# Microeconomía I (ECO351)

## U.10.2-U.11 Mercados de activos, Incertidumbre y Activos riesgosos

Briam E. Guerrero B.

Instituto Tecnológico de Santo Domingo (INTEC)

2025 T4

# Contenido de la unidad



Basado en Varian, Caps. 11, 12 y 13.

# ¿Qué es un activo?

- Un **activo** es un bien que proporciona un flujo de servicios a lo largo del tiempo.
- Tipos de activos:
  - **Activos reales**: vivienda, bosques, recursos naturales.
  - **Activos financieros**: bonos, acciones, depósitos bancarios.
- Los activos financieros proporcionan flujos de dinero que pueden usarse para comprar consumo.

# Tasas de retorno y arbitraje

**Principio fundamental:** Bajo certeza completa, todos los activos deben tener la misma tasa de retorno.

## Condición de no arbitraje

Si el activo A cuesta $p_0$ hoy y valdrá $p_1$ mañana, y existe un activo B que paga tasa de interés $r$, entonces:

$$1 + r = \frac{p_1}{p_0}$$

O equivalentemente:

$$p_0 = \frac{p_1}{1 + r}$$

**Arbitraje sin riesgo:** Comprar barato, vender caro, sin riesgo.

# Valor presente

La condición de no arbitraje implica que:

$$p_0 = \frac{p_1}{1 + r}$$

- El precio actual de un activo debe ser su **valor presente**.
- Cualquier desviación del precio de VP crea una oportunidad segura de ganar dinero.
- El mercado ajusta precios hasta eliminar oportunidades de arbitraje.

# Ajustes por diferencias entre activos

Los activos pueden diferir en:

1. **Liquidez**: Facilidad para vender el activo.
   - Ejemplo: bonos del tesoro vs. vivienda.
2. **Retorno en consumo**: Algunos activos proporcionan utilidad directa.
   - Ejemplo: vivienda (ahorro en renta).
   - Retorno total = retorno financiero + retorno en consumo.
3. **Impuestos**: Diferentes tratamientos fiscales.
   - Ejemplo: bonos municipales exentos de impuestos.
   - Condición: $(1 - t)r_b = r_e$ (retornos después de impuestos iguales).
4. **Riesgo**: Variabilidad del retorno (tema central de hoy).

# Aplicación: Recursos agotables

**Pregunta:** ¿Cómo cambia el precio del petróleo a lo largo del tiempo?

**Respuesta:** El precio debe crecer a la tasa de interés.

$$p_{t+1} = (1 + r)p_t$$

**Intuición:** "Petróleo en el suelo = dinero en el banco"

- Si el petróleo en el suelo rindiera más que $r$, nadie extraería hoy.
- Si rindiera menos que $r$, todos querrían extraer hoy.

**Nivel de precio:** Determinado por la demanda y el costo de la alternativa.

$$p_0 = \frac{C}{(1 + r)^T}$$

donde $C$ = costo de la alternativa (ej. carbón licuado) y $T$ = años hasta agotamiento.

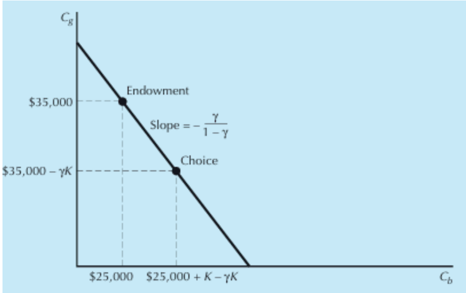
# Consumo contingente

- Bajo incertidumbre, los consumidores eligen **distribuciones de probabilidad** sobre resultados de consumo.
- **Estado de la naturaleza**: Posible resultado de un evento aleatorio.
- **Plan de consumo contingente**: Especifica consumo en cada estado.

**Ejemplo:** Seguro contra pérdida de $10,000 con probabilidad 1 %.

- Dotación: $35,000 sin pérdida, $25,000 con pérdida.
- Seguro: Pagar prima $\gamma K$ para recibir $K$ si ocurre pérdida.

