

Microeconomía I (ECO351)

U.8.2 Revisión de la ecuación de Slutsky y dotaciones iniciales del consumidor

Briam E. Guerrero B.

Instituto Tecnológico de Santo Domingo (INTEC)

2025 T4

Contenido de la unidad

- 1 Revisión de la ecuación de Slutsky
- 2 Compra y venta con dotaciones
- 3 Cambios en la dotación y en los precios
- 4 Curvas de oferta y demanda con dotación
- 5 Slutsky con dotación: efecto de la renta de la dotación
- 6 Oferta de trabajo y ocio
- 7 Mini-ejemplos y ejercicios para la pizarra
- 8 Resumen

Basado en Varian, Cap. 8 y 9

Recordatorio: ¿qué hace un cambio de precio?

- Cuando cambia p_1 :
 - Cambia la **tasa de intercambio** (pendiente de la recta presupuestaria).
 - Cambia el **poder adquisitivo** del consumidor.
- Descomposición:
 - ① **Efecto sustitución**: pivotear la recta manteniendo la canasta inicial asequible.
 - ② **Efecto ingreso (ordinario)**: desplazar la recta (más o menos ingreso real).
- En finanzas:
 - Cambio en tasa de interés efectiva de un crédito.
 - Cambio en el precio de la energía para una planta.
 - Cambio en el salario hora de un ingeniero financiero.

Gráfico de referencia: pivot + desplazamiento

- **Idea visual:** separar claramente:

- Pivot (mismo poder adquisitivo en la canasta original).
- Shift (nuevo ingreso real).

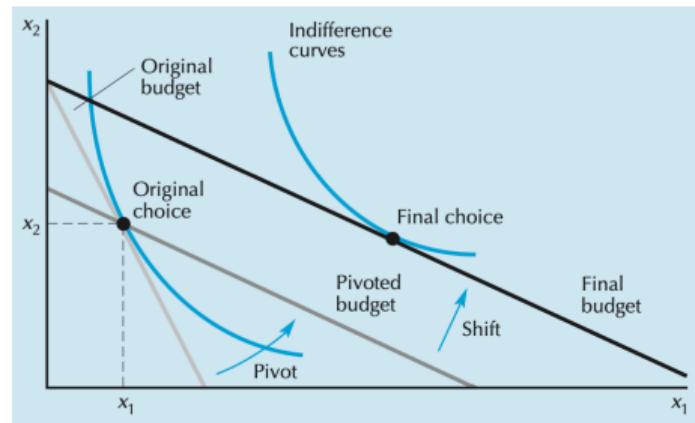


Gráfico R1. Efecto sustitución (pivot) y efecto ingreso (desplazamiento).

Fuente: Varian (2016), Cap. 8.

Ecuación de Slutsky (versión simple)

- Para cambios pequeños en p_1 :

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \underbrace{\frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1}}_{\text{sensible al ingreso}} + \underbrace{\frac{\Delta x_1^m}{\Delta m}}_{\text{canasta inicial}}$$

- Signos:**

- $\Delta x_1^s / \Delta p_1 < 0$ siempre (efecto sustitución va contra el precio).
- $\Delta x_1^m / \Delta m > 0$ si el bien es **normal**, < 0 si es **inferior**.

- Si el bien es normal, entonces:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} < 0$$

(ley de la demanda).

Ejemplo numérico de revisión (demanda lineal)

Ejemplo (como en la clase pasada):

$$x_1 = 10 + \frac{m}{10p_1}.$$

- Suponga $m = 120$, $p_1 : 3 \rightarrow 2$.
- Tarea de revisión para la pizarra:

- ① Calcule x_1 antes y después.
- ② Calcule el ingreso de compensación $\Delta m = x_1 \Delta p_1$.
- ③ Descomponga Δx_1 en:

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s + \Delta x_1^m.$$

- **Nota:** las soluciones detalladas estarán en la guía del profesor.

De ingreso dado a dotación inicial

- Antes: ingreso m era **exógeno**.
- Ahora: el ingreso viene de vender una **dotación inicial** (ω_1, ω_2) :

$$m = p_1\omega_1 + p_2\omega_2.$$

- Ejemplo (finanzas):
 - Estudiante de ingeniería financiera llega al mercado con:

$$\omega_1 = \text{bonos}, \quad \omega_2 = \text{ETF de acciones}.$$

- Puede vender parte de la dotación y recomprar otra combinación.
- Notaremos:
 - **Demanda bruta** x_i : lo que el agente *termina consumiendo*.
 - **Demanda neta** $x_i - \omega_i$: lo que compra (si > 0) o vende (si < 0).

