Microeconomía II (ECO304)

U.4 Equilibrio General e Intercambio

Briam E. Guerrero B.

Instituto Tecnológico de Santo Domingo (INTEC)

2026 T1

Hoja de Ruta

Sección 1

Equilibrio Parcial vs. Equilibrio General

Del Equilibrio Parcial al General

Equilibrio Parcial

- Un solo mercado aislado
- Ceteris paribus: precios de otros bienes fijos
- $D(p) = S(p)$
- Lo que hicimos hasta ahora (Cap. 16)

Equilibrio General

- Todos los mercados simultáneamente
- Precios afectan ingreso... e ingreso afecta precios
- Bienes sustitutos y complementos
- Interdependencia total (Cap. 32)

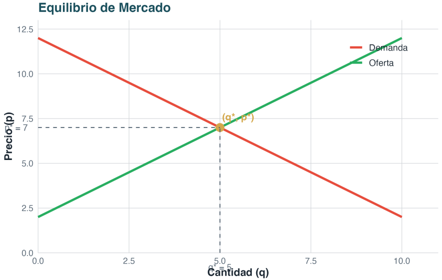
Eq. Parcial $\longrightarrow$ Eq. General

¿Qué pasa cuando todo interactúa?

Repaso: Equilibrio de Mercado (Cap. 16)

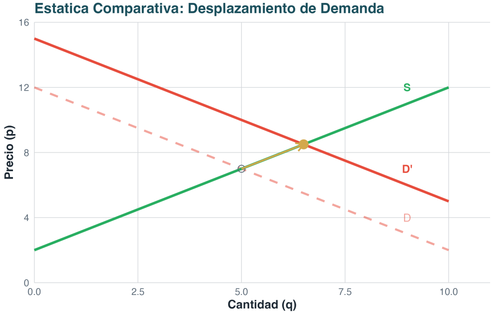
- **Mercado competitivo**: agentes son precio-aceptantes
- **Precio de equilibrio**: $D(p^*) = S(p^*)$
- Equivalentemente: $P_d(q) = P_s(q)$
- Ejemplo lineal:

$$D(p) = a - bp$$
$$S(p) = c + dp$$
$$p^* = \frac{a - c}{b + d}$$



Estática Comparativa

- ¿Qué pasa cuando cambia algo?
- **Desplazamiento de demanda**:
  - Aumento de ingreso, cambio en preferencias
  - $D \to D'$: sube p^* y q^*
- **Desplazamiento de oferta**:
  - Cambio tecnológico, precio de insumos
  - $S \to S'$: baja p^*, sube q^*
- **Clave**: cada curva se desplaza *por separado*

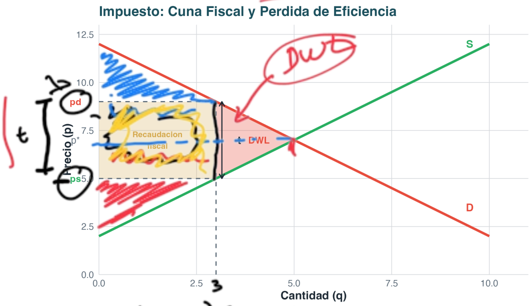


Impuestos: Cuña Fiscal y Pérdida de Eficiencia

Deadweight loss

- Con impuesto t: $p_d = p_s + t$
- Equilibrio: $D(p_s + t) = S(p_s)$
- O bien: $P_d(q) = P_s(q) + t$
- **Recaudación fiscal**: $t \times q_t$
- **Pérdida de eficiencia** (DWL): triángulo

$$DWL = \frac{1}{2} t \cdot (q^* - q_t)$$



(pd - ps)(3 - 0)

q_t q^*

- ¿Quién paga más?
  - Oferta plana $\Rightarrow$ consumidor paga todo
  - Oferta vertical $\Rightarrow$ productor paga todo

