Microeconomía II (ECO304)

Repaso de Microeconomía I: Teoría del Consumidor

Briam E. Guerrero B.

Instituto Tecnológico de Santo Domingo (INTEC)

2026 T1

Hoja de Ruta

Sección 1

Restricción Presupuestaria y Preferencias

Restricción Presupuestaria

Conjunto presupuestario:

$$B = \{(x_1, x_2) : p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq m\}$$

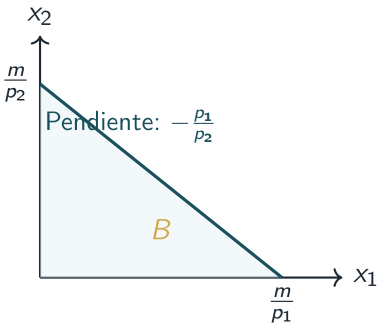
Recta presupuestaria:

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$$

Forma explícita:

$$x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1$$

- Pendiente: $-p_1/p_2$ (costo de oportunidad)
- Interceptos: m/p_1 y m/p_2



Cambios en la Restricción Presupuestaria

Cambio en el ingreso ($m \uparrow$):

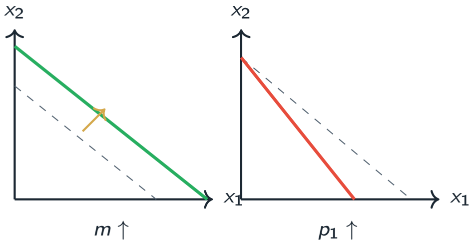
- Desplazamiento paralelo hacia afuera
- Pendiente no cambia

Cambio en p_1 ($p_1 \uparrow$):

- Rota hacia adentro desde el intercepto x_2
- Más empinada

Impuestos:

- Ad valorem: $p_1' = (1 + t)p_1$
- Cantidad: $p_1' = p_1 + t$
- Suma fija: $m' = m - T$



Preferencias: Axiomas Fundamentales

Sobre el conjunto de consumo X, tenemos una relación $\succeq$ que satisface:

Axiomas de Racionalidad

1. **Completitud**: $\forall x, y \in X$, se cumple $x \succeq y$ o $y \succeq x$ (o ambas)
2. **Transitividad**: Si $x \succeq y$ e $y \succeq z$, entonces $x \succeq z$
3. **Monotonicidad**: Más es mejor (o al menos no peor)
4. **Convexidad**: Las mezclas son mejores que los extremos

$$x \sim y \Rightarrow tx + (1-t)y \succeq x \text{ para } t \in (0,1)$$

Consecuencia

Bajo estos axiomas, existen curvas de indiferencia bien comportadas.

Curvas de Indiferencia y TMS

Curva de indiferencia:

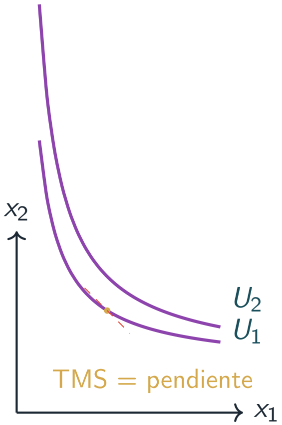
$$I = \{(x_1, x_2) : x \sim \bar{x}\}$$

Tasa Marginal de Sustitución:

$$\mathrm{TMS}_{12} = \left.\frac{dx_2}{dx_1}\right|_{U \text{ constante}}$$

Interpretación: cantidad de x_2 que el consumidor está dispuesto a sacrificar por una unidad adicional de x_1.

- TMS decreciente $\Rightarrow$ convexidad
- En el óptimo: $\mathrm{TMS} = p_1/p_2$



Ejemplos de Preferencias

Sustitutos Perfectos

$$U(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$$

CI: líneas rectas

TMS constante: a/b

Complementos Perfectos

$$U(x_1, x_2) = \min\{ax_1, bx_2\}$$

CI: forma de L

Consumo en proporción fija

Cobb-Douglas

$$U(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{1-\alpha}$$

CI: hipérbolas

TMS decreciente

Propiedades Especiales

- **Cuasilineales**: $U(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2$ — TMS sólo depende de x_1
- **Homotéticas**: $\mathrm{TMS}(tx_1, tx_2) = \mathrm{TMS}(x_1, x_2)$ — CI son expansiones radiales

Sección 2

Elección Óptima y Demanda

Problema de Maximización del Consumidor

Problema Primal

$$\max_{x_1,x_2} U(x_1,x_2) \quad \text{s.a.} \quad p_1x_1 + p_2x_2 \leq m$$

Condiciones de primer orden (óptimo interior):

$$\frac{\partial U/\partial x_1}{\partial U/\partial x_2} = \frac{p_1}{p_2} \quad \text{y} \quad p_1x_1 + p_2x_2 = m$$

O equivalentemente:

$$\boxed{\mathrm{TMS}_{12} = \frac{p_1}{p_2}}$$

Interpretación: La disposición marginal a pagar debe igualar el precio relativo de mercado.