Restricción presupuestaria con dotación

- Con dotación (ω_1, ω_2) y precios (p_1, p_2) :

$$p_1x_1 + p_2x_2 = p_1\omega_1 + p_2\omega_2.$$

- En términos de **demandas netas**:

$$p_1(x_1 - \omega_1) + p_2(x_2 - \omega_2) = 0.$$

- Interpretación:

- El valor de lo que compras = valor de lo que vendes.

- Gráficamente:

- Misma pendiente de antes: $-\frac{p_1}{p_2}$.
 - La recta pasa por el punto de dotación (ω_1, ω_2) .

Gráfico: recta presupuestaria pasando por la dotación

- **Punto clave:** la dotación *siempre* es asequible.
- Cualquier canasta en la recta puede obtenerse comprando/vendiendo en el mercado.

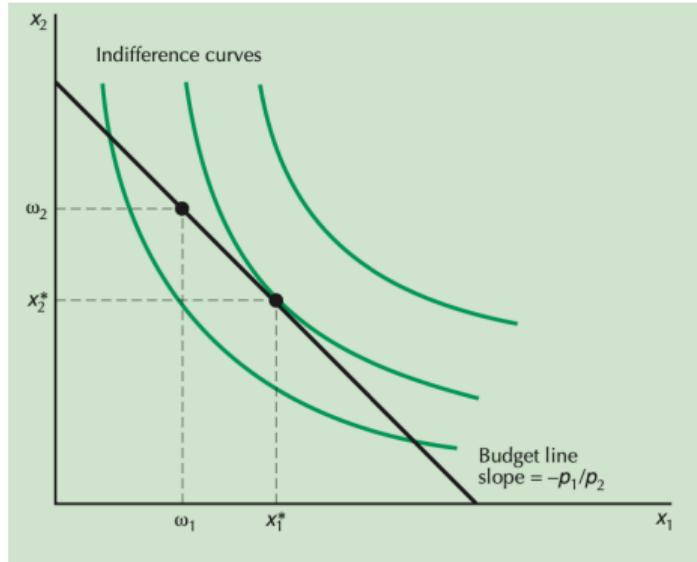


Gráfico 1. Recta presupuestaria con dotación inicial.

Fuente: Varian (2016), Cap. 9

Comprador neto vs vendedor neto

- Si $x_1 > \omega_1$:

$x_1 - \omega_1 > 0 \Rightarrow$ comprador neto de bien 1.

- Si $x_1 < \omega_1$:

$x_1 - \omega_1 < 0 \Rightarrow$ vendedor neto de bien 1.

- Igual para el bien 2.

- Ejemplo (finanzas):

- Un trader llega con $\omega_1 = 100$ acciones de un banco, $\omega_2 = 0$ bonos.

- Si termina con $x_1 = 40$ y $x_2 > 0$: fue **vendedor neto** de acciones y **comprador neto** de bonos.

Cambios en el valor de la dotación

- **Caso 1:** la nueva dotación ω' vale menos:

$$p_1\omega_1 + p_2\omega_2 > p_1\omega'_1 + p_2\omega'_2.$$

- Recta presupuestaria se desplaza hacia adentro (paralela).
- El agente está **peor** (menos conjuntos factibles).

- **Caso 2:** la nueva dotación vale más:

$$p_1\omega_1 + p_2\omega_2 < p_1\omega'_1 + p_2\omega'_2.$$

- Recta se desplaza hacia afuera.
- El agente está **mejor** (más conjuntos factibles).