# Análisis con curvas de indiferencia




- Eje horizontal: Consumo en estado "malo" ($C_b$)
- Eje vertical: Consumo en estado "bueno" ($C_g$)
- Pendiente de restricción presupuestaria: $-\gamma/(1-\gamma)$
- Punto óptimo: Tangencia de curva de indiferencia con restricción

# Funciones de utilidad con probabilidades

La utilidad depende de consumos y probabilidades:

$$u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2)$$

**Ejemplos:**

- **Valor esperado** (sustitutos perfectos):

$$u = \pi_1 c_1 + \pi_2 c_2$$

- **Cobb-Douglas en logaritmos**:

$$u = \pi_1 \ln c_1 + \pi_2 \ln c_2$$

# Utilidad esperada

## Función de utilidad esperada (von Neumann-Morgenstern)

$$U(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 v(c_1) + \pi_2 v(c_2)$$

donde $v(\cdot)$ es la función de utilidad de riqueza.

**Propiedades importantes:**

- Utilidad es promedio ponderado por probabilidades.
- Si $\pi_1 = 1$: $v(c_1)$ es utilidad de consumo cierto.
- Única salvo transformaciones afines: $av(c) + b$ con $a > 0$.

# Supuesto de independencia

**Idea clave:** Valoración de consumo en un estado no debe depender de consumo en otros estados.

**¿Por qué?** Solo un estado ocurrirá realmente.

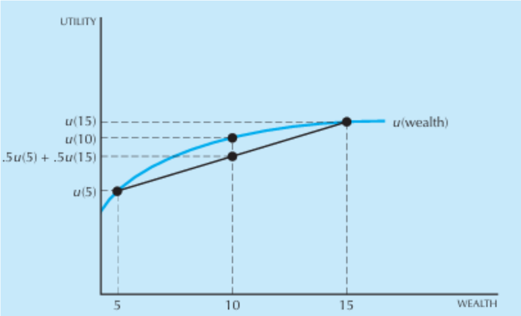
- Si mi casa se quema, no importa cuánto hubiera tenido si no se quema.
- "Lo que no pasó no afecta el valor de lo que sí pasó."

Este supuesto implica que:

$$MRS_{12} = -\frac{\pi_1 v'(c_1)}{\pi_2 v'(c_2)}$$

es independiente de $c_3$ (consumo en otro estado).

# Aversión al riesgo




- **Averso al riesgo**: Prefiere valor esperado de riqueza a la apuesta.

$$u(10) > 0{,}5u(5) + 0{,}5u(15)$$

- Utilidad **cóncava**: pendiente decreciente.
- Utilidad marginal de riqueza es decreciente.

# Tipos de actitudes hacia el riesgo

**Averso al riesgo:**

- $u$ cóncava
- Prefiere certeza
- Compra seguro

**Amante del riesgo:**

- $u$ convexa
- Prefiere apuestas
- Juega lotería

**Neutral al riesgo:**

- $u$ lineal
- Indiferente entre apuesta y valor esperado
- Solo importa retorno esperado

# Demanda de seguro (con prima justa)

Suponga prima "justa": $\gamma = \pi$ (probabilidad de pérdida).

Condición de optimalidad:

$$\frac{\pi v'(c_2)}{(1-\pi)v'(c_1)} = \frac{\pi}{1-\pi}$$

Simplificando:

$$v'(c_1) = v'(c_2)$$

**Resultado:** Si el consumidor es averso al riesgo y la prima es justa, comprará **seguro completo**.

- $c_1 = c_2 \Rightarrow$ Riqueza igual en ambos estados.
- Elimina completamente el riesgo.

# Diversificación

**Ejemplo:** \$100 para invertir en dos empresas.

- Empresa de gafas de sol: Vale \$20 si es soleado, \$5 si llueve.
- Empresa de impermeables: Vale \$5 si es soleado, \$20 si llueve.
- Probabilidad 50 %-50 %.

