

Microeconomía II (ECO304)

U.1 y U.2 Teoría de la Firma I: Tecnología, Beneficio y Costos

Briam E. Guerrero B.

Instituto Tecnológico de Santo Domingo (INTEC)

2025 T4

Hoja de Ruta

La Firma como Optimizadora

Tecnología y Producción

Maximización del Beneficio

Minimización de Costos

Aplicaciones en R

Ejercicios y Resumen



Sección 1

La Firma como Optimizadora

Del Consumidor a la Firma

El Consumidor

- Maximiza **utilidad**
- Sujeto a restricción presupuestaria
- Curvas de indiferencia
- Recta presupuestaria
- TMS = relación de precios

La Firma

- Maximiza **beneficio**
- Sujeto a restricción tecnológica
- Isoquantes
- Isocostos / Isobeneficios
- TRS = relación de precios

→ Misma lógica, diferente contexto

Los Tres Problemas de la Firma

1. Tecnología (Cap. 19)

- ¿Qué combinaciones de insumos producen qué niveles de output?
- Concepto clave: **función de producción**

2. Maximización del Beneficio (Cap. 20)

- ¿Cómo elige la firma y e insumos cuando toma precios como datos?
- Concepto clave: **valor del producto marginal = costo del factor**

3. Minimización de Costos (Cap. 21)

- ¿Cómo producir y unidades al menor costo posible?
- Concepto clave: **función de costo**

Sección 2

Tecnología y Producción

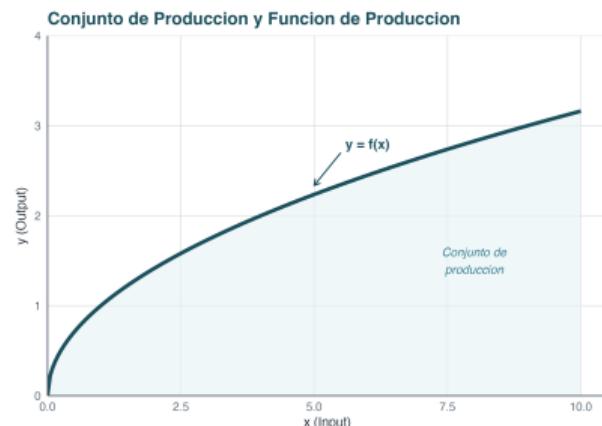
El Conjunto de Producción

- **Inputs/factores:** trabajo, capital, materias primas
- **Output:** cantidad producida y
- **Conjunto de producción:**

$$Y = \{(x_1, \dots, x_n, y) : \text{posible}\}$$

- **Función de producción:** frontera eficiente

$$y = f(x_1, \dots, x_n)$$



Ejemplos de Funciones de Producción

Sustitutos Perfectos

$$y = x_1 + x_2$$

Dos tipos de combustible que producen la misma energía

Complementos Perfectos

$$y = \min\{x_1, x_2\}$$

Un trabajador + una máquina

Cobb-Douglas

$$y = Ax_1^\alpha x_2^\beta$$

Sustitución suave entre factores

Heurística: piensa qué pasa si duplicas **todos** los factores

Isoquantes: El Análogo a Curvas de Indiferencia

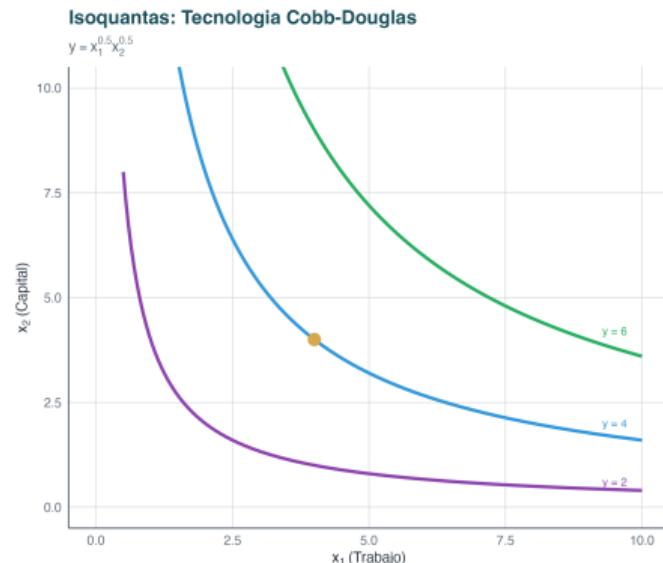
- Para y fijo:

$$\{(x_1, x_2) : f(x_1, x_2) = y\}$$

es una **isoquanta**

- Propiedades:

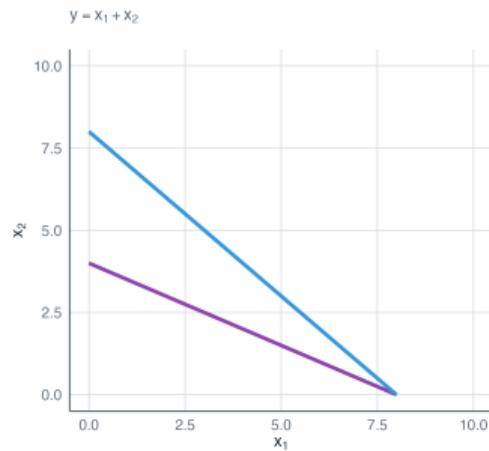
- Hacia el origen = menos output
- Más alejadas = más output
- No se cruzan
- Convexas (tecnología bien comportada)



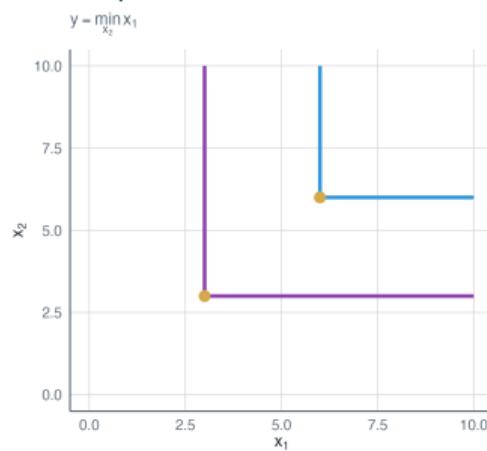
Comparación de Tecnologías

Comparacion de Tecnologias: Formas de las Isoquantes

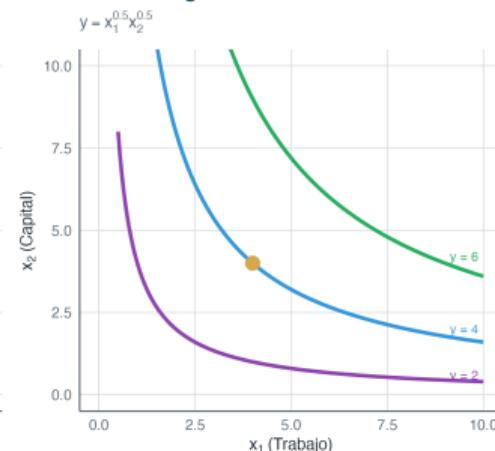
Sustitutos Perfectos



Complementos Perfectos



Cobb-Douglas



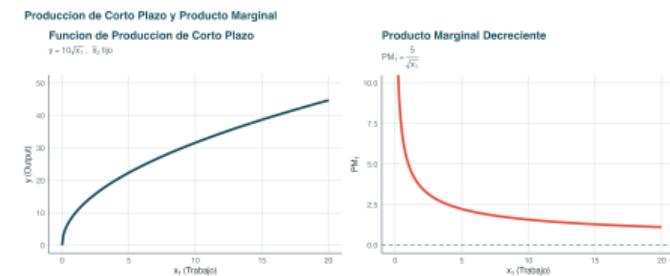
Producto Marginal y Tasa Técnica de Sustitución

Producto marginal del factor 1:

$$PM_1(x_1, x_2) = \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1}$$

Tasa técnica de sustitución:

$$TRS_{12} = \left. \frac{dx_2}{dx_1} \right|_{y \text{ fijo}} = -\frac{PM_1}{PM_2}$$