Gráfico: cambios en el valor de la dotación

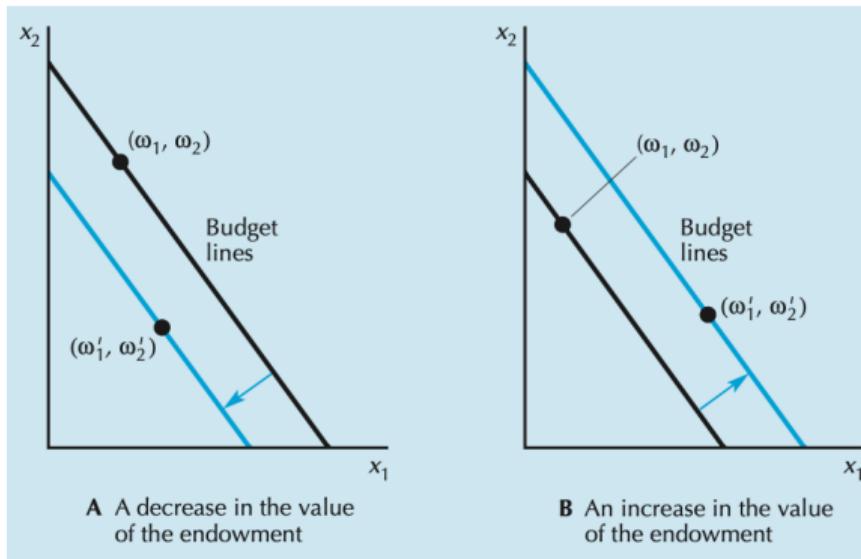


Gráfico 2. A: caída en el valor de la dotación. B: aumento en el valor de la dotación.

Fuente: Varian (2016), Cap. 9

Cambio en el precio de un bien con dotación

- Antes: cuando cambiaba p_1 , m era fijo.
- Ahora: $m = p_1\omega_1 + p_2\omega_2$ cambia con p_1 .
- La recta presupuestaria:
 - **Gira** alrededor de la dotación (ω_1, ω_2) .
- Efectos de bienestar dependen de si eres:
 - **Vendedor neto**: que baje el precio es mala noticia.
 - **Comprador neto**: que baje el precio es buena noticia.

Cuando baja el precio de lo que vendes

- Si eres **vendedor neto** de bien 1 y p_1 baja:
 - La recta pivota y sigues vendiendo el bien (permaneces a la izquierda de la dotación).
 - Por **preferencias reveladas**: estás **peor** que antes.

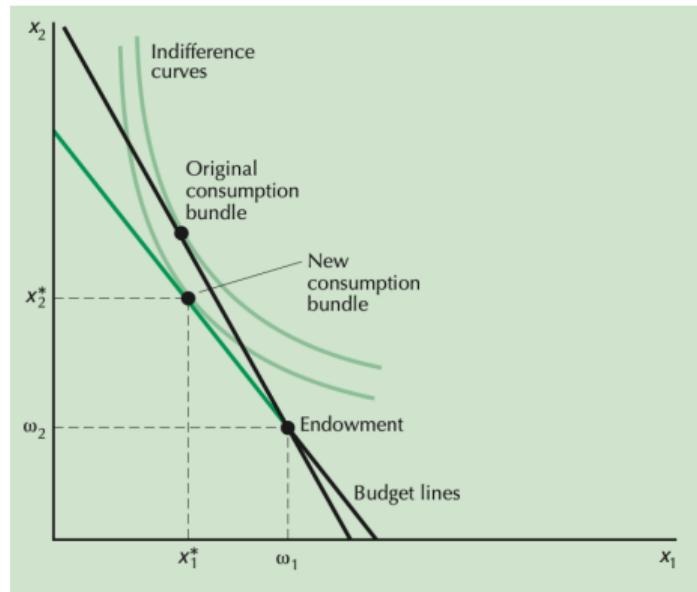


Gráfico 3. Caída de p_1 para un vendedor neto que sigue vendiendo.

Cuando baja el precio de lo que compras

- Si eres **comprador neto** de bien 1 y p_1 baja, y sigues siendo comprador:
 - Por **preferencias reveladas**: estás **mejor** que antes.
 - Nunca “brincas” a ser vendedor cuando el precio baja.
- Simétrico:
 - Si vendes algo y su precio sube, no saltas a ser comprador.

