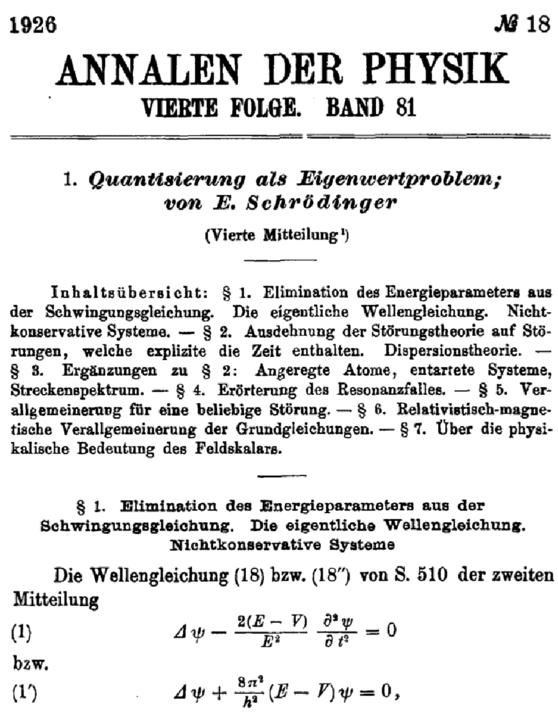
Schrodinger’s Equation

Interpretation and Time-Dependence

This is our twenty-fourth notebook. In this notebook, we will build on the intuition for the solutions found in the previous notebook. We will interpret and “normalize” the solutions. These are known as stationary solutions. Then we will reintroduce time, see that energy closely relates to time-dependence, and finally combine solutions with different energies and different time-dependencies to get non-stationary (moving) solutions of Schrodinger’s equation.

Exact Energy Levels

In fact, the problem we were studying in the previous notebook, while hard, was solved exactly by Schrodinger in 1926. Here is the beginning of his paper (the whole thing is about 30 short pages):


1926 № 18

ANNALEN DER PHYSIK

VIERTE FOLGE. BAND 81

1. ***Quantisierung als Eigenwertproblem;***
von E. Schrödinger

(Vierte Mitteilung[1])

Inhaltsübersicht: § 1. Elimination des Energieparameters aus der Schwingungsgleichung. Die eigentliche Wellengleichung. Nichtkonservative Systeme. — § 2. Ausdehnung der Störungstheorie auf Störungen, welche explizite die Zeit enthalten. Dispersionstheorie. — § 3. Ergänzungen zu § 2: Angeregte Atome, entartete Systeme, Streckenspektrum. — § 4. Erörterung des Resonanzfalles. — § 5. Verallgemeinerung für eine beliebige Störung. — § 6. Relativistisch-magnetische Verallgemeinerung der Grundgleichungen. — § 7. Über die physikalische Bedeutung des Feldskalars.

§ 1. Elimination des Energieparameters aus der Schwingungsgleichung. Die eigentliche Wellengleichung. Nichtkonservative Systeme

Die Wellengleichung (18) bzw. (18″) von S. 510 der zweiten Mitteilung

$$\Delta\psi - \frac{2(E-V)}{E^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = 0 \tag{1}$$

bzw.

$$\Delta\psi + \frac{8\pi^2}{h^2}(E-V)\psi = 0, \tag{1'}$$

One of the things that comes out of the exact solution is the exact energy levels. They are:

$E_n = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right)$

First we should compare that with the values we got by fiddling with energy in the previous notebook.

Exact Solutions (Wave Functions)