Analogía

TRS \leftrightarrow TMS del consumidor

Producto Marginal Decreciente vs. Rendimientos a Escala

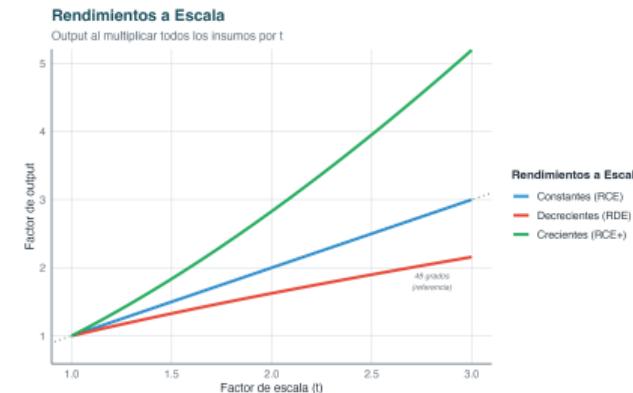
No confundir

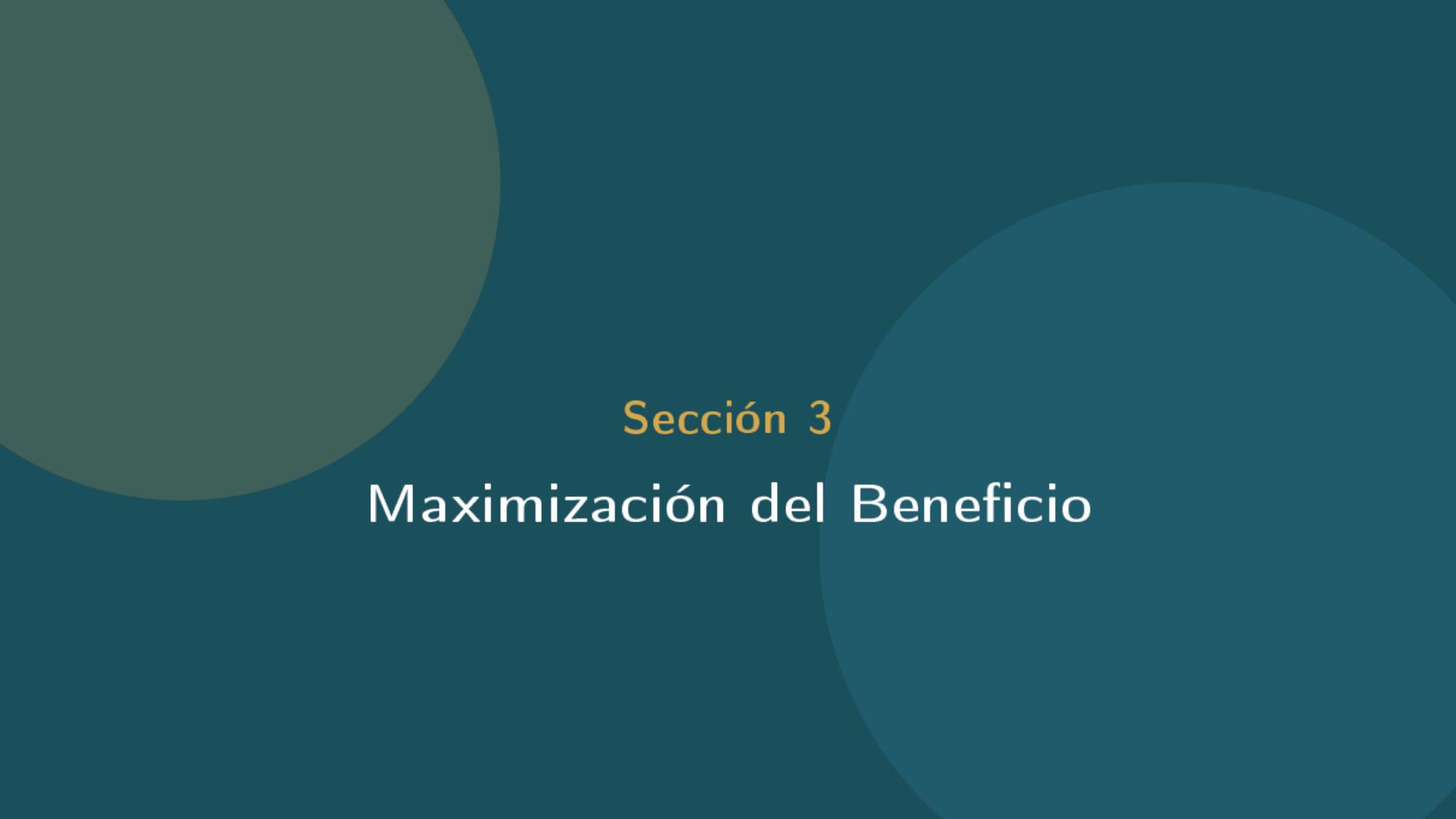
- **PM decreciente:** cambias **un** input, resto fijo
- **Rendimientos a escala:** cambias **todos** proporcionalmente

Rendimientos a escala para $t > 1$:

- **Constantes:** $f(tx) = tf(x)$
- **Crecientes:** $f(tx) > tf(x)$
- **Decrecientes:** $f(tx) < tf(x)$

Cobb-Douglas $y = Ax_1^\alpha x_2^\beta$: $\alpha + \beta = 1$ RCE, > 1 IRS,
 < 1 DRS





Sección 3

Maximización del Beneficio

Definición de Beneficio

Beneficio Económico

$$\pi = \underbrace{p \cdot y}_{\text{Ingreso}} - \underbrace{\sum_{i=1}^m w_i x_i}_{\text{Costo}}$$

- **Costo de oportunidad:** valora **todos** los factores al precio de mercado
 - Incluye el tiempo del dueño
 - Incluye el capital propio invertido
- **Firma competitiva** toma como datos:
 - Precio del output p
 - Precios de los inputs w_i

Maximización en el Corto Plazo

Problema (con x_2 fijo):

$$\max_{x_1} \pi(x_1) = pf(x_1, \bar{x}_2) - w_1 x_1 - w_2 \bar{x}_2$$

Condición de primer orden:

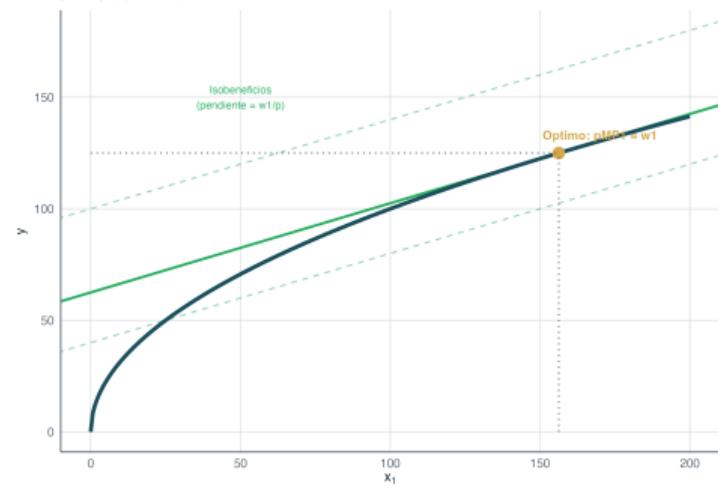
$$p \cdot PM_1(x_1^*, \bar{x}_2) = w_1$$

Regla de Oro

Valor del producto marginal =
Costo marginal del factor

Maximización del Beneficio en Corto Plazo

$$y = 10\sqrt{x_1}, p = 5, w_1 = 2$$



Isobeneficios y Condición de Tangencia

Escribimos el beneficio como:

$$\pi = py - w_1x_1 - w_2\bar{x}_2$$

Despejando y :

$$y = \frac{\pi}{p} + \frac{w_2\bar{x}_2}{p} + \frac{w_1}{p}x_1$$

- Son **isobeneficios**: rectas con pendiente w_1/p
- Beneficio máximo: isobeneficio más alto que toca la función de producción
- **Condición:**

$$PM_1 = \frac{w_1}{p}$$

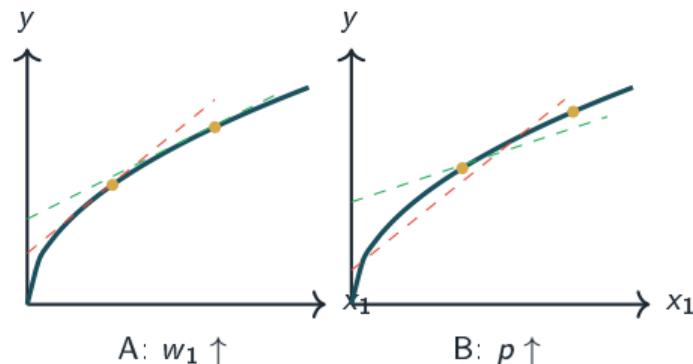
Estática Comparativa

Si w_1 sube:

- Isobeneficios más empinados
- Tangencia en x_1 más bajo
- $x_1^* \downarrow$ (demanda del factor cae)

Si p sube:

- Isobeneficios menos empinados
- $x_1^* \uparrow$ y $y^* \uparrow$
- **Curva de oferta positivamente inclinada**



Beneficio y Rendimientos a Escala

- **RCE + competencia** \Rightarrow beneficio máximo = 0
 - Pero todos los factores reciben su retribución
 - No es “malo”: beneficio **económico** cero
- **Rendimientos crecientes:**
 - Beneficio puede crecer sin límite
 - El modelo competitivo “explota”
 - \Rightarrow Monopolios naturales
- **Rendimientos decrecientes:**
 - Beneficio positivo para tamaños intermedios
 - Modelo competitivo bien definido

Implicación

Para que la competencia perfecta funcione, necesitamos tecnologías con RCE o RDE.