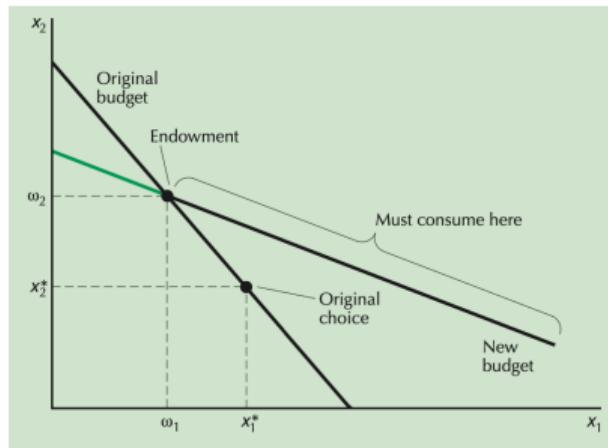


Gráfico 4. Caída de p_1 para un comprador neto (sigue comprando).

Fuente: Varian (2016), Cap. 9

Curva oferta-precio y curva de demanda

- **Curva oferta-precio (offer curve):**

- Conjunto de canastas óptimas $(x_1(p_1), x_2(p_1))$ para distintos p_1 .
- Siempre pasa por la dotación (ω_1, ω_2) .

- **Curva de demanda bruta** de x_1 :

- Relación entre p_1 y $x_1(p_1)$.

- Dependiendo de p_1 :

- A veces eres comprador neto ($x_1 > \omega_1$).
- A veces vendedor neto ($x_1 < \omega_1$).

Gráfico: offer curve y demanda bruta

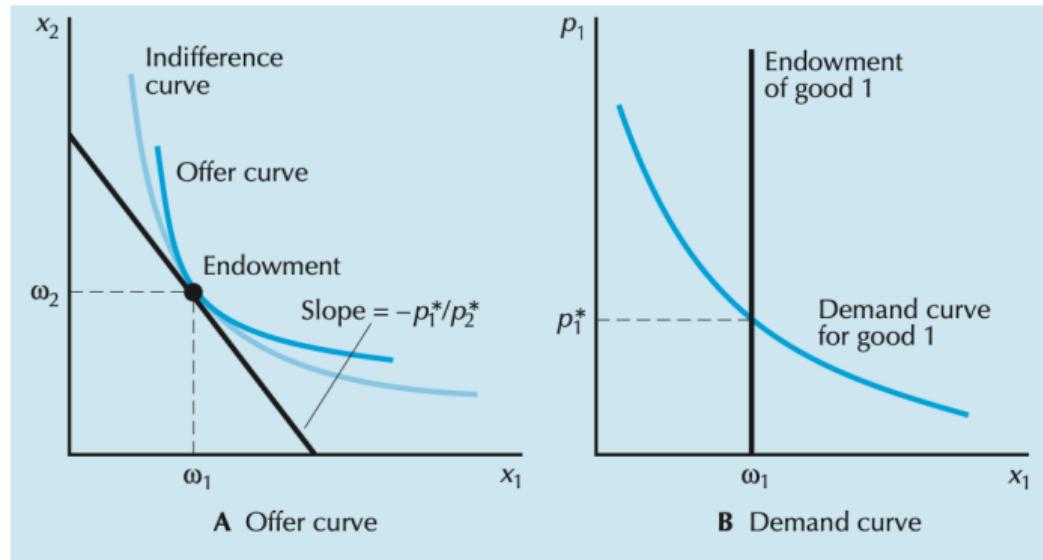


Gráfico 5. Curva de oferta-precio y curva de demanda con dotación.

Fuente: Varian (2016), Cap. 9

Demanda bruta, demanda neta y oferta neta

- **Demanda bruta:**

$$x_1(p_1, p_2).$$

- **Demanda neta** (si > 0):

$$d_1(p_1, p_2) = x_1(p_1, p_2) - \omega_1.$$

- **Oferta neta** (si > 0):

$$s_1(p_1, p_2) = \omega_1 - x_1(p_1, p_2).$$

- **Idea:** la oferta es “demanda negativa”.