Eficiencia de Pareto en Equilibrio Parcial

Definición: Eficiencia de Pareto

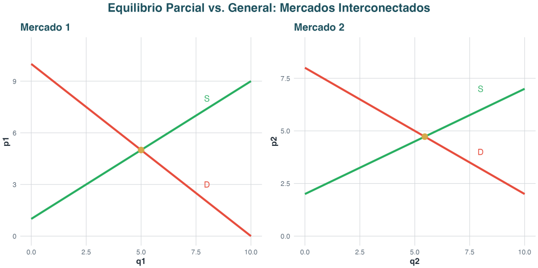
Una asignación es **Pareto eficiente** si no existe otra asignación que mejore a alguien sin empeorar a otro.

- En equilibrio: $P_d(q^*) = P_s(q^*)$
- Es decir: **disposición marginal a pagar = costo marginal**
- No hay ganancias del comercio sin explotar
- Impuestos crean **ineficiencia**: $P_d(q_t) > P_s(q_t)$

Limitación del equilibrio parcial

Ignora efectos cruzados entre mercados. El cambio en un mercado afecta precios e ingresos en otros. Necesitamos **equilibrio general**.

¿Por Qué Equilibrio General?



Ejemplo: Café y Té

1. Sube el precio del café
2. ⇒ Aumenta demanda de té (sustituto)
3. ⇒ Sube precio del té
4. ⇒ Parte de la demanda vuelve al café
5. ⇒ ¿Dónde termina?

Equilibrio general: todos los mercados se ajustan simultáneamente hasta que *todos* están en equilibrio.

Sección 2

Modelo de Intercambio Puro

Economía de Intercambio Puro

Configuración

- **2 consumidores**: A y B
- **2 bienes**: bien 1 y bien 2
- **No hay producción**: solo intercambio
- Cada consumidor tiene una **dotación** inicial $\omega_i = (\omega_i^1, \omega_i^2)$

- **Asignación**: (x_A, x_B) donde $x_i = (x_i^1, x_i^2)$
- **Asignación factible**:

$$x_A^1 + x_B^1 = \omega_A^1 + \omega_B^1$$
$$x_A^2 + x_B^2 = \omega_A^2 + \omega_B^2$$

- Lo que un agente consume, el otro no
- Las dotaciones totales son fijas
- Solo se redistribuye lo existente

Preferencias y Dotaciones

Cada consumidor tiene **preferencias** representadas por funciones de utilidad:

Persona A

- Utilidad: $u_A(x_A^1, x_A^2)$
- Dotación: $\omega_A = (\omega_A^1, \omega_A^2)$
- Ej: tiene mucho bien 1, poco bien 2

Persona B

- Utilidad: $u_B(x_B^1, x_B^2)$
- Dotación: $\omega_B = (\omega_B^1, \omega_B^2)$
- Ej: tiene mucho bien 2, poco bien 1

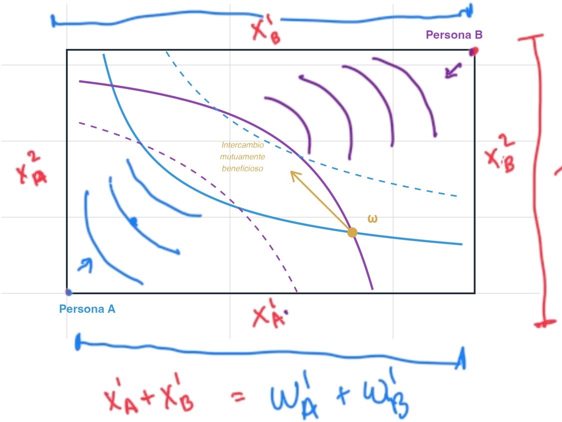
$\longrightarrow$ **Hay ganancias del intercambio**

Cuando las TMS son distintas, ambos pueden mejorar intercambiando.

