Función de Producción

```
1  # Funcion de produccion Cobb-Douglas
2  prod_CD <- function(x1, x2, A = 1, alpha = 0.5, beta = 0.5) {
3    A * x1^alpha * x2^beta
4  }
5  # Ejemplo: cuanto producimos con x1=4, x2=9?
6  x1 <- 4; x2 <- 9
7  y <- prod_CD(x1, x2)
8  cat("Output:", y) # Output: 6
9  # Producto marginal
10 MP1 <- function(x1, x2, alpha = 0.5) {
11   alpha * prod_CD(x1, x2) / x1
12 }
13 # Verificar rendimientos a escala
14 t <- 2
15 y_original <- prod_CD(4, 9)
16 y_escalado <- prod_CD(t*4, t*9)
17 cat("Ratio:", y_escalado / y_original) # = 2 (RCE)
```

# Código R: Maximización del Beneficio

```
1 # Parametros
2 p <- 5      # precio del output
3 w1 <- 2     # salario
4 # Funcion de produccion de corto plazo
5 prod_SR <- function(x1) 10 * sqrt(x1)
6 # Funcion de beneficio
7 beneficio <- function(x1) p * prod_SR(x1) - w1 * x1
8 # Encontrar el maximo:  $pMP1 = w1$ 
9 #  $MP1 = 5/\sqrt{x1}$ , entonces  $5*(5/\sqrt{x1}) = 2 \Rightarrow x1^* = 156.25$ 
10 x1_opt <- (25/2)^2
11 y_opt <- prod_SR(x1_opt)
12 pi_opt <- beneficio(x1_opt)
13 cat("x1* =", x1_opt, ", y* =", y_opt, ", pi* =", pi_opt)
```

## Sección 6

# Ejercicios y Resumen

# Ejercicio 1: Tecnología Cobb-Douglas

## Datos

$$f(x_1, x_2) = Ax_1^{0.3}x_2^{0.7}$$

## Preguntas:

- (a) ¿Qué tipo de rendimientos a escala tiene esta tecnología?
- (b) Calcule  $PM_1$  y  $PM_2$ .
- (c) Calcule la TRS.

## Pistas

- Para (a): suma los exponentes
- Para (b): deriva con respecto a cada factor
- Para (c):  $TRS = -PM_1/PM_2$

## Ejercicio 2: Beneficio de Corto Plazo

### Datos

$$y = f(x_1, \bar{x}_2) = 10\sqrt{x_1}, \quad p = 5, \quad w_1 = 2$$

### Preguntas:

- (a) Escriba el beneficio como función de  $x_1$ .
- (b) Encuentre  $x_1^*$  que maximiza el beneficio.
- (c) Verifique que se cumple  $p \cdot PM_1 = w_1$  en el óptimo.

## Ejercicio 3: Minimización de Costos

### Datos

$f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$  (sustitutos perfectos)

$y = 100, \quad w_1 = 3, \quad w_2 = 5$

### Preguntas:

- (a) Resuelva el problema de minimización de costos.
- (b) Calcule la función de costo  $c(w_1, w_2, y)$ .
- (c) ¿Qué ocurre si  $w_1$  y  $w_2$  se intercambian?



# Resumen de la Unidad

## Tecnología

- Conjunto de producción
- Función de producción
- Isoquantas
- MP, TRS
- Rendimientos a escala

## Beneficio

- $\pi = py - wx$
- Costo de oportunidad
- $pPM_i = w_i$
- $RCE \Rightarrow \pi^* = 0$
- WAPM

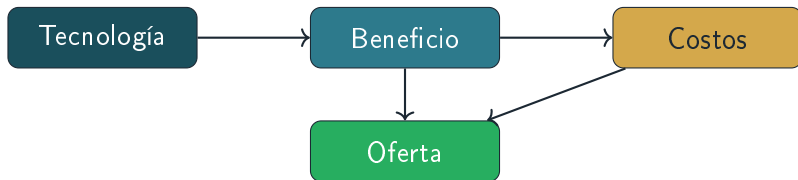
## Costos

- Minimización
- Isocostos
- $\frac{PM_1}{w_1} = \frac{PM_2}{w_2}$
- Función de costo
- CP vs LP

# ¿Qué Sigue? \_\_\_\_\_

Con estos bloques, ya podemos:

1. Derivar **curvas de oferta** de la firma
2. Enlazar con **equilibrio competitivo**
3. Volver a conectar con **elección intertemporal** y **oferta de trabajo**



# ¿Preguntas?

[briam.guerrero@intec.edu.do](mailto:briam.guerrero@intec.edu.do)

Scripts de R disponibles en el aula virtual