**Estrategias:**

- Invertir todo en una: Apuesta con valor esperado \$125.
- Invertir mitad en cada: \$125 **con certeza**.

**Lección:** Diversificar reduce riesgo cuando activos están negativamente correlacionados.

Incluso con correlación positiva (no perfecta), diversificación reduce riesgo.

# Dispersión del riesgo

**Ejemplo:** 1,000 personas, cada una con:

- Riqueza: \$35,000
- Probabilidad 1 % de perder \$10,000
- Pérdidas independientes

**Problema individual:** Gran riesgo individual (1 % de perder \$10,000).

**Solución cooperativa:**

- Si alguien pierde \$10,000, cada persona contribuye \$10.
- En promedio, 10 casas se queman $\Rightarrow$ cada persona paga \$100/año.
- Cada persona reduce su riesgo dramáticamente.

Esto es la **esencia de una compañía de seguros cooperativa**.

# Rol del mercado de valores

El mercado de valores permite:

1. **Dispersión de riesgo:**
   - Empresarios pueden vender acciones y diversificar.
   - Inversionistas pueden mantener portafolios diversificados.
2. **Transferencia de riesgo:**
   - De personas reacias al riesgo...
   - ...a personas dispuestas a asumirlo (si se les compensa).
3. **Agregación de riesgo:**
   - A diferencia del seguro, existe riesgo agregado.
   - El mercado en su conjunto puede subir o bajar.
   - Alguien debe asumir ese riesgo (con compensación adecuada).

# Utilidad media-varianza

Simplificación: Distribuciones de riqueza caracterizadas por dos parámetros.

**Media (valor esperado):**

$$\mu_w = \sum_{s=1}^{S} \pi_s w_s$$

**Varianza (dispersión):**

$$\sigma_w^2 = \sum_{s=1}^{S} \pi_s (w_s - \mu_w)^2$$

**Desviación estándar:**

$$\sigma_w = \sqrt{\sigma_w^2}$$

**Función de utilidad:** $u(\mu_w, \sigma_w)$

- Mayor $\mu$ es mejor (mayor retorno esperado).
- Mayor $\sigma$ es peor (mayor riesgo).

# Problema de portafolio simple

Inversión en dos activos:

- **Activo libre de riesgo:** Retorno $r_f$ (certeza).
- **Activo riesgoso:** Retorno esperado $r_m$, desviación estándar $\sigma_m$.

Invertir fracción $x$ en activo riesgoso, $(1-x)$ en libre de riesgo:

**Retorno esperado del portafolio:**

$$r_x = x r_m + (1-x) r_f$$

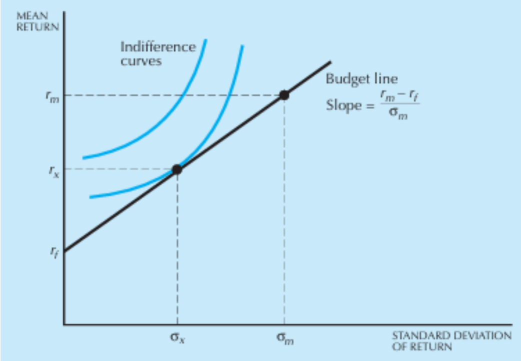
**Desviación estándar del portafolio:**

$$\sigma_x = x \sigma_m$$

Eliminando $x$:

$$r_x = r_f + \frac{r_m - r_f}{\sigma_m} \sigma_x$$

# Riesgo y retorno: Elección óptima




- Línea presupuestaria: Muestra intercambio entre riesgo y retorno.
- Pendiente = **precio del riesgo** = $(r_m - r_f)/\sigma_m$
- Óptimo: Tangencia de curva de indiferencia con línea presupuestaria.