Sección 3

Caja de Edgeworth y Curva de Contrato

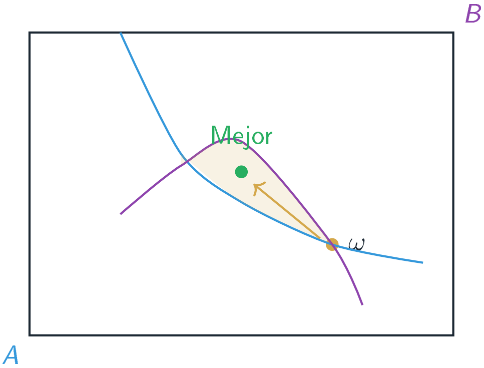
La Caja de Edgeworth



- **Herramienta gráfica** para visualizar todas las asignaciones factibles
- Ancho $= \omega_A^1 + \omega_B^1$
- Alto $= \omega_A^2 + \omega_B^2$
- Origen de A: esquina inferior izquierda
- Origen de B: esquina superior derecha (invertido)
- Cada **punto** = una asignación factible
- ω = dotación inicial

Intercambio en la Caja de Edgeworth

- Desde ω, ambos quieren moverse a una asignación **Pareto superior**
- **Zona de intercambio mutuamente beneficioso**: "lente" entre las curvas de indiferencia que pasan por ω



- El intercambio continúa hasta que **no hay mejoras mutuas posibles**
- Eso ocurre cuando las curvas de indiferencia son **tangentes**
- En ese punto: $\mathrm{TMS}_A = \mathrm{TMS}_B$

Asignaciones Pareto Eficientes

Definición

Una asignación es **Pareto eficiente** si no existe otra asignación factible que mejore a un agente sin empeorar al otro.

- Condición: $\mathrm{TMS}_A = \mathrm{TMS}_B$
- Es decir, las curvas de indiferencia son tangentes
- Con funciones diferenciables:

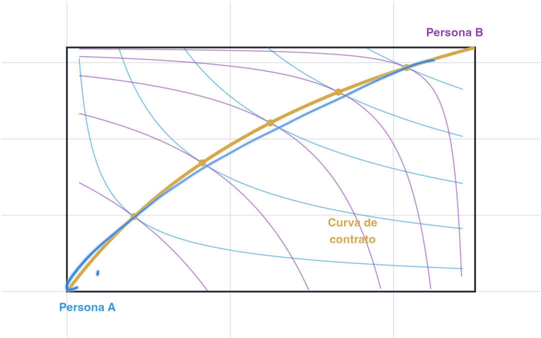
$$\frac{\frac{\partial u_A}{\partial x_A^1}}{\frac{\partial u_A}{\partial x_A^2}} = \frac{\frac{\partial u_B}{\partial x_B^1}}{\frac{\partial u_B}{\partial x_B^2}}$$

Nota importante

Eficiencia de Pareto **no implica equidad**. Una asignación donde A tiene todo y B nada es Pareto eficiente.

La Curva de Contrato

Curva de Contrato: Asignaciones Pareto Eficientes



Definición

La **curva de contrato** es el conjunto de *todas* las asignaciones Pareto eficientes.

- Va de un origen al otro
- En cada punto: $\mathrm{TMS}_A = \mathrm{TMS}_B$
- También llamada **conjunto de Pareto**
- El intercambio voluntario llevará a algún punto sobre esta curva

Ejemplo: Cobb-Douglas

Sean $u_A = (x_A^1)^a (x_A^2)^{1-a}$ y $u_B = (x_B^1)^b (x_B^2)^{1-b}$.

- $\mathrm{TMS}_A = \dfrac{a \cdot x_A^2}{(1-a) \cdot x_A^1}$, $\quad \mathrm{TMS}_B = \dfrac{b \cdot x_B^2}{(1-b) \cdot x_B^1}$
- Condición PE: $\dfrac{a \cdot x_A^2}{(1-a) \cdot x_A^1} = \dfrac{b \cdot (W_2 - x_A^2)}{(1-b) \cdot (W_1 - x_A^1)}$
- Curva de contrato:

$$x_A^2 = \frac{(1-a) b W_2 \cdot x_A^1}{a(1-b) W_1 + [(1-a)b - a(1-b)] x_A^1}$$

Si $a = b$: la curva de contrato es la diagonal. Si $a \neq b$: es una curva que se desvía hacia un lado.

