Microeconomía II (ECO304)

U.1 y U.2 Teoría de la Firma I: Tecnología, Beneficio y Costos

Briam E. Guerrero B.

Instituto Tecnológico de Santo Domingo (INTEC)

2026 T1

Hoja de Ruta

Sección 1

La Firma como Optimizadora

Del Consumidor a la Firma

El Consumidor

- Maximiza **utilidad**
- Sujeto a restricción presupuestaria
- Curvas de indiferencia
- Recta presupuestaria
- TMS = relación de precios

La Firma

- Maximiza **beneficio**
- Sujeto a restricción tecnológica
- **Isoquantas**
- **Isocostos** / Isobeneficios
- TRS = relación de precios

$\longrightarrow$ **Misma lógica, diferente contexto**

Los Tres Problemas de la Firma

1. **Tecnología** (Cap. 19)
   - ¿Qué combinaciones de insumos producen qué niveles de output?
   - Concepto clave: **función de producción**
2. **Maximización del Beneficio** (Cap. 20)
   - ¿Cómo elige la firma y e insumos cuando toma precios como dados?
   - Concepto clave: **valor del producto marginal = costo del factor**
3. **Minimización de Costos** (Cap. 21)
   - ¿Cómo producir y unidades al menor costo posible?
   - Concepto clave: **función de costo**

Sección 2

Tecnología y Producción

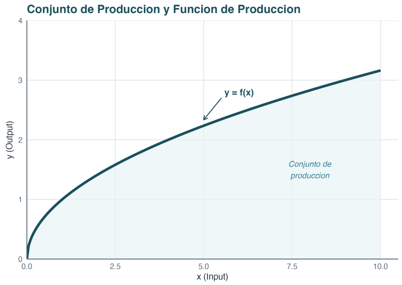
El Conjunto de Producción

- **Inputs/factores**: trabajo, capital, materias primas
- **Output**: cantidad producida y
- **Conjunto de producción**:

$$Y = \{(x_1, \dots, x_n, y) : \text{posible}\}$$

- **Función de producción**: frontera eficiente

$$y = f(x_1, \dots, x_n)$$



Ejemplos de Funciones de Producción

Sustitutos Perfectos

$$y = x_1 + x_2$$

Dos tipos de combustible que producen la misma energía

Complementos Perfectos

$$y = \min\{x_1, x_2\}$$

Un trabajador + una máquina

Cobb-Douglas

$$y = Ax_1^{\alpha}x_2^{\beta}$$

Sustitución suave entre factores

Heurística: piensa qué pasa si duplicas **todos** los factores

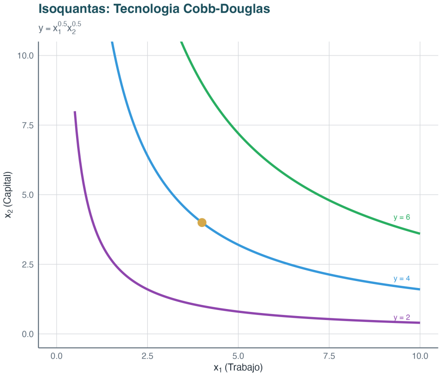
Isoquantas: El Análogo a Curvas de Indiferencia

- Para y fijo:

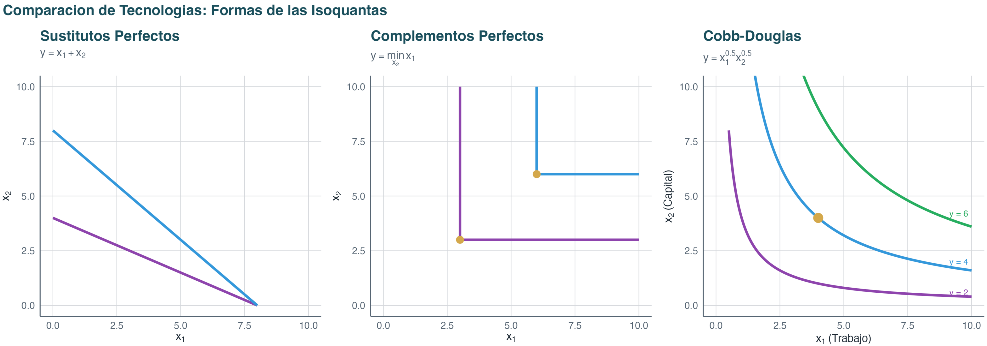
$$\{(x_1, x_2) : f(x_1, x_2) = y\}$$

  es una **isoquanta**

- Propiedades:
  - Hacia el origen = menos output
  - Más alejadas = más output
  - No se cruzan
  - Convexas (tecnología bien comportada)