# Precio del riesgo

## Definición

$$p = \frac{r_m - r_f}{\sigma_m}$$

Es el retorno adicional por unidad de riesgo que ofrece el mercado.

**Condición de optimalidad:**

$$MRS = \frac{r_m - r_f}{\sigma_m}$$

**Equilibrio:** Todos los inversionistas enfrentan el mismo precio del riesgo.

- Como cualquier otro precio en economía.
- Se ajusta para igualar oferta y demanda de activos riesgosos.

# Medición del riesgo: Beta ($\beta$)

**Problema:** ¿Cómo medir el riesgo de un activo individual?

**Respuesta incorrecta:** Desviación estándar del activo solo.

**Respuesta correcta:** Cómo contribuye al riesgo del portafolio total.

## Beta de un activo

$$\beta_i = \frac{\text{Riesgo del activo } i \text{ relativo al mercado}}{\text{Riesgo del mercado}}$$

**Interpretación:**

- $\beta_i = 1$: Tan riesgoso como el mercado.
- $\beta_i < 1$: Menos riesgoso que el mercado.
- $\beta_i > 1$: Más riesgoso que el mercado.
- $\beta_i < 0$: Se mueve opuesto al mercado (muy valioso).

# ¿Por qué beta y no desviación estándar?

**Ejemplo extremo:**

- Activo A: Vale \$10 o $-$\$5 con probabilidad 50 %-50 %. $\mu = \$2{,}50$
- Activo B: Vale $-$\$5 o \$10 con probabilidad 50 %-50 %. $\mu = \$2{,}50$
- Cuando A vale \$10, B vale $-$\$5 y viceversa (correlación perfecta negativa).

**Individualmente:**

- Cada activo es muy riesgoso (gran desviación estándar).
- Valor esperado: \$2.50.

**Juntos:**

- 1 acción de A + 1 acción de B = \$5 con certeza.
- Riesgo completamente eliminado.
- Dispuesto a pagar casi \$5 por el paquete.

**Lección:** El riesgo de un activo depende de su correlación con otros activos.

# Equilibrio: Modelo de valoración de activos de capital (CAPM)

**Condición de equilibrio:** Retornos ajustados por riesgo deben ser iguales.

Para cualquier activo $i$:

$$r_i - \beta_i(r_m - r_f) = r_f$$

Reordenando:

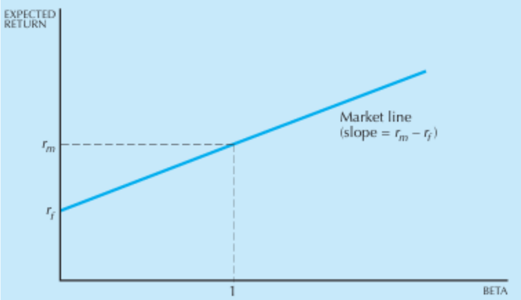
## CAPM

$$r_i = r_f + \beta_i(r_m - r_f)$$

**Componentes:**

- $r_f$: Retorno libre de riesgo (compensación por el tiempo).
- $\beta_i(r_m - r_f)$: Prima de riesgo (compensación por el riesgo).

# Línea del mercado




- Todos los activos en equilibrio están sobre esta línea.
- Pendiente $= r_m - r_f$ (prima de riesgo del mercado).
- Si un activo está por encima: oportunidad de compra (precio subirá).
- Si está por debajo: se debe vender (precio bajará).

# Ajuste de precios

**¿Qué pasa si un activo no está en la línea del mercado?**

Suponga que un activo $i$ ofrece:

$$r_i - \beta_i(r_m - r_f) > r_f$$

Esto significa que el activo ofrece un retorno ajustado por riesgo mayor que la tasa libre de riesgo.

**Proceso de ajuste:**

1. Inversionistas descubren la oportunidad.
2. Intentan comprar el activo.
3. Precio actual $p_0$ sube.
4. Retorno esperado $r_i = (p_1 - p_0)/p_0$ baja.
5. Ajuste continúa hasta que el activo está en la línea del mercado.