Sección 4

Equilibrio Walrasiano y Ley de Walras

Comercio Vía Sistema de Precios

Idea Central

En lugar de negociación directa, los agentes comercian a través de un **sistema de precios** (p_1, p_2).

- **Ingreso** del agente i:

$$m_i = p_1\omega_i^1 + p_2\omega_i^2$$

- **Restricción presupuestaria**:

$$p_1 x_i^1 + p_2 x_i^2 = m_i$$

- Pasa por la dotación ω_i

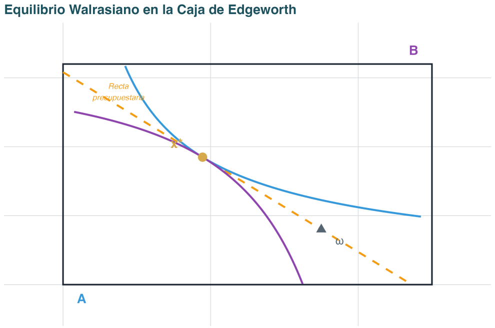
- **Demandas brutas**: (x_i^1, x_i^2) que maximizan u_i
- **Demandas netas**: $x_i^j - \omega_i^j$
  - Positiva $\Rightarrow$ compra
  - Negativa $\Rightarrow$ vende

Equilibrio Walrasiano

Definición

Un **equilibrio walrasiano** es un vector de precios (p_1^*, p_2^*) tal que la demanda agregada iguala la oferta agregada en **cada mercado**:

$$x_A^1(p) + x_B^1(p) = \omega_A^1 + \omega_B^1$$
$$x_A^2(p) + x_B^2(p) = \omega_A^2 + \omega_B^2$$



La recta presupuestaria pasa por ω y tiene pendiente $-p_1^*/p_2^*$. Ambos agentes eligen su óptimo sobre esta misma recta.

Precios Relativos y Numerario

Observación clave

Solo importan los **precios relativos**: p_1/p_2.

- Si multiplicamos todos los precios por $\lambda > 0$:
  - El ingreso se multiplica por λ
  - Los costos se multiplican por λ
  - Las demandas **no cambian**
- Podemos **normalizar**: fijar $p_2 = 1$ (numerario)
- Solo necesitamos encontrar p_1^*
- Con k bienes: $k - 1$ precios relativos a determinar

Intuición

No importa si todo cuesta “pesos” o “dólares” — lo que importa es cuántas unidades de bien 2 se intercambian por una de bien 1.

La Ley de Walras

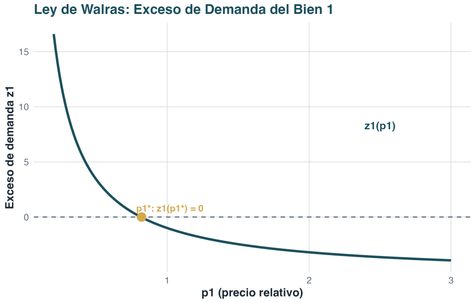
Teorema (Ley de Walras)

Si cada agente satisface su restricción presupuestaria, entonces:

$$p_1\, z_1(p) + p_2\, z_2(p) = 0$$

donde $z_j(p) = \sum_i (x_i^j - \omega_i^j)$ es el **exceso de demanda** del bien j.