Sección 4

Minimización de Costos

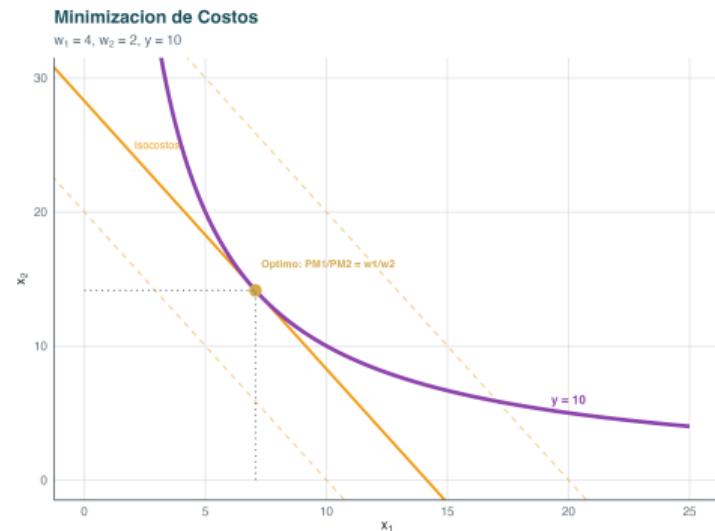
El Problema de Minimización de Costos

Problema: Dado un nivel de output y , encontrar la combinación de insumos más barata.

$$\min_{x_1, x_2} w_1 x_1 + w_2 x_2 \quad \text{s.a.} \quad f(x_1, x_2) \geq y$$

Solución:

- Demandas condicionadas:
 $x_i(w_1, w_2, y)$
- Función de costo:
 $c(w_1, w_2, y) = w_1 x_1^* + w_2 x_2^*$



Isocostos y Condición de Tangencia

Línea de isocosto:

$$C = w_1x_1 + w_2x_2 \Rightarrow x_2 = \frac{C}{w_2} - \frac{w_1}{w_2}x_1$$

Condición de tangencia (óptimo interior):

$$-\frac{PM_1}{PM_2} = -\frac{w_1}{w_2} \Rightarrow \frac{PM_1}{w_1} = \frac{PM_2}{w_2}$$

Interpretación

El último dólar gastado en cada insumo produce la **misma** contribución marginal al output.

Funciones de Costo: Ejemplos

Cuadro: Resumen de Tecnologías de Producción

Tecnología	Función	Isoquantes	TRS	Costo
Sust. Perfectos	$y = x_1 + x_2$	Lineales	-1	$\min\{w_1, w_2\}y$
Compl. Perfectos	$y = \min\{x_1, x_2\}$	En L	0 o ∞	$(w_1 + w_2)y$
Cobb-Douglas	$y = Ax_1^\alpha x_2^\beta$	Convexas	$-\frac{\alpha x_2}{\beta x_1}$	$Kw_1^a w_2^b y^c$

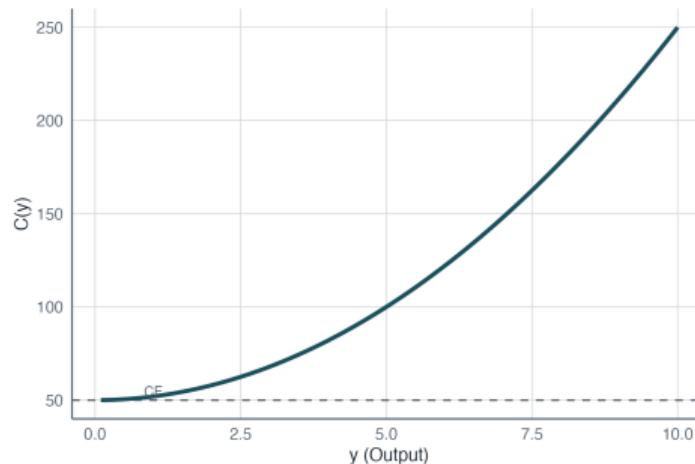
Donde $a = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}$, $b = \frac{\beta}{\alpha+\beta}$, $c = \frac{1}{\alpha+\beta}$.