Gráfico: demanda neta y oferta neta

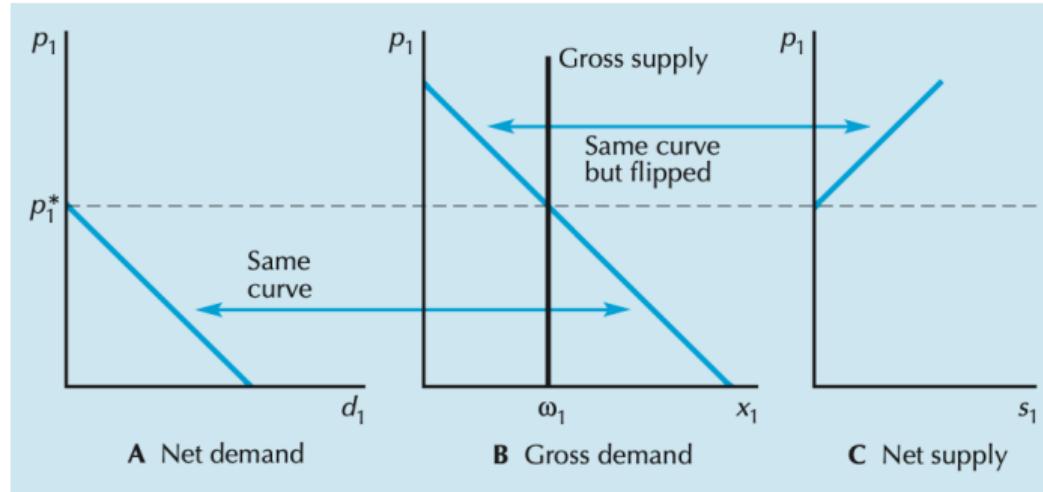


Gráfico 6. Demanda bruta, demanda neta y oferta neta.

Fuente: Varian (2016), Cap. 9

Slutsky revisitado con dotación

- Ahora hay dos razones por las que cambia el “ingreso real” cuando cambia p_1 :
 - ➊ **Efecto ingreso ordinario:** como en Cap. 8 (cambiar precios manteniendo asequible la canasta original).
 - ➋ **Efecto ingreso por dotación:** cambia el valor de lo que tienes para vender.
- La versión extendida de Slutsky:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} + (\omega_1 - x_1) \frac{\Delta x_1^m}{\Delta m}.$$

- Si x_1 es un bien **normal**:

$$\frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} > 0.$$

Descomposición gráfica de Slutsky con dotación

- Movimiento total $A \rightarrow C$:

- $A \rightarrow B$: efecto sustitución.
- $B \rightarrow D$: efecto ingreso ordinario.
- $D \rightarrow C$: efecto ingreso por la dotación (cambio en el valor de ω).

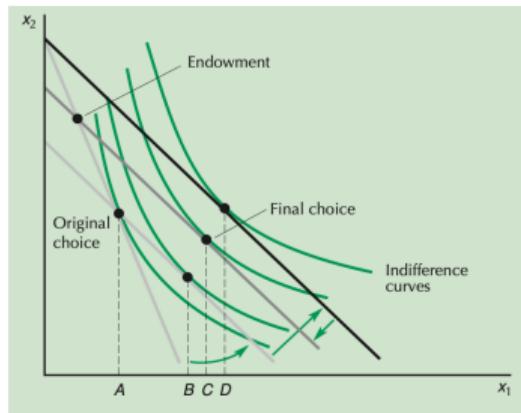


Gráfico 7. Efectos de un cambio de precio con dotación.

Fuente: Varian (2016), Cap. 9

Ejemplo financiero: agricultor lechero

Ejemplo tipo Varian:

- Agricultor produce $\omega_1 = 40$ cuartos de leche.
- Demanda para su propio consumo:

$$x_1 = 10 + \frac{m}{10p_1}.$$

- Caso del libro:
 - p_1 pasa de 3 a 2, $m = p_1\omega_1$.
 - Resultado: puede terminar consumiendo más leche cuando el precio sube, si el efecto ingreso por dotación domina.
- Discusión en clase:
 - Ver cómo cada término de Slutsky actúa:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = (\text{sustitución}) + (\text{ingreso ordinario}) + (\text{ingreso por dotación}).$$

Trabajo y ocio como problema de dotación

- Tiempo total disponible: L horas (dotación de tiempo).

- Partición:

$$L = \text{trabajo} + \text{ocio} = \ell + R.$$

- Salario nominal: w , precio del consumo: p .

- No-labor income (ingreso no laboral): M .

- Restricción original:

$$pC = M + w\ell.$$

- Reescribiendo en términos de ocio $R = L - \ell$:

$$pC + wR = p\bar{C} + w\bar{R},$$

donde (\bar{C}, \bar{R}) es la dotación: consumo si no trabajas y todo el tiempo es ocio.