- Vale para **cualquier** precio, no solo el de equilibrio
- Si $z_1(p^*) = 0$, entonces $z_2(p^*) = 0$
- Solo necesitamos vaciar **un** mercado



Demostración de la Ley de Walras

Demostración: Cada agente satisface su restricción presupuestaria:

$$p_1 x_i^1 + p_2 x_i^2 = p_1 \omega_i^1 + p_2 \omega_i^2 \quad \forall\, i \in \{A, B\}$$

Sumando sobre ambos agentes:

$$p_1(x_A^1 + x_B^1) + p_2(x_A^2 + x_B^2) = p_1(\omega_A^1 + \omega_B^1) + p_2(\omega_A^2 + \omega_B^2)$$

Reordenando:

$$p_1 \underbrace{\left[(x_A^1 + x_B^1) - (\omega_A^1 + \omega_B^1)\right]}_{z_1(p)} + p_2 \underbrace{\left[(x_A^2 + x_B^2) - (\omega_A^2 + \omega_B^2)\right]}_{z_2(p)} = 0$$

$$\boxed{p_1 z_1(p) + p_2 z_2(p) = 0 \quad \forall\, p} \qquad \square$$

Corolario: Con k bienes, si $k-1$ mercados están en equilibrio, el k-ésimo también lo está.

Ejemplo Numérico: Equilibrio con Cobb-Douglas

Sean $u_A = (x_A^1)^{0.4}(x_A^2)^{0.6}, \quad u_B = (x_B^1)^{0.6}(x_B^2)^{0.4}$
Dotaciones: $\omega_A = (7, 2)$, $\omega_B = (3, 6)$. Normalizamos $p_2 = 1$.

1. **Ingresos**: $m_A = 7p_1 + 2, \quad m_B = 3p_1 + 6$
2. **Demandas** (Cobb-Douglas):

$$x_A^1 = \frac{0.4(7p_1 + 2)}{p_1}, \quad x_B^1 = \frac{0.6(3p_1 + 6)}{p_1}$$

3. **Vaciado del mercado 1**: $x_A^1 + x_B^1 = 10 = \omega_A^1 + \omega_B^1$

$$\frac{0.4(7p_1 + 2) + 0.6(3p_1 + 6)}{p_1} = 10$$

$$\frac{2.8p_1 + 0.8 + 1.8p_1 + 3.6}{p_1} = 10 \Rightarrow 4.6p_1 + 4.4 = 10p_1$$

4. $p_1^* = \frac{4.4}{5.4} \approx 0.815$

Ejemplo Numérico (cont.)

Con $p_1^* \approx 0.815$ y $p_2 = 1$:

Persona A

$$m_A = 7(0.815) + 2 = 7.70$$
$$x_A^{1*} = \frac{0.4 \times 7.70}{0.815} = 3.78$$
$$x_A^{2*} = 0.6 \times 7.70 = 4.62$$

A vende 3.22 del bien 1
A compra 2.62 del bien 2

Persona B

$$m_B = 3(0.815) + 6 = 8.44$$
$$x_B^{1*} = \frac{0.6 \times 8.44}{0.815} = 6.22$$
$$x_B^{2*} = 0.4 \times 8.44 = 3.38$$

B compra 3.22 del bien 1
B vende 2.62 del bien 2

Verificación: $3.78 + 6.22 = 10$ ✓ $4.62 + 3.38 = 8$ ✓

Existencia del Equilibrio

¿Siempre existe un equilibrio walrasiano?

- **Sí**, bajo condiciones estándar:
  1. Preferencias continuas, convexas y monótonas
  2. Dotaciones estrictamente positivas
- Demostración usa el **teorema del punto fijo** (Brouwer/Kakutani)
- Intuición: $z_1(p)$ es continua, positiva cuando $p_1 \to 0$ y negativa cuando $p_1 \to \infty$
- Por el **teorema del valor intermedio**: $\exists\, p_1^*$ tal que $z_1(p_1^*) = 0$

Sección 5

Teoremas del Bienestar y Eficiencia de Pareto

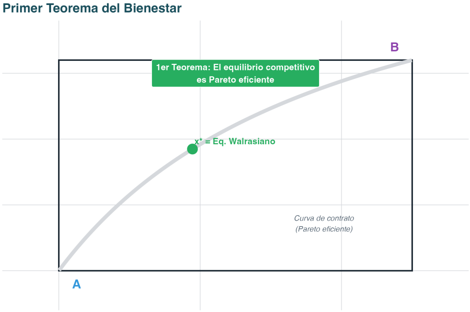
Primer Teorema del Bienestar

Primer Teorema Fundamental

Todo equilibrio walrasiano es una asignación **Pareto eficiente**.

