

# Microeconomía I (ECO351)

## U.10 Elección intertemporal

Briam E. Guerrero B.

Instituto Tecnológico de Santo Domingo (INTEC)

2025 T4

# Contenido de la unidad

- 1 Motivación e idea básica
- 2 Restricción presupuestaria intertemporal
- 3 Preferencias intertemporales
- 4 Comparativa estática e interés
- 5 Inflación y tasa de interés real
- 6 Valor presente con varios periodos
- 7 Bonos y flujos de pagos
- 8 Ejemplos numéricos
- 9 Ejercicios de práctica
- 10 Resumen

Basado en Varian, Cap. 10.

# ¿Qué es la elección intertemporal?

- Hasta ahora: decisiones de consumo en **un solo periodo**.
- Ahora: decisiones de **consumo y ahorro** entre **dos periodos**:

$$(c_1, c_2) = (\text{consumo hoy}, \text{consumo mañana}).$$

- El individuo puede:
  - Consumir todo su ingreso hoy y mañana.
  - **Ahorrar** (renunciar a consumo hoy para consumir más mañana).
  - **Pedir prestado** (consumir más hoy a costa de menos mañana).
- Idea central: el **interés** es el “precio” de trasladar consumo entre hoy y mañana.

## Notación básica

- $c_1$ : consumo en el periodo 1 (hoy).
- $c_2$ : consumo en el periodo 2 (mañana).
- $m_1$ : ingreso en el periodo 1.
- $m_2$ : ingreso en el periodo 2.
- $r$ : tasa de interés (nominal, sin inflación por ahora).
- Convención: precio del bien “consumo” en cada periodo = 1.

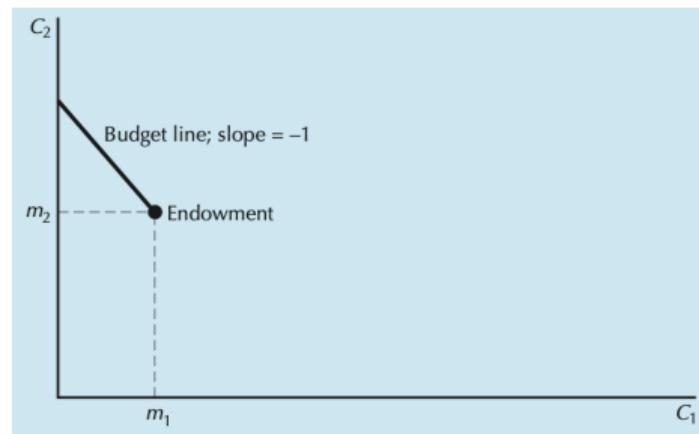
## Restricción con $r = 0$ y sin préstamos

- Caso base: no se puede pedir prestado, no hay interés.
- Se puede “guardar debajo del colchón” el ingreso que no se consume en el periodo 1.
- Restricción:

$$0 \leq c_1 \leq m_1, \quad 0 \leq c_2 \leq m_2 + (m_1 - c_1).$$

- La frontera es:

$$c_2 = m_2 + (m_1 - c_1).$$



Varian (2016), Figura 10.1.

# Restricción con interés y posibilidad de ahorrar

Suponga que el individuo puede **ahorrar** al tipo de interés  $r$ .

- Caso ahorrador:  $c_1 < m_1$ . Ahorro =  $m_1 - c_1$ .
- En el periodo 2 obtiene consumo:

$$c_2 = m_2 + (m_1 - c_1) + r(m_1 - c_1) = m_2 + (1 + r)(m_1 - c_1).$$

- Caso deudor:  $c_1 > m_1$ . La fórmula es la misma:

$$c_2 = m_2 + (1 + r)(m_1 - c_1),$$

solo que ahora  $m_1 - c_1 < 0$  (paga interés).

**Conclusión:** la misma recta de presupuesto cubre ahorradores y deudores.

# Formas equivalentes de la restricción

A partir de

$$c_2 = m_2 + (1 + r)(m_1 - c_1),$$

se obtienen dos formas útiles:

## Forma en valor futuro

$$(1 + r)c_1 + c_2 = (1 + r)m_1 + m_2.$$

- Todo se mide en “unidades del periodo 2”.
- Precio de  $c_2 = 1$ , precio de  $c_1 = 1 + r$ .