Curvas de Costos de Corto Plazo

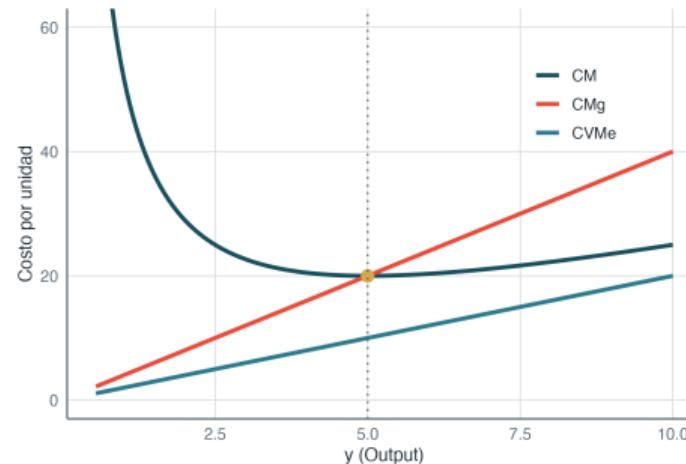
Curvas de Costos de Corto Plazo

Costo Total

$$C(y) = 50 + 2y^2$$



Costo Medio y Marginal



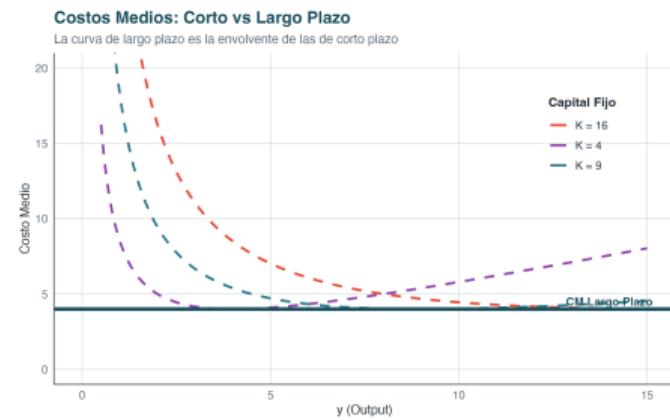
- CM (Costo Medio): $C(y)/y$
- CMg (Costo Marginal): dC/dy
- CMg corta a CM en su mínimo

Costos de Corto vs. Largo Plazo

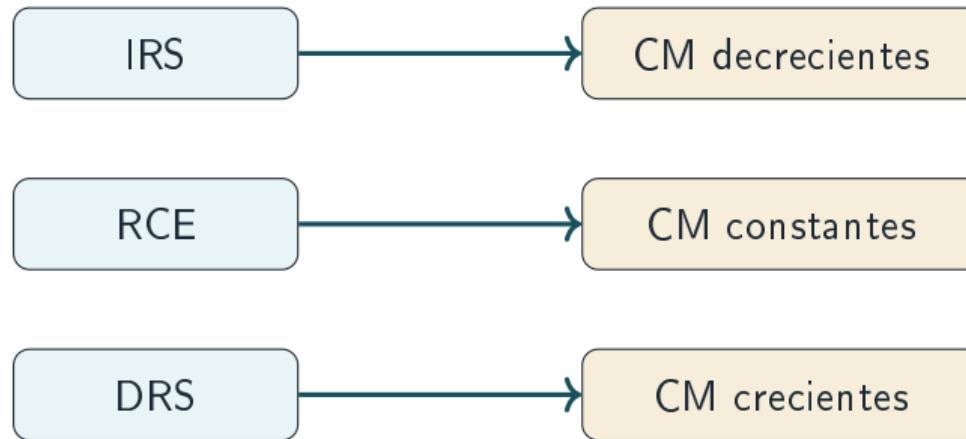
- **Largo plazo:** todos los insumos variables
 - Costo mínimo “pleno”
- **Corto plazo:** al menos un insumo fijo
 - Costos fijos que no dependen de y
- **Propiedad fundamental:**