Funciones de Demanda: Ejemplos

1. **Cobb-Douglas** $U(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{1-\alpha}$:

$$x_1^* = \frac{\alpha m}{p_1}, \quad x_2^* = \frac{(1-\alpha)m}{p_2}$$

   - El consumidor gasta una fracción constante α de su ingreso en el bien 1

2. **Sustitutos Perfectos** $U(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$:

$$x_1^* = \begin{cases} m/p_1 & \text{si } a/b > p_1/p_2 \\ \text{cualquier punto en la recta} & \text{si } a/b = p_1/p_2 \\ 0 & \text{si } a/b < p_1/p_2 \end{cases}$$

   - Solución de esquina: consume sólo el bien más "barato por utilidad"

Funciones de Demanda: Ejemplos (cont.)

3. **Complementos Perfectos** $U(x_1, x_2) = \text{mín}\{x_1, x_2\}$:

$$x_1^* = x_2^* = \frac{m}{p_1 + p_2}$$

   - Consumo en proporción fija 1:1

4. **Cuasilineal** $U(x_1, x_2) = \ln(x_1) + x_2$:

$$x_1^* = \frac{1}{p_1}, \quad x_2^* = m - \frac{p_1}{p_1} = m - 1$$

   - La demanda de x_1 **no depende del ingreso**
   - Todo el ingreso adicional se gasta en x_2

Propiedades de la Demanda

Las funciones de demanda $x_i(p_1, p_2, m)$ satisfacen:

1. **Homogeneidad de grado 0**:

$$x_i(tp_1, tp_2, tm) = x_i(p_1, p_2, m) \quad \forall t > 0$$

   - La demanda no cambia si todos los precios y el ingreso se multiplican por t
   - No hay ilusión monetaria

2. **Ley de Walras** (se gasta todo el presupuesto):

$$p_1 x_1(p_1, p_2, m) + p_2 x_2(p_1, p_2, m) = m$$

3. **Agregación de Cournot**:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i \frac{\partial x_i}{\partial m} = 1$$

Sección 3

Preferencias Reveladas

Axioma Débil de las Preferencias Reveladas (WARP)

Idea: Las elecciones observadas revelan información sobre las preferencias.

WARP

Si el consumidor elige x cuando y está disponible (i.e., $p \cdot x \leq p \cdot y$), entonces x es directamente revelado preferido a y (escribimos $x \succ_D y$).

El WARP dice: si $x \succ_D y$, entonces no puede ser que $y \succ_D x$.

Matemáticamente:

$$p^0 \cdot x^0 \leq p^0 \cdot x^1 \quad \Rightarrow \quad p^1 \cdot x^1 < p^1 \cdot x^0$$

(si no hay cambio, se usa $\leq$ en ambas)

Interpretación

Si el consumidor rechaza y pudiendo comprarlo cuando elige x, entonces no debe elegir y cuando x esté disponible (a menos que no pueda pagar x).

Axioma Fuerte de las Preferencias Reveladas (SARP)

SARP

Si x es revelado preferido a y directa o indirectamente (a través de una cadena de revelaciones), entonces y no puede ser revelado preferido a x.

Cadena de revelaciones:

$$x^0 \succ_D x^1 \succ_D \cdots \succ_D x^k$$

implica $x^0 \succ^* x^k$ (revelado preferido transitivamente).

El SARP requiere: si $x \succ^* y$, entonces no puede ser que $y \succ^* x$.

Teorema

Las elecciones observadas provienen de la maximización de preferencias racionales si y solo si satisfacen el SARP.

Índices de Precios y Bienestar

Problema: ¿Cómo comparar el bienestar del consumidor cuando cambian precios e ingresos?

