# Unidad 2.1: Ecuación de Slutsky y descomposición precio-ingreso

Apuntes del profesor (material complementario)

Instituto Tecnológico de Santo Domingo (INTEC)
Microeconomía II (ECO304)
Prof. Briam Guerrero

Basado en: Varian (2016). *Intermediate Microeconomics*, Capítulo 8

---

**Objetivos de aprendizaje**

Al final de la clase ustedes serán capaz de:

1. Distinguir **efecto sustitución** e **efecto ingreso** ante cambios de precio.
2. Aplicar el método **pivot & shift** y calcular la compensación $\Delta m = x_1\,\Delta p_1$.
3. Formular e interpretar la **identidad de Slutsky** (cambios finitos y derivadas).
4. Establecer el **signo del efecto sustitución** y la **Ley de la Demanda** (bienes normales).
5. Analizar casos: *sustitutos perfectos*, *complementos perfectos*, *cuasilineales*, *inferiores/Giffen*.
6. Interpretar **impuesto con rebate** y **tarifa eléctrica RTP** como rotaciones/desplazamientos.
7. Resolver ejercicios numéricos (énfasis financiero) descomponiendo con Slutsky.

## Flujo didáctico

**Motivación (preguntas guía)**

- ¿Qué dos cosas cambian cuando cambia un precio? → *precio relativo* (tasa de intercambio) y *poder adquisitivo*.
- Ejemplos rápidos (finanzas): ETF sustitutos; costo de energía para minar/operar; tasa de interés efectiva y consumo presente–futuro.

**Pivot & Shift (compensación Slutsky)**

- Pivot (cambia $p_1$, $m$ fijo) y ajuste de $m$ para que la canasta inicial siga siendo asequible:

$$m' = p_1' x_1 + p_2 x_2, \quad m = p_1 x_1 + p_2 x_2 \Rightarrow \Delta m = m' - m = x_1(p_1' - p_1) = x_1\,\Delta p_1.$$

- **Efecto de sustitución**: respuesta con $(p_1', m')$. **Efecto ingreso**: pasar de $(p_1', m')$ a $(p_1', m)$.

**Ecuación de Slutsky**

$$\Delta x_1 = \underbrace{\Delta x_1^s}_{\text{sustitución}} + \underbrace{\Delta x_1^n}_{\text{ingreso}}, \qquad \frac{\partial x_1}{\partial p_1} = \underbrace{\left.\frac{\partial x_1}{\partial p_1}\right|_{\text{compensada}}}_{\text{sustitución }<0} - x_m\, x_1.$$

- Sustitución siempre contrario al precio (para preferencias estándar).
- Ingreso: signo depende de si el bien es **normal** ($x_m > 0$) o **inferior** ($x_m < 0$).

**Casos de preferencias**

- **Complementos perfectos**: $\Delta x_1^s = 0$.
- **Sustitutos perfectos**: casi todo es $\Delta x_1^s$.
- **Cuasilineales** $u(x_1) + x_2$: $x_1$ no depende de $m \Rightarrow \Delta x_1^n = 0$.
- **Inferiores/Giffen**: ingreso se opone a sustitución (Giffen si lo domina).

**Política pública**

- **Impuesto con rebate**: nuevo bundle final era asequible antes $\Rightarrow$ por preferencias reveladas, el consumidor queda **peor** y consume **menos** del bien gravado.
- **Electricidad RTP**: pivot respecto a la base; reduce consumo pico sin empeorar al que permanezca en la base.

**Resolución guiada de ejemplos y práctica**

- Resolver Ejemplo 1 (cuasilineal) y Ejemplo 2 (demanda con $m$ y $p_1$).
- Ejercicios A–D: práctica con verificación $\Delta x_1 = \Delta x_1^s + \Delta x_1^n$.

**Cierre**

- Checkpoint: ¿cuándo el ingreso refuerza/contrarresta a la sustitución? Conclusión y mini-quiz oral.

# Identidades clave para usar en clase

$$\Delta m = x_1\,\Delta p_1, \quad \Delta x_1 = \Delta x_1^s + \Delta x_1^n, \quad \frac{\partial x_1}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1}{\partial p_1}\Big|_{\text{comp}} - x_m x_1.$$

- $\Delta x_1^s$ se calcula con precios nuevos y $m' = m + x_1\,\Delta p_1$.
- $\Delta x_1^n$ es el paso de $(p_1', m')$ a $(p_1', m)$.

# Ejemplos de clase (finanzas)

## Ejemplo 1 — Preferencias cuasilineales (activo líquido)

Utilidad $u(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2$, $p_2 = 1$, $m = 120$, $p_1 : 3 \to 2$.

$$\begin{aligned}
&\text{FOC: } \frac{1/x_1}{1} = p_1 \Rightarrow x_1^* = \frac{1}{p_1}.\\
&x_1(3) = \tfrac{1}{3} \approx 0.333, \quad x_1(2) = 0.5 \;\Rightarrow\; \Delta x_1 = +0.167.\\
&\Delta m = x_1 \Delta p_1 = (1/3)\cdot(2-3) = -1/3 \Rightarrow m' = 119.66\overline{6}.\\
&\text{Cuasilineal } \Rightarrow x_1 \text{ no depende de } m: \;\Delta x_1^n = 0,\; \Delta x_1^s = \Delta x_1 = 0.167.
\end{aligned}$$