Intuición:

- En equilibrio, ambos maximizan utilidad al mismo precio
- $\mathrm{TMS}_A = p_1/p_2 = \mathrm{TMS}_B$
- $\Rightarrow$ No hay mejoras mutuas posibles
- El mercado **agota todas las ganancias del comercio**



Demostración del Primer Teorema

Demostración (por contradicción):

Supongamos que (x_A^*, x_B^*) es un equilibrio walrasiano a precios (p_1^*, p_2^*) pero *no* es Pareto eficiente.

Entonces existe (y_A, y_B) factible tal que:

- $u_A(y_A) \geq u_A(x_A^*)$ y $u_B(y_B) \geq u_B(x_B^*)$
- Con al menos una desigualdad estricta, digamos $u_A(y_A) > u_A(x_A^*)$

Pero x_A^* maximiza u_A en su restricción, así que:

$$u_A(y_A) > u_A(x_A^*) \implies p_1^* y_A^1 + p_2^* y_A^2 > m_A$$

Y $u_B(y_B) \geq u_B(x_B^*) \implies p_1^* y_B^1 + p_2^* y_B^2 \geq m_B$

Sumando: $p_1^*(y_A^1 + y_B^1) + p_2^*(y_A^2 + y_B^2) > m_A + m_B$
Pero por factibilidad: $y_A^j + y_B^j = \omega_A^j + \omega_B^j$, y $m_A + m_B = p_1^*(\omega_A^1 + \omega_B^1) + p_2^*(\omega_A^2 + \omega_B^2)$.
Contradicción. $\square$

Supuestos e Implicaciones del Primer Teorema

Supuestos implícitos

1. Comportamiento **competitivo** (precio-aceptantes)
2. Sin **externalidades**
3. Información completa
4. Existencia del equilibrio

Implicaciones

- El mercado puede **descentralizar** decisiones eficientes
- No se necesita un planificador central
- Justificación teórica del **laissez-faire**
- Pero eficiencia $\neq$ equidad

Fallas de mercado

Cuando los supuestos se violan (externalidades, poder de mercado, información asimétrica), el equilibrio competitivo puede ser **ineficiente**.

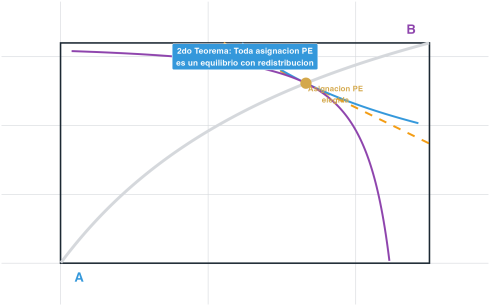
Segundo Teorema del Bienestar

Segundo Teorema Fundamental

Si las preferencias son convexas, cualquier asignación Pareto eficiente puede alcanzarse como un equilibrio walrasiano mediante una **redistribución adecuada de dotaciones**.

- Los precios cumplen un doble rol:
  1. **Asignativo**: dirigir recursos
  2. **Distributivo**: determinar ingreso
- Podemos separar eficiencia de equidad

Segundo Teorema del Bienestar



Implicaciones del Segundo Teorema

Asignación desigual → Redistribuir dotaciones → Dejar al mercado asignar

Prescripción de política

- Usar **transferencias de suma fija** para redistribuir
- Luego dejar que el mercado opere libremente
- No distorsionar precios para objetivos distributivos

Problemas prácticos

- ¿Cómo medir dotaciones?
- ¿Cómo redistribuir sin distorsionar incentivos?
- Capital humano no es fácilmente transferible