## Forma en valor presente

$$c_1 + \frac{c_2}{1 + r} = m_1 + \frac{m_2}{1 + r}.$$

- Todo se mide en “unidades de hoy”.
- Precio de  $c_1 = 1$ , precio de  $c_2 = \frac{1}{1 + r}$ .

# Valor presente y valor futuro

- **Valor presente (VP)** de la dotación:

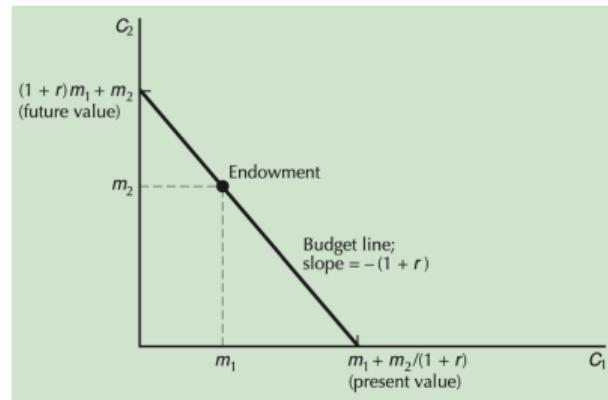
$$VP = m_1 + \frac{m_2}{1+r}.$$

- **Valor futuro (VF)** de la dotación:

$$VF = (1+r)m_1 + m_2.$$

- Geométricamente:

- Intercepto en  $c_1$ :  $VP$ .
- Intercepto en  $c_2$ :  $VF$ .



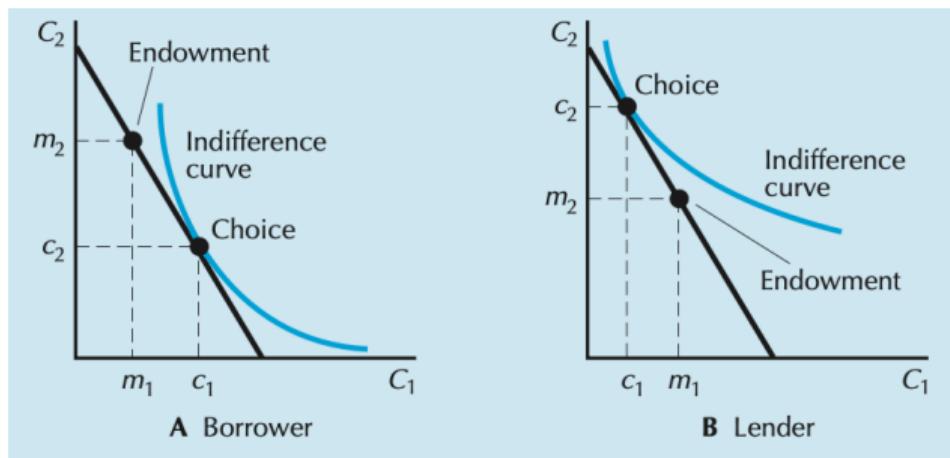
Varian (2016), Figura 10.2.

## Preferencias sobre $(c_1, c_2)$

- Como antes, representamos preferencias con **curvas de indiferencia** en el plano  $(c_1, c_2)$ .
- Cada curva: combinaciones  $(c_1, c_2)$  con igual bienestar.
- Casos extremos:
  - **Sustitutos perfectos:** pendiente constante (no le importa cuándo consume).
  - **Complementos perfectos:** quiere consumir montos iguales hoy y mañana.
- Caso estándar: **preferencias convexas** (prefiere perfiles “suaves” de consumo).

