Prevendo crises financeiras no Brasil utilizando a aversão ao risco

Marcos J Ribeiro
FEARP-USP

19 de Maio de 2020

1 Introdução

2 Literatura Empírica

Diferentes abordagens empíricas podem ser empregadas para se tentar prever crises financeiras. As três principais são: (i) Modelo Multilogit; (ii) Métodos de *Machine Learnig* ou *Deep Leaning*; (iii) Equação da Lei de Energia Periódica Logarítmica (LEPL). Em geral, os pesquisadores se debruçam sobre a tarefa de criar um *Early Warning System* (EWS) para crises financeiras, utilizando um desses três métodos. O objetivo é prever crises financeiras para que os formuladores de políticas econômicas possam tentar mitigar seus possíveis efeitos adversos.

Nos métodos (i) e (ii) é construído uma variável dependente categórica, que indica quais os períodos de crise, pós crise e "tranquilos". Em seguida seleciona-se um conjunto de variáveis de controle e estima-se o modelo. Tal modelo deve fornecer um vetor de probabilidades, que quando ultrapassa algum limite definido pelo pesquisador significa que o período é de crise. Utilizando a primeira abordagem Bussiere e Fratzscher (2006) desenvolveram um EWS para prever crises cambiais em um grupo de 20 países emergentes. Os resultados apresentados por eles mostraram que no período de 1993 a 2001 o modelo desenvolvido previu a maioria das crises cambiais.

Coudert e Gex (2008) adotaram procedimento semelhante, ao tentar prever crises no mercado de ações e também no cambial. Porém, os autores inovaram ao adicionar junto as variáveis de controle indicadores de aversão ao risco. A pesquisa de Coudert e Gex (2008) abrangeu países desenvolvidos e subdesenvolvidos, no período de 1995 a 2005. E foram estimadas diferentes especificações do modelo Multilogit, sendo que em cada diferente especificação foi adicionado um indicador de aversão ao risco junto com os outros controles. Os resultados encontrados para o mercado cambial exibiram pouca capacidade preditiva. Em contrapartida, no mercado de ações o modelo estimado apresentou bons resultados, principalmente o modelo cujo indicador de aversão ao risco foi o PCA[1].

Embora o modelo Multilogit tenha apresentado bom desempenho na tarefa de prever crises financeiras, várias pesquisas tem demonstrado que algoritmos de *Machine Learnig* e *Deep Leaning* também tem boa performance, e em alguns casos, superior ao Multilogit. Na pesquisa de Chatzis et al. (2018) o EWS global para crises no mercado de ações foi elaborado utilizando essa abordagem, e dados de 39 países entre 1996 e 2017. Segundo os autores, dentre os vários algoritmos testados dois tiveram melhor desempenho, redes neurais profundas e XGBoost. Já Bluwstein et al. (2020) utilizaram uma base de dados mais ampla, com 17 países e horizonte temporal de 146 anos. Os autores demonstraram que algoritmos de *Machine Learnig* são bastante promissores na tarefa de prever crises.

Já o método (iii) foi elaborado por Sornette et al. (1996) e consite em ajustar uma equação que quantifica a LEPL para dados financeiros. O objetivo é que tal equação capture o comportamento de bolhas especulativas e forneça o período no qual é mais provável que se ocorra um colapso no mercado financeiro[2]. Cajueiro et al. (2009), por exemplo, utilizou esse método em dados de preços intradiários de várias ações do mercado brasileiro. O objetivo foi prever um "momento crítico", ou seja, o fim de uma bolha especulativa ou uma queda acentuada nos preços das ações. Os resultados apresentados por Cajueiro et al. (2009) mostraram ser possível prever tal "momento crítico".

[1]Baseando-se na teoria de preços de arbitragem (APT) de Ross (1976), Coudert e Gex (2008) criaram um indicador de aversão ao risco utilizando análise dos componentes principais (PCA) em oito prêmios de risco. Os prêmios de risco foram escolhidos de modo a representar mudanças no mercado de renda fixa.

[2]Mais detalhes podem ser vistos em Geraskin e Fantazzini (2013).