Índice de Precios de Laspeyres

Usa cantidades del período base q^0:

$$L = \frac{p^1 \cdot q^0}{p^0 \cdot q^0}$$

Índice de Precios de Paasche

Usa cantidades del período actual q^1:

$$P = \frac{p^1 \cdot q^1}{p^0 \cdot q^1}$$

Propiedades:

- Laspeyres sobreestima el aumento del costo de vida (no ajusta por sustitución)
- Paasche subestima el aumento del costo de vida

Sección 4

Ecuación de Slutsky

Descomposición de Slutsky: Intuición

Cuando p_1 cambia, el efecto total sobre la demanda tiene dos componentes:

1. **Efecto Sustitución (ES)**: El bien se hace relativamente más caro/barato
   - Manteniendo el poder adquisitivo constante
   - Siempre en dirección opuesta al cambio de precio (negativo)
2. **Efecto Ingreso (EI)**: El poder adquisitivo real cambia
   - Si $p_1 \uparrow$, el consumidor se hace más "pobre"
   - Signo depende de si el bien es normal o inferior

$$\underbrace{\frac{dx_1}{dp_1}}_{\text{Efecto Total}} = \underbrace{\frac{\partial h_1}{\partial p_1}}_{\text{ES (siempre } < 0\text{)}} + \underbrace{\left(-x_1 \frac{\partial x_1}{\partial m}\right)}_{\text{EI}}$$

Ecuación de Slutsky: Versión Formal

Ecuación de Slutsky

$$\underbrace{\frac{\partial x_1}{\partial p_1}}_{\text{Efecto Total}} = \underbrace{\frac{\partial h_1}{\partial p_1}}_{\text{Efecto Sustitución}} - \underbrace{x_1 \frac{\partial x_1}{\partial m}}_{\text{Efecto Ingreso}}$$

donde $h_1(p_1, p_2, \bar{u})$ es la demanda hicksiana (compensada).

Tres versiones de la compensación:

1. **Hicksiana**: Ajustar m para mantener u constante
2. **Slutsky**: Ajustar m para que la canasta original siga siendo asequible
3. **Variación equivalente/compensatoria**: Medidas monetarias del cambio en bienestar

Ley de la Demanda

Si el bien es normal ($\partial x_1 / \partial m > 0$), entonces:

$$\frac{\partial x_1}{\partial p_1} < 0$$

Tipos de Bienes según Slutsky

Clasificación por Efecto Ingreso:

- **Bien normal**: $\partial x_1/\partial m > 0$
  - Demanda sube con el ingreso
- **Bien inferior**: $\partial x_1/\partial m < 0$
  - Demanda baja con el ingreso

Bien de Giffen:

- $\partial x_1/\partial p_1 > 0$ (viola ley de demanda)
- Requiere: bien inferior + EI domina ES
- Muy raro en la práctica

Clasificación por Elasticidades:

- **Bien de lujo**: $\epsilon_m > 1$
  - Gasto proporcional crece con m
- **Bien necesario**: $0 < \epsilon_m < 1$
  - Gasto proporcional cae con m

donde la elasticidad ingreso es:

$$\epsilon_m = \frac{\partial x_1}{\partial m} \cdot \frac{m}{x_1}$$

Sección 5

Dotaciones Iniciales

Comprando y Vendiendo

Situación: El consumidor tiene una dotación inicial (ω_1, ω_2) en lugar de ingreso monetario m.

Restricción Presupuestaria

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq p_1 \omega_1 + p_2 \omega_2$$

El "ingreso" es el valor de la dotación: $m = p_1 \omega_1 + p_2 \omega_2$.

Puntos clave:

- La dotación ω siempre está sobre la restricción presupuestaria
- Si $x_1 > \omega_1$: el consumidor es **comprador neto** de bien 1
- Si $x_1 < \omega_1$: el consumidor es **vendedor neto** de bien 1

Caso Especial

Si $p_2 = 1$ (numéraire), entonces $m = p_1 \omega_1 + \omega_2$.

Efecto de Cambios de Precios con Dotaciones

Cuando p_1 cambia con dotaciones, hay un efecto adicional:

Ecuación de Slutsky con dotaciones:

$$\frac{\partial x_1}{\partial p_1} = \frac{\partial h_1}{\partial p_1} - (x_1 - \omega_1)\frac{\partial x_1}{\partial m}$$

Comprador neto $(x_1 > \omega_1)$:

- Si $p_1 \uparrow$, se hace más pobre
- EI es negativo (si bien normal)
- Comportamiento estándar

Vendedor neto $(x_1 < \omega_1)$:

- Si $p_1 \uparrow$, se hace más rico
- EI es positivo (si bien normal)
- Puede llevar a curva de oferta con pendiente positiva

Curva de Oferta de Trabajo

Aplicación clásica: trabajador vende tiempo (dotación T).
Si $w \uparrow$: ES $\uparrow$ trabajo, EI $\downarrow$ trabajo (más ocio).
Resultado: curva de oferta puede doblarse hacia atrás.

Sección 6

Elección Intertemporal

Modelo de Dos Períodos

Problema: El consumidor distribuye consumo c_1, c_2 entre dos períodos.