# Prestamista vs. prestatario

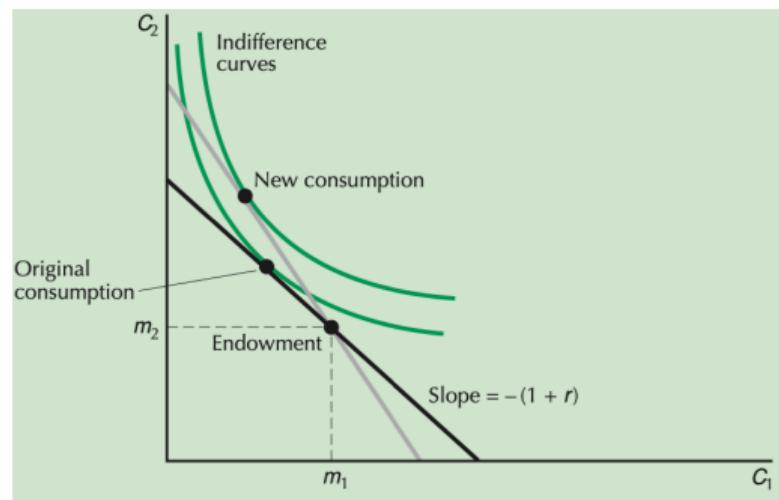
- Dotación:  $(m_1, m_2)$ .
- **Prestamista (lender):**  $c_1 < m_1$ .  
Ahorra  $(m_1 - c_1) > 0$ .
- **Prestatario (borrower):**  $c_1 > m_1$ .  
Pide prestado  $(c_1 - m_1) > 0$ .
- **Punto Polonio** ("ni prestes ni pidas prestado"):  $c_1 = m_1, c_2 = m_2$ .



Varian (2016), Figura 10.3.

# Aumento de la tasa de interés

- Subir  $r$  hace la recta presupuestaria **más empinada**: pendiente =  $-(1 + r)$ .
- La recta **gira alrededor** de la dotación  $(m_1, m_2)$ .
- Intuición:
  - Consumir hoy es más caro en términos de consumo futuro.
  - Ahorrar es más atractivo: cada unidad ahorrada “rinde más” mañana.



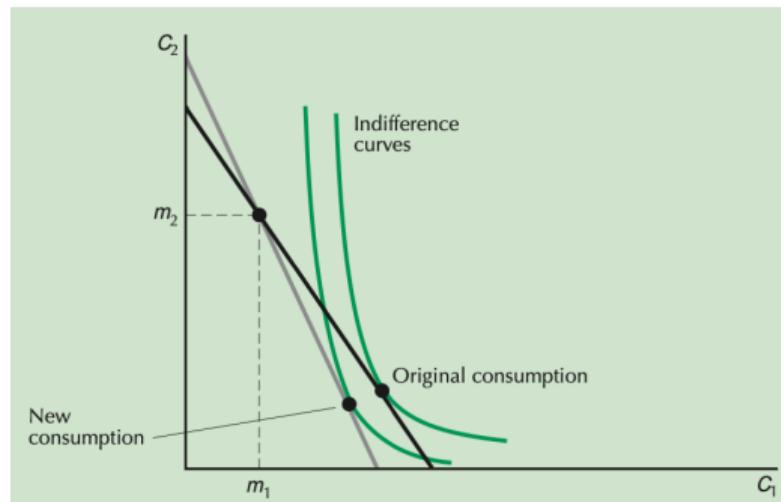
Varian (2016), Figura 10.4.

## Prestamista ante aumento de $r$

- Si inicialmente es **prestamista**, y  $r$  sube:
  - La nueva recta pasa por la dotación y es más empinada.
  - Por **preferencia revelada**, el nuevo óptimo debe estar **a la izquierda** de la dotación.
  - Es decir: **sigue siendo prestamista**.
- Si inicialmente es prestatario y  $r$  baja, análogo: seguirá siendo prestatario.

# Prestatario ante aumento de $r$

- Si es **prestatario** y sube  $r$  (crédito más caro):
  - Suele reducir  $c_1$  (pide menos prestado).
  - Puede incluso dejar de ser prestatario y volverse prestamista.
- Varian muestra que si continúa siendo prestatario tras el aumento de  $r$ :
  - Debe estar **peor** que antes (mismo argumento de preferencia revelada).



Varian (2016), Figura 10.5.

# Slutsky y elección intertemporal

Usando la forma en **valor futuro**:

$$(1+r)c_1 + c_2 = (1+r)m_1 + m_2,$$

un aumento de  $r$  es como un aumento del “precio” de  $c_1$ .