Gráfico: elección consumo-ocio

- La recta presupuestaria:
 - Pasa por la dotación (\bar{R}, \bar{C}) .
 - Tiene pendiente $-\frac{w}{p}$ (el salario real).
- Óptimo: TMS entre ocio y consumo = salario real.

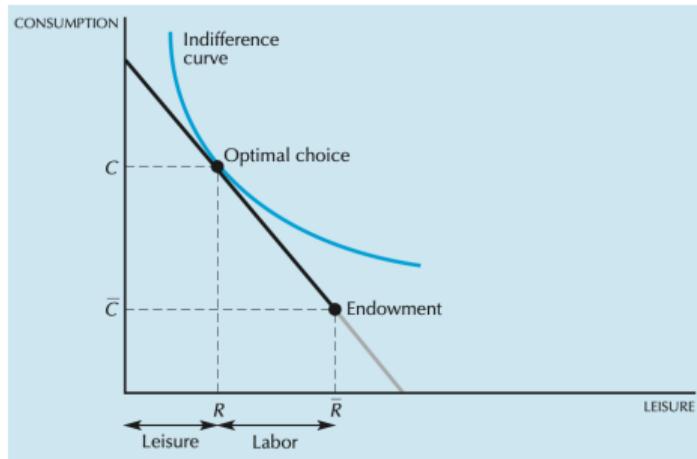


Gráfico 8. Oferta de trabajo como elección consumo-ocio.

Fuente: Varian (2016), Cap. 9

Comparativa estática: oferta de trabajo

- Cuando el salario w aumenta:

- **Efecto sustitución:** ocio es más caro \Rightarrow trabajas más.
- **Efecto ingreso (por dotación de tiempo):** tu tiempo vale más \Rightarrow podrías “comprar” más ocio y trabajar menos.

- Si el ocio es un **bien normal**:

$$\frac{\Delta R}{\Delta w} = \underbrace{\text{sustitución}}_{<0} + \underbrace{(R - \bar{R}) \frac{\Delta R}{\Delta m}}_{\text{ingreso por dotación, } \geq 0}$$

el signo de la oferta de trabajo es **ambiguo**.

- Resultado famoso: **oferta de trabajo puede ser “doblada hacia atrás”**.

Gráfico: oferta de trabajo con posible curva hacia atrás

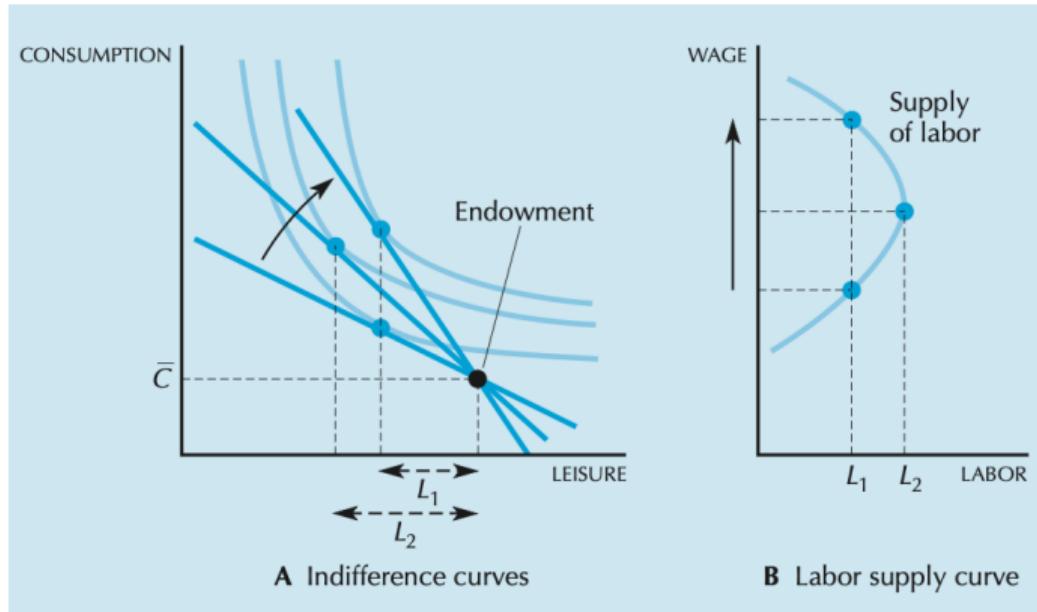


Gráfico 9. Curva de oferta de trabajo “doblada hacia atrás”.