Comparación de Tecnologías



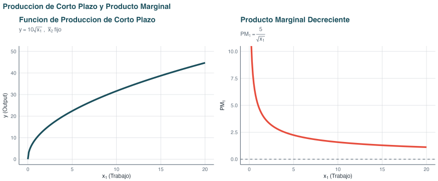
Producto Marginal y Tasa Técnica de Sustitución

Producto marginal del factor 1:

$$\mathrm{PM}_1(x_1, x_2) = \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1}$$

Tasa técnica de sustitución:

$$\mathrm{TRS}_{12} = \left.\frac{dx_2}{dx_1}\right|_{y \text{ fijo}} = -\frac{\mathrm{PM}_1}{\mathrm{PM}_2}$$



Analogía

TRS $\leftrightarrow$ TMS del consumidor

Producto Marginal Decreciente vs. Rendimientos a Escala

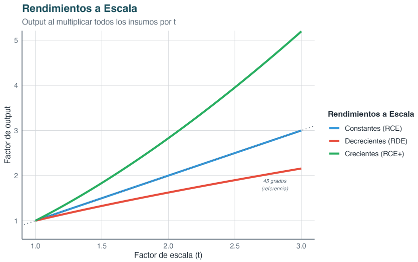
No confundir

- **PM decreciente**: cambias **un** input, resto fijo
- **Rendimientos a escala**: cambias **todos** proporcionalmente

Rendimientos a escala para $t > 1$:

- **Constantes**: $f(tx) = tf(x)$
- **Crecientes**: $f(tx) > tf(x)$
- **Decrecientes**: $f(tx) < tf(x)$

Cobb-Douglas $y = Ax_1^{\alpha}x_2^{\beta}$: $\alpha + \beta = 1$ RCE, > 1 IRS, < 1 DRS



Sección 3

Maximización del Beneficio

Definición de Beneficio

Beneficio Económico

$$\pi = \underbrace{p \cdot y}_{\text{Ingreso}} - \underbrace{\sum_{i=1}^{m} w_i x_i}_{\text{Costo}}$$

- **Costo de oportunidad**: valora **todos** los factores al precio de mercado
  - Incluye el tiempo del dueño
  - Incluye el capital propio invertido
- **Firma competitiva** toma como dados:
  - Precio del output p
  - Precios de los inputs w_i

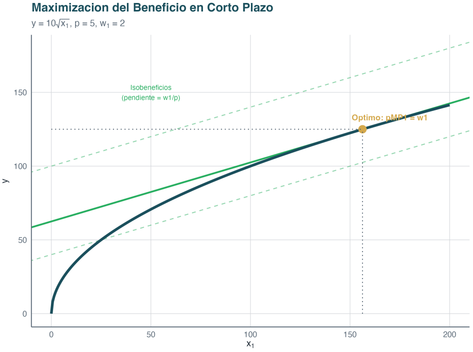
Maximización en el Corto Plazo

Problema (con x_2 fijo):

$$\max_{x_1} \pi(x_1) = pf(x_1, \bar{x}_2) - w_1 x_1 - w_2 \bar{x}_2$$

Condición de primer orden:

$$p \cdot \mathrm{PM}_1(x_1^*, \bar{x}_2) = w_1$$



Regla de Oro

Valor del producto marginal =
Costo marginal del factor

Isobeneficios y Condición de Tangencia

Escribimos el beneficio como:

$$\pi = py - w_1 x_1 - w_2 \bar{x}_2$$

Despejando y:

$$y = \frac{\pi}{p} + \frac{w_2 \bar{x}_2}{p} + \frac{w_1}{p} x_1$$

- Son **isobeneficios**: rectas con pendiente w_1/p
- Beneficio máximo: isobeneficio más alto que toca la función de producción
- **Condición**:

$$\mathrm{PM}_1 = \frac{w_1}{p}$$

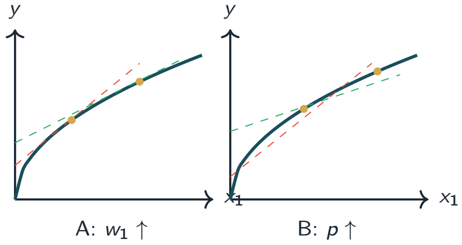
Estática Comparativa

Si w_1 sube:

- Isobeneficios más empinados
- Tangencia en x_1 más bajo
- $x_1^* \downarrow$ (demanda del factor cae)

Si p sube:

- Isobeneficios menos empinados
- $x_1^* \uparrow$ y $y^* \uparrow$
- **Curva de oferta positivamente inclinada**



Beneficio y Rendimientos a Escala

- **RCE + competencia** $\Rightarrow$ beneficio máximo = 0
  - Pero todos los factores reciben su retribución
  - No es "malo": beneficio económico cero
- **Rendimientos crecientes**:
  - Beneficio puede crecer sin límite
  - El modelo competitivo "explota"
  - $\Rightarrow$ Monopolios naturales
- **Rendimientos decrecientes**:
  - Beneficio positivo para tamaños intermedios
  - Modelo competitivo bien definido

Implicación

Para que la competencia perfecta funcione, necesitamos tecnologías con RCE o RDE.