Sección 6

Precios Relativos y Determinación del Equilibrio

Determinación del Equilibrio: Resumen

1. **Datos**: preferencias (u_A, u_B) y dotaciones (ω_A, ω_B)
2. **Normalizar**: fijar $p_2 = 1$ (numerario)
3. **Resolver demandas**: para cada i, hallar $x_i^j(p_1)$ que maximiza u_i sujeto a $p_1 x_i^1 + x_i^2 = p_1 \omega_i^1 + \omega_i^2$
4. **Vaciar un mercado**: buscar p_1^* tal que

$$z_1(p_1^*) = x_A^1(p_1^*) + x_B^1(p_1^*) - W_1 = 0$$

5. **Verificar**: por la Ley de Walras, el mercado 2 también se vacía

Generalización: con k bienes y n agentes, normalizamos un precio y resolvemos $k-1$ ecuaciones de vaciado de mercado.

El Rol de los Precios Relativos

- p_1/p_2 = tasa a la que el mercado intercambia bien 1 por bien 2
- Si $p_1/p_2 = 2$: una unidad de bien 1 "vale" dos de bien 2
- **Señales de escasez**:
  - Bien escaso relativo $\Rightarrow$ precio relativo alto
  - Bien abundante relativo $\Rightarrow$ precio relativo bajo

En el equilibrio

$$\mathrm{TMS}_A = \frac{p_1^*}{p_2^*}$$

$$\mathrm{TMS}_B = \frac{p_1^*}{p_2^*}$$

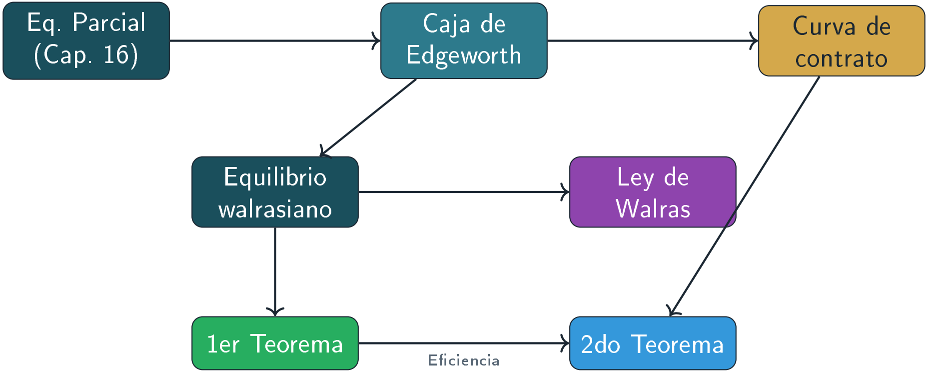
$$\Rightarrow \mathrm{TMS}_A = \mathrm{TMS}_B$$

Las valoraciones marginales de ambos agentes se **igualan** a través del mecanismo de precios.

Sección 7

Resumen y Conexiones

Mapa Conceptual de la Unidad



Resumen: Ideas Principales

Equilibrio

- Parcial: $D(p) = S(p)$
- General: todos los mercados
- Solo precios relativos importan
- Ley de Walras

Intercambio

- Caja de Edgeworth
- Ganancias del comercio
- Curva de contrato
- $\text{TMS}_A = \text{TMS}_B$

Bienestar

- 1er Teorema: equilibrio $\Rightarrow$ eficiente
- 2do Teorema: eficiente $\Rightarrow$ equilibrio
- Eficiencia $\neq$ equidad
- Fallas de mercado

¿Qué Sigue?

Con estos bloques, ya podemos:

1. Analizar **fallas de mercado** (externalidades, bienes públicos)
2. Estudiar **economías con producción**
3. Conectar con **política económica** y diseño de mecanismos

¿Preguntas?

briam.guerrero@intec.edu.do

Scripts de R disponibles en el aula virtual