Fuente: Varian (2016), Cap. 9

Horas extra (overtime) vs aumento simple de salario

- Aumento de salario para todas las horas:
 - Efecto sustitución + efecto ingreso \Rightarrow oferta de trabajo puede subir o bajar.
- Pago de horas extra:
 - Salario igual hasta cierto número de horas, y mayor después.
 - El “codo” de la recta está en la elección original.
 - Efecto casi puro de sustitución en las horas adicionales \Rightarrow oferta de trabajo **aumenta**.

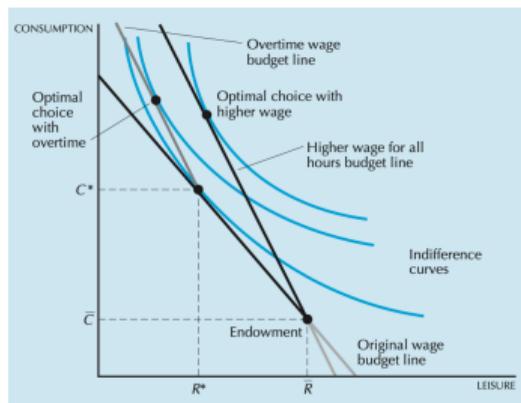


Gráfico 10. Horas extra vs aumento simple del salario.

Fuente: Varian (2016), Cap. 9

Mini-ejemplo 1 (dotación y finanzas personales)

Un ingeniero financiero tiene una dotación:

$$\omega_1 = 50 \text{ ETF de acciones}, \quad \omega_2 = 100 \text{ bonos.}$$

Precios iniciales: $p_1 = 40$, $p_2 = 20$.

- (a) Calcule el valor de la dotación y trace la recta presupuestaria (eje $x_1 = \text{ETF}$).
- (b) Suponga que prefiere una canasta $(x_1, x_2) = (30, 140)$. ¿Es comprador o vendedor neto de cada activo?
- (c) p_1 cae a 30 y sigue prefiriendo consumir más ETF que la dotación. Discuta gráficamente el efecto sobre su bienestar.

Nota: resolveremos esto en detalle en la guía del profesor.

Mini-ejemplo 2 (Slutsky con dotación)

Suponga que x_1 es un bien **normal** y el individuo tiene dotación $\omega_1 > x_1$ (vendedor neto de 1).

- (a) Use la ecuación

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} + (\omega_1 - x_1) \frac{\Delta x_1^m}{\Delta m}$$

para discutir el signo de $\Delta x_1 / \Delta p_1$.

- (b) Interprete el resultado en palabras (piense en el agricultor que vende leche en el texto).

Mini-ejemplo 3 (oferta de trabajo)

Un analista junior tiene 16 horas de tiempo “despierto” al día: $L = 16$.

- Salario $w = 10$ USD/hora, precio del consumo $p = 1$, ingreso no laboral $M = 0$.
- (a) Dibuje la recta consumo-ocio y marque la dotación (todo ocio, sin trabajo).
- (b) Describa qué pasa cuando el salario aumenta a $w = 20$:
 - ¿Cómo cambian el efecto sustitución y el de ingreso?
 - ¿En qué condiciones podría trabajar menos con un salario más alto?

Resumen de la unidad

- La dotación (ω_1, ω_2) reemplaza al “ingreso exógeno”: $m = p_1\omega_1 + p_2\omega_2$.
- **Demanda bruta:** x_i ; **demandas neta:** $x_i - \omega_i$; **oferta neta:** $\omega_i - x_i$.
- La recta presupuestaria:
 - Tiene pendiente $-p_1/p_2$ y pasa por la dotación.
- Slutsky con dotación agrega un **efecto ingreso por el valor de la dotación**.
- La oferta de trabajo surge como un caso especial de dotación de tiempo:
 - El salario real es el precio del ocio.
 - La oferta de trabajo puede ser creciente o “doblada hacia atrás”.
- Muchas aplicaciones en finanzas: portafolios iniciales, cambios en precios de activos, salarios e incentivos de horas extra.