$$C_{LP}(y) \leq C_{CP}(y) \quad \forall y$$

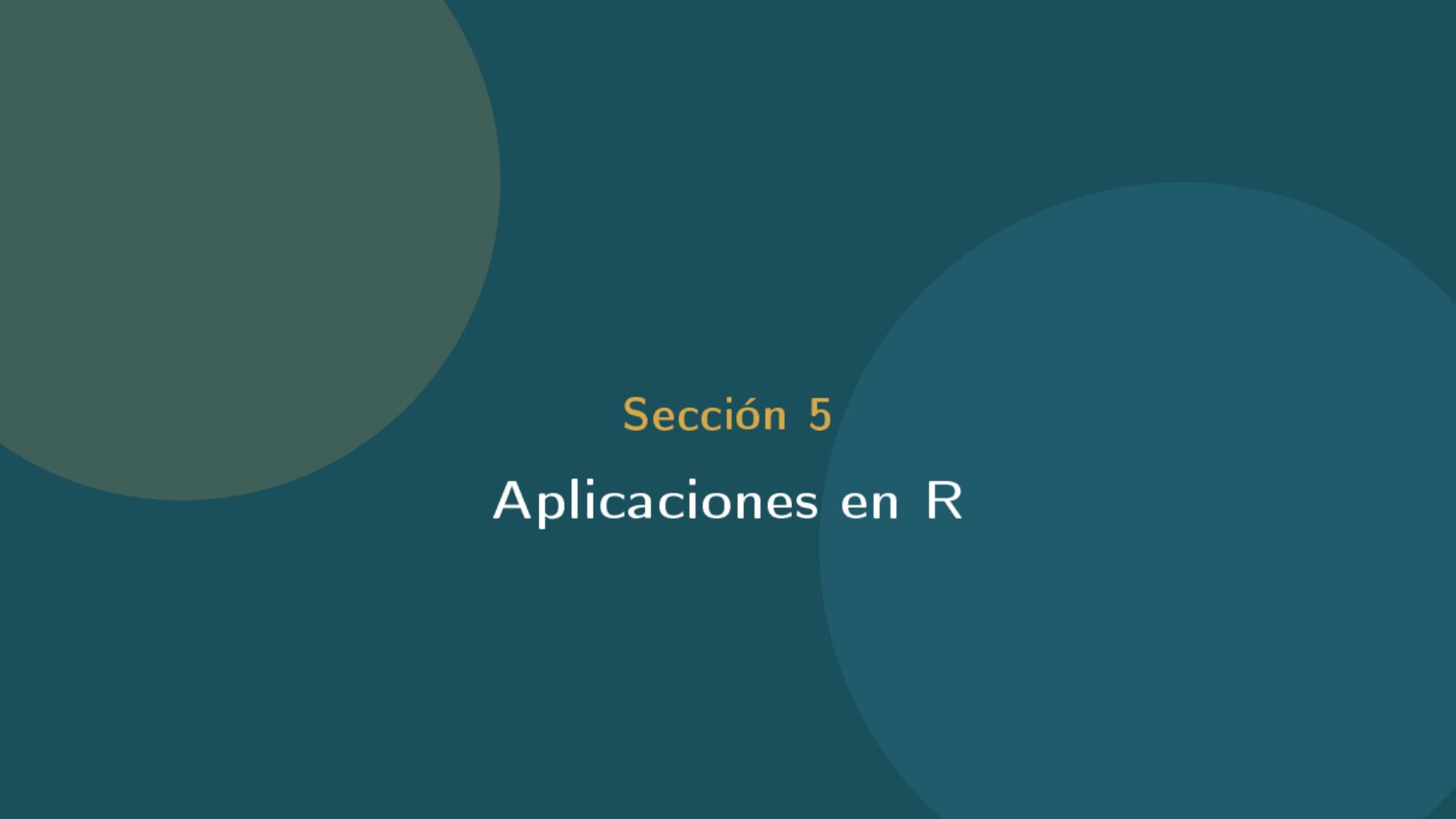
- La curva de LP es la **envolvente** de las de CP



Rendimientos a Escala y Costos Medios



Esta conexión es fundamental para la forma de la curva de oferta y los problemas de competencia perfecta.