3 Aversão ao risco no Modelo CCAPM

Suponha que o investidor aja livremente e pode comprar ativos no período t pelo preço p_t, e vendê-los em $t+1$ e obter a renda bruta[3] $x_{t+1} = p_{t+1} + d_{t+1}$, onde d_{t+1} é o dividendo pago pelo ativo. Seja e_t a renda não financeira desse investidor e ξ a quantidade de ativos que ele escolhe comprar. Logo, seu problema consiste em maximizar sua utilidade, que é do tipo von Neumann-Morgenstern, ou seja, aditivamente separável.

$$
\begin{gathered}
\underset{\xi}{Max}\ u(c_t) + \delta E_t[u(c_{t+1})] \\
c_t = e_t + p_t\xi \\
c_{t+1} = e_{t+1} + x_{t+1}\xi
\end{gathered} \tag{1}
$$

Neste modelo δ pode ser entendido como o fator de desconto subjetivo, que por sua vez, captura as preferências de consumo do investidor pelo presente. Note que, se δ for igual a zero o investidor é impaciente, ou seja, irá preferir consumir mais no presente do que no futuro.

Ao derivar a função objetivo em relação a ξ e igualar a zero obtém-se a condição de primeira ordem para o consumo e escolha de portfólio.

$$p_t = E_t\left[\delta \frac{u'_t(c_{t+1})}{u'_t(c_t)} x_{t+1}\right] \tag{2}$$

Isso quer dizer que o investidor continuará comprando e vendendo ativos até o ponto em que a perda marginal seja igual ao ganho marginal. A equação 2 pode ser reescrita como:

$$p_t = E_t(m_{t+1}x_{t+1}) \tag{3}$$

onde:

$$m_{t+1} \equiv \delta \left[\frac{u'_t(c_{t+1})}{u'_t(c_t)}\right] \tag{4}$$

é a taxa marginal de substituição do consumo intertemporal, também conhecido por SDF(*Stochastic Discount Factor*).

Na ausência de risco, dividindo ambos os lados da equação 3 por p_t obtém se o retorno bruto do ativo livre de risco.

$$R^f_{t+1} = \frac{1}{E_t(m_{t+1})} \tag{5}$$

Três conclusões derivam da equação 5: (i) quanto menor a taxa de impaciência δ, maior será a taxa de juros real; (ii)aumentos no consumo estão associados a maior taxa de juros; (iii) se a função de utilidade for do tipo CRRA (*Constant Relative Risk Aversion*), $u(c_t) = c_t^{1-\gamma}/(1-\gamma)$, então a taxa de juros será sensível ao coeficiente de aversão ao risco γ (Cochrane, 2009).

Por definição, o prêmio de risco é a diferença entre o retorno esperado do ativo de risco e o ativo livre de risco, $E_t(R_{t+1}) - R^f_{t+1}$. Logo, considerando a equação 5 e o fato de que $1 = E_t(m_{t+1}R_{t+1})$ tem-se que:[4]

$$E_t(R_{t+1}) - R^f_{t+1} = -Cov(m_{t+1}, R_{t+1})R^f_{t+1} \tag{6}$$

[3] A renda bruta pode ser considerada estocástica, uma vez que o investidor não sabe qual será o rendimento futuro dos seus investimentos.

[4] Note que $Cov_t(m_{t+1}, R_{t+1}) = 1 - E_t(m_{t+1})E_t(R_{t+1})$.

Assumindo que há $i = 1, 2, \cdots, N$ ativos de risco na economia, pode-se reescrever a equação 6 da seguinte forma:

$$E_t(R^i_{t+1}) - R^f_{t+1} = \left(\frac{-Cov_t(m_{t+1}, R^i_{t+1})}{Var_t(m_{t+1})}\right)\left(\frac{Var_t(m_{t+1})}{E_t(m_{t+1})}\right), \quad \forall i$$

$$E_t(R^i_{t+1}) - R^f_{t+1} = \lambda_m \beta_{i,m} \tag{7}$$

onde:

$$\beta_{i,m} = \left(\frac{-Cov_t(m_{t+1}, R^i_{t+1})}{Var_t(m_{t+1})}\right) \tag{8}$$

$$\lambda_m = \left(\frac{Var_t(m_{t+1})}{E_t(m_{t+1})}\right) \tag{9}$$

Aqui, λ_m é considerado o preço do risco ou aversão ao risco[5], comum a todos os ativos i. E $\beta_{i,m}$ é a quantidade de risco de cada ativo i.