Slutsky (esquemático):

$$\frac{\Delta c_1}{\Delta p_1} = \underbrace{\frac{\Delta c_1^s}{\Delta p_1}}_{\text{sustitución} < 0} + \underbrace{(m_1 - c_1) \frac{\Delta c_1^m}{\Delta m}}_{\text{efecto ingreso}}.$$

- Si es **prestatario** ( $c_1 > m_1$ ) y  $c_1$  es normal, entonces:

$$m_1 - c_1 < 0 \Rightarrow \frac{\Delta c_1}{\Delta r} < 0.$$

⇒ consume **menos** hoy cuando sube  $r$ .

- Si es **prestamista**, el signo total es ambiguo (sustitución vs ingreso).

# Inflación y presupuesto intertemporal

- Hasta ahora: precios de consumo en ambos periodos = 1.
- Con inflación, el precio de consumo en el periodo 2 es  $p_2 = 1 + \pi$ , donde  $\pi$  es la tasa de inflación.
- La restricción en unidades físicas de consumo:

$$c_2 = m_2 + \frac{1+r}{1+\pi}(m_1 - c_1).$$

Definimos la **tasa de interés real**  $\rho$ :

$$1 + \rho = \frac{1+r}{1+\pi},$$

de modo que:

$$c_2 = m_2 + (1 + \rho)(m_1 - c_1).$$

# Tasa nominal vs. tasa real

A partir de

$$1 + \rho = \frac{1 + r}{1 + \pi},$$

se obtiene:

$$\rho = \frac{r - \pi}{1 + \pi} \approx r - \pi \quad (\text{si } \pi \text{ es pequeña}).$$

- $r$ : tasa nominal (porcentaje de dólares extra).
- $\rho$ : tasa real (porcentaje de **consumo** extra).
- Ejemplo: si  $r = 0,18$  y  $\pi = 0,10$ :

$$\rho \approx 0,08 = 8\%.$$

**Regla práctica:** tasa real  $\approx$  tasa nominal – inflación esperada.

## Extensión a 3 períodos (visión rápida)

Si hay 3 períodos, con interés constante  $r$ :

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} + \frac{c_3}{(1+r)^2} = m_1 + \frac{m_2}{1+r} + \frac{m_3}{(1+r)^2}.$$

- Precio “hoy” de 1 unidad de consumo en el periodo  $t$ :

$$p_t = \frac{1}{(1+r)^{t-1}}.$$

- **Principio clave:** un perfil de ingresos con mayor **valor presente** es siempre preferible si se puede pedir prestado/prestar a la tasa  $r$ .

Rate	1	2	5	10	15	20	25	30
.05	.95	.91	.78	.61	.48	.37	.30	.23
.10	.91	.83	.62	.39	.24	.15	.09	.06
.15	.87	.76	.50	.25	.12	.06	.03	.02
.20	.83	.69	.40	.16	.06	.03	.01	.00

Varian, Tabla 10.1: Valor presente de \$1 a distintos plazos y tasas.

# Uso del valor presente

**Principio general:** el **valor presente** es la forma correcta de comparar flujos de pagos.

- Si puedes pedir prestado y prestar a la tasa  $r$ :

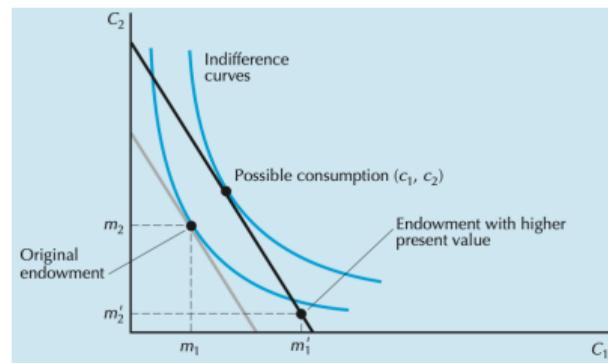
Prefieres siempre el flujo con VP más alto.

- Ejemplo de inversión:

$(M_1, M_2)$  ingresos,  $(P_1, P_2)$  pagos.

$$VP_{\text{neto}} = (M_1 - P_1) + \frac{M_2 - P_2}{1 + r}.$$

- Decisión: invierte si y solo si  $VP_{\text{neto}} > 0$ .



Varian (2016), Figura 10.6.