Restricción Presupuestaria Intertemporal

Con ingreso (m_1, m_2) y tasa de interés r:

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} = m_1 + \frac{m_2}{1+r}$$

Interpretaciones:

- Lado izquierdo: valor presente del consumo
- Lado derecho: riqueza (valor presente del ingreso)
- Precio relativo: $(1+r)$ unidades de c_2 por 1 unidad de c_1

Forma alternativa:

$$c_2 = (1+r)(m_1 - c_1) + m_2$$

Si ahorra $s = m_1 - c_1$ hoy, puede consumir $(1+r)s$ adicional mañana.

Prestamista vs. Prestatario

Prestamista ($c_1 < m_1$):

- Ahorra: $s = m_1 - c_1 > 0$
- Si $r \uparrow$:
  - ES: Ahorra más (sustitución intertemporal)
  - EI: Se hace más rico, puede consumir más hoy
  - Efecto ambiguo

Prestatario ($c_1 > m_1$):

- Pide prestado: $s < 0$
- Si $r \uparrow$:
  - ES: Consume menos hoy
  - EI: Se hace más pobre, consume menos
  - Ambos efectos en misma dirección

Slutsky:

$$\frac{\partial c_1}{\partial r} = \frac{\partial h_1}{\partial r} + s\frac{\partial c_1}{\partial m}$$

Resultado

Los prestatarios definitivamente reducen c_1 cuando r sube.

Tasa de Descuento

Si $U(c_1, c_2) = u(c_1) + \delta u(c_2)$, entonces $\delta < 1$ representa impaciencia.
En óptimo: $u'(c_1) = \delta(1 + r)u'(c_2)$.

Inflación y Tasa de Interés Real

Problema: Con inflación π, los precios cambian entre períodos.

Sea $p_1 = 1$ (numéraire en período 1) y $p_2 = 1 + \pi$ (precio en período 2).

Restricción con Inflación

$$c_1 + \frac{(1+\pi)c_2}{1+i} = m_1 + \frac{(1+\pi)m_2}{1+i}$$

donde i es la tasa de interés nominal.

Tasa de interés real:

$$1 + r = \frac{1+i}{1+\pi} \quad \Rightarrow \quad r \approx i - \pi$$

Principio

Lo que importa para las decisiones reales es la tasa de interés **real**, no la nominal.

Sección 7

Demanda del Mercado y Excedente

Demanda del Mercado

Agregación horizontal: Sumamos las cantidades demandadas a cada precio.

Si hay n consumidores con demandas $x_i(p)$:

$$X(p) = \sum_{i=1}^{n} x_i(p)$$

Ejemplo

- Consumidor A: $x_A(p) = \max\{10 - p, 0\}$
- Consumidor B: $x_B(p) = \max\{20 - 2p, 0\}$
- Demanda total:

$$X(p) = \begin{cases} 30 - 3p & \text{si } p \leq 10 \\ 20 - 2p & \text{si } p \in (10, 10] \\ 0 & \text{si } p > 10 \end{cases}$$

La curva de demanda del mercado tiene "quiebres" donde algunos consumidores dejan de comprar.

Elasticidad de la Demanda

Elasticidad Precio de la Demanda

$$\epsilon = \frac{dX/X}{dp/p} = \frac{dX}{dp} \cdot \frac{p}{X}$$

Clasificación:

- $|\epsilon| > 1$: Demanda elástica (sensible al precio)
- $|\epsilon| < 1$: Demanda inelástica (insensible al precio)
- $|\epsilon| = 1$: Elasticidad unitaria

Relación con ingreso total: $IT = p \cdot X(p)$

$$\frac{dIT}{dp} = X + p\frac{dX}{dp} = X\left(1 + \frac{p}{X}\frac{dX}{dp}\right) = X(1 - |\epsilon|)$$

- Si $|\epsilon| > 1$: subir p reduce IT
- Si $|\epsilon| < 1$: subir p aumenta IT

Excedente del Consumidor

Medida del beneficio que obtiene el consumidor por participar en el mercado.

Definición

$$EC = \int_{\bar{p}}^{p^*} X(p)\, dp$$

donde $\bar{p}$ es el precio de reserva (precio al cual $X = 0$).

Interpretaciones:

- Área bajo la curva de demanda y sobre el precio
- Disposición a pagar total menos gasto real
- Proxy para el cambio en bienestar ante políticas

Limitación

El EC es una medida exacta de bienestar solo para preferencias cuasilineales.
En otros casos, es una aproximación.