**Lectura:** Todo el ajuste es sustitución (cambio de precio relativo).

**Ejemplo 2 — Demanda con $m$ y $p_1$**

Demanda $x_1(p_1, m) = 10 + \dfrac{m}{10\, p_1}$, $m = 120$, $p_1 : 3 \to 2$.

$$\begin{aligned}
&x_1(3,120) = 10 + \tfrac{120}{30} = 14, \qquad x_1(2,120) = 10 + \tfrac{120}{20} = 16.\\
&\Delta x_1 = +2.\\
&\Delta m = x_1(3,120) \cdot (2-3) = 14(-1) = -14 \Rightarrow m' = 106.\\
&x_1(2, m') = 10 + \tfrac{106}{20} = 15.3 \;\Rightarrow\; \Delta x_1^s = 15.3 - 14 = 1.3.\\
&\Delta x_1^n = 16 - 15.3 = 0.7 \quad \text{(bien normal, efectos se refuerzan).}
\end{aligned}$$

## Ejercicios de práctica con respuestas

**Ejercicio A — Demanda lineal en $m$ y $p_1$**

Dada $x_1(p_1, m) = 10 + \dfrac{m}{10p_1}$, con $m = 150$ y $p_1 : 5 \to 4$:

a) Calcule $\Delta m$.
b) Calcule $\Delta x_1^s$.
c) Calcule $\Delta x_1^n$.
d) Verifique $\Delta x_1 = \Delta x_1^s + \Delta x_1^n$.

**Respuesta**

$x_1(5, 150) = 10 + \dfrac{150}{50} = 13, \quad x_1(4, 150) = 10 + \dfrac{150}{40} = 16.75.$
$\Delta x_1 = 3.75. \quad \Delta m = 13 \cdot (4-5) = -13 \Rightarrow m' = 137.$
$\Delta x_1^s = x_1(4, m') - x_1(5, m) = \left(10 + \tfrac{137}{40}\right) - 13 = 0.425.$
$\Delta x_1^n = x_1(4, 150) - x_1(4, m') = 16.75 - 13.425 = 3.325.$
Chequeo: $0.425 + 3.325 = 3.75 = \Delta x_1$.

**Ejercicio B — Cuasilineal**

$u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + x_2,\ p_2 = 1,\ m = 100,\ p_1 : 4 \to 5.$

a) Halle $x_1^*$ antes y después.
b) Descomponga $\Delta x_1$ en $\Delta x_1^s$ y $\Delta x_1^n$.
c) Interprete.

**Respuesta**

FOC: $\frac{1}{2\sqrt{x_1}} = p_1 \Rightarrow x_1^* = \frac{1}{4p_1^2}$.
Antes: $x_1(4) = 1/64 = 0.015625$; después: $x_1(5) = 1/100 = 0.01$. $\Delta x_1 = -0.005625$.
$\Delta m = 0.015625 \cdot (5-4) = +0.015625 \Rightarrow m' = 100.015625.$
Pero $x_1$ no depende de $m \Rightarrow \Delta x_1^n = 0$, $\Delta x_1^s = \Delta x_1$. *Todo es sustitución.*

**Ejercicio C — Impuesto a gasolina con rebate**

Impuesto específico $t$: $p \to p + t$; el gobierno transfiere $R = t\,x'$ según consumo final.

a) Escriba la restricción presupuestaria antes y después.

b) Efecto sobre bienestar y consumo del bien gravado.

**Respuesta**

(a) Antes: $px + y = m$. Después: $(p + t)x' + y' = m + tx' \Rightarrow px' + y' = m$.

(b) El bundle final es asequible antes y no fue elegido $\Rightarrow$ por preferencias reveladas, el consumidor está **peor** y consume **menos** del bien gravado.

**Ejercicio D — Electricidad con RTP y línea base**

Explique por qué el plan con precio alto sobre el exceso respecto a la base y rebaja si se consume por debajo es un **pivot** en la base. Prediga demanda pico y bienestar.

**Respuesta**

La restricción rota en la cantidad base: por encima la pendiente aumenta ($p_{\text{pico}}$), por debajo cae (rebaja). Es un **pivot** que mantiene la base asequible. Predicción: menor demanda en horas pico (sustitución) y no empeora al que se queda en la base; típicamente mejora bienestar si se ajusta.

## Checklist exprés (pizarra)

- $\Delta m = x_1\,\Delta p_1$ (Slutsky): ajustar $m$ para que la canasta inicial siga siendo asequible con precios nuevos.
- $\Delta x_1^s \geq 0$ ante $p_1 \downarrow$ (preferencias estándar).
- Bien **normal**: ingreso refuerza sustitución $\Rightarrow$ Ley de la Demanda.
- **Cuasilineal**: $\Delta x_1^n = 0$. **Complementos perfectos**: $\Delta x_1^s = 0$.

## Cierre

Todo cambio de precio se descompone en **sustitución** (precio relativo) + **ingreso** (poder adquisitivo). La forma en que “mueves” la recta (pivot vs. shift) determina la predicción cuantitativa y la lectura de bienestar.