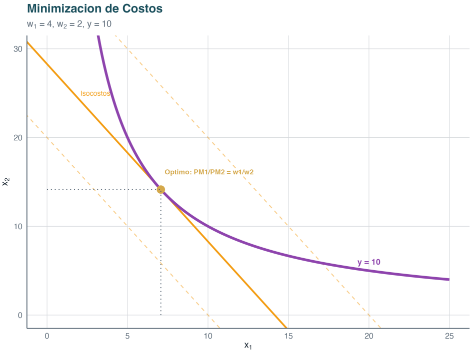
Sección 4

Minimización de Costos

El Problema de Minimización de Costos

Problema: Dado un nivel de output y, encontrar la combinación de insumos más barata.

$$\min_{x_1, x_2} \; w_1 x_1 + w_2 x_2 \quad \text{s.a.} \quad f(x_1, x_2) \geq y$$



Solución:

- **Demandas condicionadas**: $x_i(w_1, w_2, y)$
- **Función de costo**: $c(w_1, w_2, y) = w_1 x_1^* + w_2 x_2^*$

Isocostos y Condición de Tangencia

Línea de isocosto:

$$C = w_1 x_1 + w_2 x_2 \quad \Rightarrow \quad x_2 = \frac{C}{w_2} - \frac{w_1}{w_2} x_1$$

Condición de tangencia (óptimo interior):

$$-\frac{\mathrm{PM}_1}{\mathrm{PM}_2} = -\frac{w_1}{w_2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{\mathrm{PM}_1}{w_1} = \frac{\mathrm{PM}_2}{w_2}}$$

Interpretación

El último dólar gastado en cada insumo produce la **misma** contribución marginal al output.

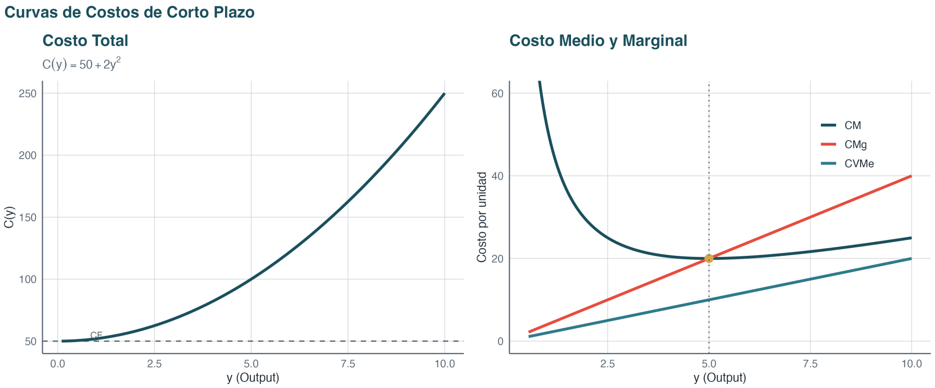
Funciones de Costo: Ejemplos

Cuadro: Resumen de Tecnologías de Producción

Tecnología	Función	Isoquantas	TRS	Costo
Sust. Perfectos	$y = x_1 + x_2$	Lineales	-1	$\min\{w_1, w_2\}y$
Compl. Perfectos	$y = \min\{x_1, x_2\}$	En L	0 o ∞	$(w_1 + w_2)y$
Cobb-Douglas	$y = Ax_1^{\alpha}x_2^{\beta}$	Convexas	$-\frac{\alpha x_2}{\beta x_1}$	$Kw_1^a w_2^b y^c$

Donde $a = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}$, $b = \frac{\beta}{\alpha+\beta}$, $c = \frac{1}{\alpha+\beta}$.

Curvas de Costos de Corto Plazo



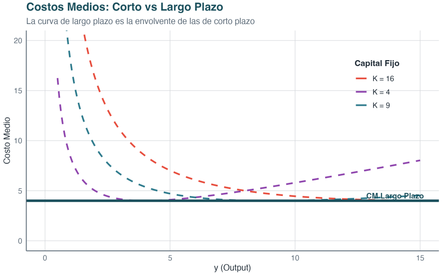
- **CM** (Costo Medio): $C(y)/y$
- **CMg** (Costo Marginal): dC/dy
- CMg corta a CM en su mínimo

Costos de Corto vs. Largo Plazo

- **Largo plazo**: todos los insumos variables
  - Costo mínimo "pleno"
- **Corto plazo**: al menos un insumo fijo
  - Costos fijos que no dependen de y
- **Propiedad fundamental**:

$$C_{LP}(y) \leq C_{CP}(y) \quad \forall y$$

- La curva de LP es la **envolvente** de las de CP



Rendimientos a Escala y Costos Medios

IRS $\longrightarrow$ CM decrecientes

RCE $\longrightarrow$ CM constantes

DRS $\longrightarrow$ CM crecientes

Esta conexión es fundamental para la forma de la curva de oferta y los problemas de competencia perfecta.