Cambios en el Excedente del Consumidor

Pregunta: ¿Cuánto cambia el bienestar si el precio cambia de p_0 a p_1?

$$\Delta EC = \int_{p_1}^{p_0} X(p)\, dp$$

Medidas exactas de cambio en bienestar:

1. **Variación Compensatoria (VC)**: ¿Cuánto dinero necesitaría el consumidor para estar tan bien como antes del cambio?
2. **Variación Equivalente (VE)**: ¿Cuánto dinero estaría dispuesto a pagar el consumidor para evitar el cambio?

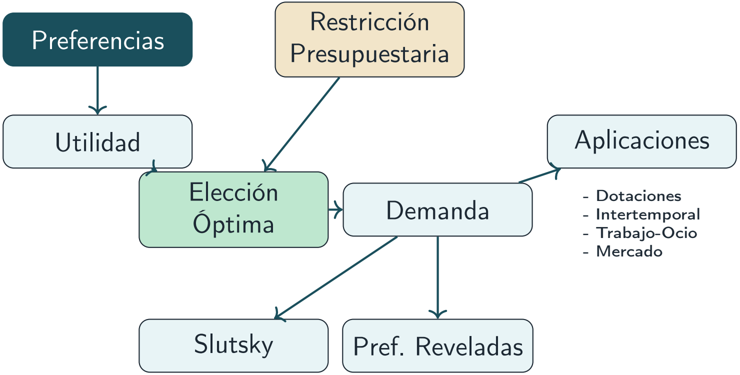
Nota

VC y VE coinciden con ΔEC solo para preferencias cuasilineales.
En general: $VC \neq VE \neq \Delta EC$, pero suelen ser parecidas.

Sección 8

Síntesis y Conexiones

Mapa Conceptual de Micro I



Estructura Dual

Primal: Max $U(x)$ s.a. $p \cdot x \leq m \Rightarrow$ Demanda marshalliana $x(p, m)$
Dual: Min $p \cdot x$ s.a. $U(x) \geq \bar{u} \Rightarrow$ Demanda hicksiana $h(p, \bar{u})$

Fórmulas Clave para Recordar

Elección óptima:

$$\mathrm{TMS} = \frac{p_1}{p_2}$$

Slutsky:

$$\frac{\partial x_1}{\partial p_1} = \frac{\partial h_1}{\partial p_1} - x_1 \frac{\partial x_1}{\partial m}$$

Con dotaciones:

$$\frac{\partial x_1}{\partial p_1} = \frac{\partial h_1}{\partial p_1} - (x_1 - \omega_1) \frac{\partial x_1}{\partial m}$$

Cobb-Douglas:

$$x_1^* = \frac{\alpha m}{p_1}$$

Intertemporal:

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} = m_1 + \frac{m_2}{1+r}$$

Elasticidad:

$$\epsilon = \frac{dX}{dp} \cdot \frac{p}{X}$$

Recuerda

- ES siempre va en dirección opuesta a Δp
- EI depende de si el bien es normal o inferior
- Para vendedores netos, EI tiene signo opuesto al usual

Conexión con Micro II

Lo que viene en este curso:

1. **Teoría de la Firma**:
   - Tecnología y producción (análogo a preferencias)
   - Minimización de costos (dual a maxización de beneficio)
   - Oferta competitiva
2. **Equilibrio Parcial**:
   - Equilibrio competitivo (oferta = demanda)
   - Bienestar: excedente del productor y del consumidor
   - Eficiencia e intervenciones (impuestos, subsidios, controles)
3. **Fallas de Mercado**:
   - Monopolio y poder de mercado
   - Externalidades
   - Bienes públicos e información asimétrica

Ejercicio de Repaso Rápido

Problema: Un consumidor con $U(x_1, x_2) = x_1^{1/2} x_2^{1/2}$ enfrenta precios $p_1 = 2$, $p_2 = 4$, e ingreso $m = 120$.

Preguntas:

(a) Encuentre la canasta óptima (x_1^*, x_2^*).

(b) Calcule la utilidad en el óptimo.

(c) Si p_1 sube a $p_1' = 3$, encuentre la nueva canasta óptima.

(d) Descomponga el cambio en x_1 usando Slutsky (necesita calcular la demanda hicksiana).

Pistas

- Para Cobb-Douglas $x_1^{\alpha} x_2^{1-\alpha}$: $x_1^* = \alpha m / p_1$, $x_2^* = (1-\alpha) m / p_2$
- Demanda hicksiana: $h_1 = \bar{u}\sqrt{p_2/p_1}$ (para este caso)
- ES = cambio en h_1 cuando p_1 cambia, manteniendo $\bar{u}$ fijo

¿Listos para Micro II?

briam.guerrero@intec.edu.do

Próxima clase: Teoría de la Firma