Sección 5

Aplicaciones en R

Código R: Función de Producción

```
1 # Funcion de produccion Cobb-Douglas
2 prod_CD <- function(x1, x2, A = 1, alpha = 0.5, beta = 0.5) {
3   A * x1^alpha * x2^beta
4 }
5 # Ejemplo: cuanto producimos con x1=4, x2=9?
6 x1 <- 4; x2 <- 9
7 y <- prod_CD(x1, x2)
8 cat("Output:", y) # Output: 6
9 # Producto marginal
10 MP1 <- function(x1, x2, alpha = 0.5) {
11   alpha * prod_CD(x1, x2) / x1
12 }
13 # Verificar rendimientos a escala
14 t <- 2
15 y_original <- prod_CD(4, 9)
16 y_escalado <- prod_CD(t*4, t*9)
17 cat("Ratio:", y_escalado / y_original) # = 2 (RCE)
```

Código R: Maximización del Beneficio

```
1 # Parametros
2 p <- 5      # precio del output
3 w1 <- 2     # salario
4 # Funcion de produccion de corto plazo
5 prod_SR <- function(x1) 10 * sqrt(x1)
6 # Funcion de beneficio
7 beneficio <- function(x1) p * prod_SR(x1) - w1 * x1
8 # Encontrar el maximo: pMP1 = w1
9 # MP1 = 5/sqrt(x1), entonces 5*(5/sqrt(x1)) = 2 => x1* = 156.25
10 x1_opt <- (25/2)^2
11 y_opt <- prod_SR(x1_opt)
12 pi_opt <- beneficio(x1_opt)
13 cat("x1* =", x1_opt, ", y* =", y_opt, ", pi* =", pi_opt)
```

Sección 6

Ejercicios y Resumen

Ejercicio 1: Tecnología Cobb-Douglas

Datos

$$f(x_1, x_2) = Ax_1^{0.3}x_2^{0.7}$$

Preguntas:

- ¿Qué tipo de rendimientos a escala tiene esta tecnología?
- Calcule PM_1 y PM_2 .
- Calcule la TRS.

Pistas

- Para (a): suma los exponentes
- Para (b): deriva con respecto a cada factor
- Para (c): $TRS = -PM_1/PM_2$

Ejercicio 2: Beneficio de Corto Plazo

Datos

$$y = f(x_1, \bar{x}_2) = 10\sqrt{x_1}, \quad p = 5, \quad w_1 = 2$$

Preguntas:

- (a) Escriba el beneficio como función de x_1 .
- (b) Encuentre x_1^* que maximiza el beneficio.
- (c) Verifique que se cumple $p \cdot PM_1 = w_1$ en el óptimo.

Ejercicio 3: Minimización de Costos

Datos

$$f(x_1, x_2) = x_1 + x_2 \text{ (sustitutos perfectos)}$$

$$y = 100, \quad w_1 = 3, \quad w_2 = 5$$

Preguntas:

- (a) Resuelva el problema de minimización de costos.
- (b) Calcule la función de costo $c(w_1, w_2, y)$.
- (c) ¿Qué ocurre si w_1 y w_2 se intercambian?

Resumen de la Unidad

Tecnología

- Conjunto de producción
- Función de producción
- Isoquantes
- MP, TRS
- Rendimientos a escala

Beneficio

- $\pi = py - wx$
- Costo de oportunidad
- $pPM_i = w_i$
- RCE $\Rightarrow \pi^* = 0$
- WAPM

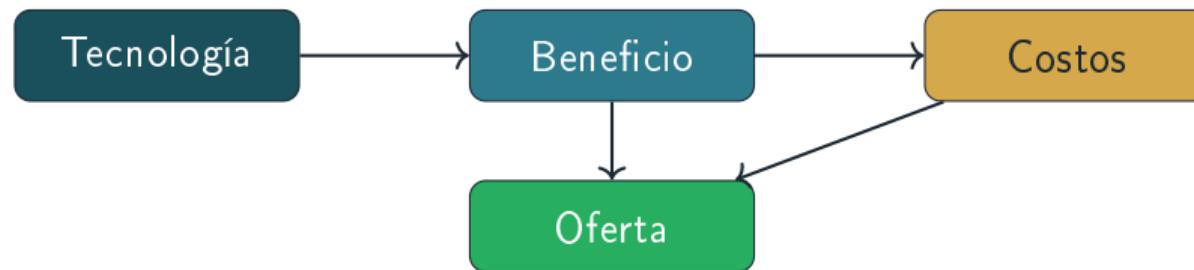
Costos

- Minimización
- Isocostos
- $\frac{PM_1}{w_1} = \frac{PM_2}{w_2}$
- Función de costo
- CP vs LP

¿Qué Sigue? ---

Con estos bloques, ya podemos:

1. Derivar **curvas de oferta** de la firma
2. Enlazar con **equilibrio competitivo**
3. Volver a conectar con **elección intertemporal** y **oferta de trabajo**



¿Preguntas?

briam.guerrero@intec.edu.do

Scripts de R disponibles en el aula virtual