Sección 5

Aplicaciones en R

Código R: Función de Producción

```r
# Funcion de produccion Cobb-Douglas
prod_CD <- function(x1, x2, A = 1, alpha = 0.5, beta = 0.5) {
  A * x1^alpha * x2^beta
}
# Ejemplo: cuanto producimos con x1=4, x2=9?
x1 <- 4; x2 <- 9
y <- prod_CD(x1, x2)
cat("Output:", y)  # Output: 6
# Producto marginal
MP1 <- function(x1, x2, alpha = 0.5) {
  alpha * prod_CD(x1, x2) / x1
}
# Verificar rendimientos a escala
t <- 2
y_original <- prod_CD(4, 9)
y_escalado <- prod_CD(t*4, t*9)
cat("Ratio:", y_escalado / y_original)  # = 2 (RCE)
```

Código R: Maximización del Beneficio

```r
# Parametros
p <- 5     # precio del output
w1 <- 2    # salario
# Funcion de produccion de corto plazo
prod_SR <- function(x1) 10 * sqrt(x1)
# Funcion de beneficio
beneficio <- function(x1) p * prod_SR(x1) - w1 * x1
# Encontrar el maximo: pMP1 = w1
# MP1 = 5/sqrt(x1), entonces 5*(5/sqrt(x1)) = 2 => x1* = 156.25
x1_opt <- (25/2)^2
y_opt <- prod_SR(x1_opt)
pi_opt <- beneficio(x1_opt)
cat("x1* =", x1_opt, ", y* =", y_opt, ", pi* =", pi_opt)
```

Sección 6

Ejercicios y Resumen

Ejercicio 1: Tecnología Cobb-Douglas

Datos

$f(x_1, x_2) = Ax_1^{0.3}x_2^{0.7}$

Preguntas:

(a) ¿Qué tipo de rendimientos a escala tiene esta tecnología?

(b) Calcule PM_1 y PM_2.

(c) Calcule la TRS.

Pistas

- Para (a): suma los exponentes
- Para (b): deriva con respecto a cada factor
- Para (c): $\mathrm{TRS} = -\mathrm{PM}_1/\mathrm{PM}_2$

Ejercicio 2: Beneficio de Corto Plazo

Datos

$y = f(x_1, \bar{x}_2) = 10\sqrt{x_1}, \quad p = 5, \quad w_1 = 2$

Preguntas:

(a) Escriba el beneficio como función de x_1.
(b) Encuentre x_1^* que maximiza el beneficio.
(c) Verifique que se cumple $p \cdot \mathrm{PM}_1 = w_1$ en el óptimo.

Ejercicio 3: Minimización de Costos

Datos

$f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$ (sustitutos perfectos)
$y = 100, \quad w_1 = 3, \quad w_2 = 5$

Preguntas:

(a) Resuelva el problema de minimización de costos.
(b) Calcule la función de costo $c(w_1, w_2, y)$.
(c) ¿Qué ocurre si w_1 y w_2 se intercambian?

Resumen de la Unidad

Tecnología

- Conjunto de producción
- Función de producción
- Isoquantas
- MP, TRS
- Rendimientos a escala

Beneficio

- $\pi = py - wx$
- Costo de oportunidad
- $p\mathrm{PM}_i = w_i$
- RCE $\Rightarrow \pi^* = 0$
- WAPM

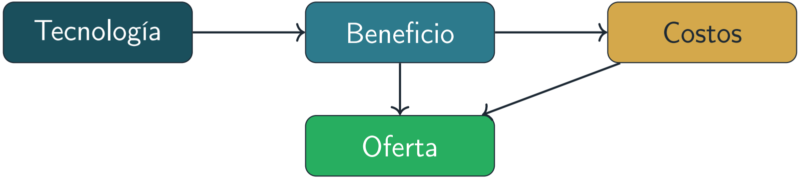
Costos

- Minimización
- Isocostos
- $\frac{\mathrm{PM}_1}{w_1} = \frac{\mathrm{PM}_2}{w_2}$
- Función de costo
- CP vs LP

¿Qué Sigue?

Con estos bloques, ya podemos:

1. Derivar **curvas de oferta** de la firma
2. Enlazar con **equilibrio competitivo**
3. Volver a conectar con **elección intertemporal** y **oferta de trabajo**



¿Preguntas?

briam.guerrero@intec.edu.do

Scripts de R disponibles en el aula virtual