# Bonos: definición básica

- Un **bono** promete un flujo de pagos:

$$(x, x, \dots, x, F),$$

donde:

- $x$ : cupón periódicamente (por ejemplo anual).
- $F$ : valor nominal (*face value*) al vencimiento  $T$ .

- Valor presente:

$$PV = \frac{x}{1+r} + \frac{x}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{F}{(1+r)^T}.$$

- Si sube  $r$ , baja el  $PV$  (el bono “ pierde valor” ).

# Consols (perpetuidades)

- Un **consol** paga  $x$  cada periodo **para siempre**.

- Valor presente:

$$PV = \frac{x}{r}.$$

- Intuición rápida:

- Si inviertes  $V$  al tipo  $r$  generas  $Vr$  por periodo.
- Para que  $Vr = x$ , necesitas  $V = x/r$ .

- Moraleja: si la tasa  $r$  sube,  $PV = x/r$  baja mucho.

# Ejemplo 1: ahorrar hoy para consumir mañana

Datos:

- $m_1 = 1000, m_2 = 1000, r = 0,10$ .
- Prefiere un perfil “suave” de consumo.

Preguntas para clase:

- (a) ¿Cuál es el valor presente del ingreso total?
- (b) Si desea consumo **constante**  $c_1 = c_2$ , ¿cuánto sería  $c_1$ ?
- (c) ¿Es prestamista o prestatario?

(Resolución detallada en la guía del profesor).

## Ejemplo 2: comparar dos inversiones

**Inversión A:** paga \$100 hoy y \$200 el próximo año.

**Inversión B:** paga \$0 hoy y \$310 el próximo año.

Tarea en clase:

- (a) Calcule  $VP(A)$  y  $VP(B)$  si  $r = 0$ .
- (b) Repita con  $r = 0,20$ .
- (c) ¿Cuál inversión prefiere en cada caso?

(Resolución matemática en la guía del profesor).

## Ejemplo 3: coste de la deuda en tarjeta de crédito

- Compra de \$2,000 con tarjeta.
- Cargo mensual: 1.5 % sobre el **saldo promedio**.
- Paga \$1,800 al final del mes.

### Discusión:

- (a) ¿Cuánto debería pagar en intereses “justos” sobre los \$200 que realmente financia?
- (b) ¿Cuánto le cobra el banco si calcula el interés sobre el saldo promedio?
- (c) Interprete la “tasa efectiva” usando valor presente.

## Ejercicio 1: pendiente de la restricción intertemporal

- (a) Escriba la restricción en forma  $c_2 = a - bc_1$  y encuentre la pendiente.
- (b) ¿Qué ocurre con la pendiente cuando  $r$  aumenta?
- (c) Interprete esa pendiente como una TMS “del mercado” entre consumo presente y futuro.

## Ejercicio 2: tasa de interés real

Suponga que:

- Tasa nominal:  $r = 0,15$ .
- Inflación esperada:  $\pi = 0,10$ .
- (a) Calcule la tasa real exacta:

$$\rho = \frac{r - \pi}{1 + \pi}.$$

- (b) Calcule la aproximación  $\rho \approx r - \pi$ .
- (c) Interprete la diferencia entre ambas y discuta cuándo la aproximación es razonable.

## Ejercicio 3: elegir entre flujos de ingresos

A tipo de interés  $r = 0,10$ , compare los flujos:

- Opción A: (500, 800).
- Opción B: (300, 1000).
- (a) Calcule el valor presente de cada opción.
- (b) ¿Cuál es mejor desde el punto de vista puramente financiero?
- (c) Discuta cómo cambiaría la respuesta si  $r$  fuera menor.

# Resumen

- La elección intertemporal describe cómo los individuos eligen entre **consumo hoy** y **consumo futuro**.
- La restricción presupuestaria intertemporal puede escribirse en términos de **valor presente** o **valor futuro**.
- La tasa de interés (real) es el **precio relativo** entre consumo presente y futuro.
- El análisis de Slutsky se aplica: todo cambio en el tipo de interés genera **efecto sustitución e ingreso**.
- El **valor presente** es la herramienta adecuada para comparar flujos de pagos y decidir sobre inversiones, préstamos y ahorro.