Probabilités pour l'Informatique Enseignant : Brice OLIVIER
TP 2 - Simulation de variables aléatoires
Ensimag 2A - Apprentissage
1er semestre 2016 - 07/10/2016
Deadline : Mercredi 12/10/2016 - 23h59

Libraires requises

- R version 3.3.1 (2016-06-21)
- RStudio - IDE R

Pré-requis

- Avoir programmé le générateur congruentiel linéaire
- Avoir simulé une loi uniforme $\mathcal{U}(0,1)$ à partir du générateur congruentiel linéaire
- Pour gagner du temps, le code correspondant est en ligne sur chamilo

Consignes générales

- **Travail à rendre** : un petit rapport ainsi que le code dans n'importe quel langage de programmation. Vous devez traiter toutes les questions. Un exercice sera tiré aléatoirement et corrigé (tout en gardant à l'esprit que rien n'est aléatoire ;)). L'exercice bonus n'est pas obligatoire mais peut vous apporter un bonus.
- Le rapport doit détailler pour chaque question les calculs qui vous ont amenés à simuler cette loi de la sorte.
- Aussi, pour chaque question, vous vérifierez que vos simulations concordent bien avec ce que vous cherchez à faire en utilisant les méthodes graphiques de votre choix.
- Pour toute question et pour rendre votre travail : brice.olivier@inria.fr

---

A partir de réalisations $\{u_n\}_{n=1}^N$ issues de la variable aléatoire U telle que $U \sim \mathcal{U}(0,1)$:

Exercice 1 - Simulation de V.A. discrètes

Q1) Simuler des réalisations $\{x_n\}_{n=1}^N$ de loi $X \sim Bernoulli(p)$, $p = 0.4$

Q2) Simuler des réalisations $\{x_n\}_{n=1}^N$ de loi $X \sim Binomiale(n,p)$, $p = 0.4, n = 50$

Q3) Simuler des réalisations $\{x_n\}_{n=1}^N$ de loi $X \sim Poisson(\lambda)$, $\lambda = 10$

Q4) Simuler des réalisations $\{x_n\}_{n=1}^N$ de loi $X \sim Geometrique(p)$, $p = 0.8$

Exercice 2 - Simulation de V.A. continues

Q1) Simuler des réalisations $\{x_n\}_{n=1}^N$ de loi $X \sim Exponentielle(\lambda)$, $\lambda = 3$

Q2) La fonction de répartition de la loi Normale n'étant pas définie par une expression analytique, son inversion ne peut se faire sans utiliser de méthodes d'approximation numérique. La méthode de Box-Muller permet de simuler une loi Normale de manière exacte.

Méthode de Box-Muller

Soit U, V, deux variables aléatoires indépendantes suivant toutes les deux une loi uniforme $\mathcal{U}(0,1)$.
Soit A, une variable aléatoire telle que $A = \sqrt{-2ln(U)}cos(2\pi V)$
Soit B, une variable aléatoire telle que $B = \sqrt{-2ln(U)}sin(2\pi V)$
A, et B suivent toutes les deux une loi Normale centrée réduite.

Q3) A partir de la Q2), simuler une loi Normale $\mathcal{N}(5,2)$

Exercice Bonus

Q1) A partir d'une simulation de loi Binomiale, proposer une simulation de loi Normale centrée réduite.