# Riesgo de contraparte

**Definición:** Riesgo de que la otra parte de una transacción no cumpla.

**Ejemplo simplificado:**

- Banco A debe $1,000M al Banco B.
- Banco B debe $1,000M al Banco C.
- Banco C debe $1,000M al Banco A.

Si Banco A incumple $\Rightarrow$ B no puede pagar a C $\Rightarrow$ C no puede pagar a A.

**Contagio financiero / Riesgo sistémico:**

- Falla de una institución causa fallas en cadena.
- Crisis financiera de 2008.

**Solución:** Prestamista de última instancia (Banco Central).

# Aplicación 1: Valor en riesgo (VaR)

**Pregunta:** ¿Cuál es la probabilidad de perder más de X dólares en un día?

## Definición de VaR

Si hay 5 % de probabilidad de perder más de \$1M en un día:

$$\text{VaR al } 5\,\% \text{ a } 1 \text{ día} = \$1M$$

**Usos:**

- Gestión de riesgo en bancos.
- Regulación financiera (requisitos de capital).

**Desafíos:**

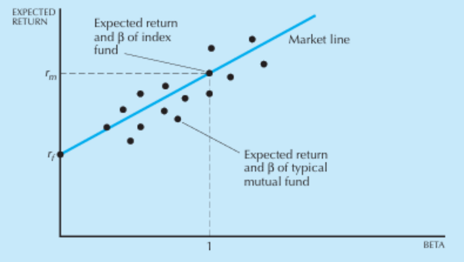
- Difícil estimar con precisión.
- Colas gordas: eventos extremos más probables de lo estimado.
- Crisis 2008: VaR subestimó riesgos reales.

# Aplicación 2: Ranking de fondos mutuos

**Pregunta:** ¿Cómo elegir un fondo mutuo?

**Método CAPM:**

1. Graficar retorno esperado vs. beta de cada fondo.
2. Trazar línea del mercado desde $r_f$ hasta fondo índice.
3. Comparar fondos con esta línea.




**Resultado empírico:** Mayoría de fondos están **debajo** de la línea.

- Fondos índice (pasivos) suelen superar fondos activos después de comisiones.

# Aplicación 3: Precios de gasolina durante Guerra del Golfo

**Verano 1990:** Irak invade Kuwait $\Rightarrow$ Bloqueo de petróleo.

Precio del petróleo sube inmediatamente en mercados mundiales.
Precio de gasolina en EE.UU. sube inmediatamente.

**Crítica popular:** "¡Aprovechamiento de guerra!"

- Argumento: Gasolina en tanques fue producida con petróleo barato.
- Toma 6 semanas para que petróleo caro llegue a refinerías.

**Respuesta económica:**

- Gasolina hoy vale \$1/galón. En 6 semanas valdrá \$1.50.
- ¿A qué precio vender hoy? ¡Cerca de \$1.50!
- Si vendes a \$1, mejor guardar gasolina 6 semanas.
- Arbitraje intertemporal: precio futuro = precio actual (descontado).

**Bienestar:** Precio alto hoy fomenta conservación inmediata (eficiente).

# Resumen

**Mercados de activos:**

- No arbitraje: Activos con retornos ciertos deben tener mismo retorno.
- Valor presente: Activos valen VP de flujos futuros.

**Incertidumbre:**

- Consumo contingente: Planes de consumo en diferentes estados.
- Utilidad esperada: $U = \sum \pi_s v(c_s)$.
- Aversión al riesgo: Utilidad cóncava; prefiere certeza.
- Diversificación y dispersión de riesgo reducen riesgo total.

**Activos riesgosos:**

- Media-varianza: Utilidad depende de $\mu$ y $\sigma$.
- Beta: Mide riesgo relativo al mercado.
- CAPM: $r_i = r_f + \beta_i(r_m - r_f)$.
- Equilibrio: Retornos ajustados por riesgo son iguales.