Agora considere que a utilidade seja do tipo CRRA, isso faz com que $m_{t+1} = \delta(c_{t+1}/c_t)^{-\gamma}$. Então, utilizando a expansão de Taylor em $u'(c_{t+1})$ em torno de c_t obtém-se:

$$\frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \approx 1 + \frac{u''(c_t)(c_{t+1} - c_t)}{u'(c_t)} \tag{10}$$

substituindo essa expressão na equação 6 e dividindo e multiplicando o lado direito por $Var_t(g_{t+1})$ obtém-se[6]:

$$E_t(R_{t+1}) - R^f_{t+1} = \gamma Var_t(g_{t+1})\left(\frac{Cov_t(g_{t+1}, R_{t+1})}{Var_t(g_{t+1})}\right) \tag{11}$$

sendo que $g_{t+1} = (c_{t-1} - c_t)/c_t$ é a taxa de crescimento do consumo. Logo, a equação 7 pode ser reescrita em termos de g_{t+1}

$$E(R^i_{t+1}) - R^f_{t+1} = \lambda_{g_{t+1}} \beta_{i,g_{t+1}} \tag{12}$$

em que:

$$\beta_{i,g_{t+1}} = \left(\frac{Cov_t(g_{t+1}, R_{t+1})}{Var_t(g_{t+1})}\right) \tag{13}$$

e

$$\lambda_{g_{t+1}} = \gamma Var_t(g_{t+1}) \tag{14}$$

Nota-se pela equação 12 que tanto aumentos na volatilidade quanto na aversão ao risco aumentam o prêmio de risco. Pelo lado da volatilidade, em períodos de alto consumo os ativos de risco que tem alta correlação com o consumo oferecem retornos maiores, o que por sua vez aumenta o prêmio de risco. Já a aversão ao risco altera o prêmio de risco de acordo com a variância da taxa de crescimento do consumo e do parâmetro γ.

[5]Embora esta definição também seja utilizado para γ, se trata de parâmetros distintos.

[6]Supõe-se que $E_t[u'(c_{t+1})] \approx u'(c_t)$.

4 Métricas para aversão ao risco

Referências

Bluwstein, K., Buckmann, M., Joseph, A., Kang, M., Kapadia, S., e Simsek, Ö. (2020). Credit growth, the yield curve and financial crisis prediction: evidence from a machine learning approach.

Bussiere, M. e Fratzscher, M. (2006). Towards a new early warning system of financial crises. *journal of International Money and Finance*, 25(6):953–973.

Cajueiro, D. O., Tabak, B. M., e Werneck, F. K. (2009). Can we predict crashes? the case of the brazilian stock market. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 388(8):1603–1609.

Chatzis, S. P., Siakoulis, V., Petropoulos, A., Stavroulakis, E., e Vlachogiannakis, N. (2018). Forecasting stock market crisis events using deep and statistical machine learning techniques. *Expert Systems with Applications*, 112:353–371.

Cochrane, J. H. (2009). *Asset pricing: Revised edition*. Princeton university press.

Coudert, V. e Gex, M. (2008). Does risk aversion drive financial crises? testing the predictive power of empirical indicators. *Journal of Empirical Finance*, 15(2):167–184.

Geraskin, P. e Fantazzini, D. (2013). Everything you always wanted to know about log-periodic power laws for bubble modeling but were afraid to ask. *The European Journal of Finance*, 19(5):366–391.

Ross, S. A. (1976). The arbitrage theory of capital asset pricing. *Journal of Economic Theory*, 13(3):341–360.

Sornette, D., Johansen, A., e Bouchaud, J.-P. (1996). Stock market crashes, precursors and replicas. *Journal de Physique I*, 6(1):167–175.