CONCOURS D'ENTREE EN 1ère ANNEE – SESSION DE OCTOBRE 2020

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Durée 3h00 - Coefficient 4

EXERCICE 1 5 pts

1- On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = 0$, $u_1 = 1$ et pour tout entier naturel n,

$$u_{n+2} = 5u_{n+1} - 4u_{n.}$$

Calculer u_2 , u_3, u_4 *de la suite* (u_n). 0.25*3=0.75 pt

2- a) A l'aide d'un raisonnement par récurrence, montrer que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 4u_n + 1.$ 0.75 pt

b) Montrer que pour tout entier naturel n, u_n est un entier naturel. 0.5 pt

c) Déduire des questions précédentes, pour tout entier naturel n, le PGCD de u_n *et* $u_{n+1.}$ 1 pt

3- Soit (V_n) la suite définie pour tout entier naturel n par : $V_n = u_n + \frac{1}{3}$

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on déterminera le premier terme V_0 et la raison. 0.75 pt

b) Exprimer V_n *puis* u_n en fonction de n. 0.25*2 pt

c) Déterminer pour tout entier naturel, le PGCD de $4^n - 1$ *et* $4^{n+1} - 1.$ 0.5 pt

4- En calculant la différence $(4^{n+1} - 1) - (4^n - 1)$, retrouver le résultat obtenu au 3.c. 0.75 pt

ESSFAR, une école de GEDUQUE SA, autorisation N°17/08298/MINESUP/SG/DDES/ESUP/SDA/AEO
Rue 1504, BP 35364, Yaoundé Omnisport Mfandena
Web: www.essfar.com // Tel : (+237) 242 00 63 73 / 650 80 62 63 / 650 80 62 54

EXERCICE 2 5points

Soient les matrices $A = \begin{pmatrix} 0.75 & 0.25 \\ 0.25 & 0.75 \end{pmatrix}$ $P = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ $et\ D = P^{-1} \times A \times P$

1- Calculer $P^{-1}\ et\ D$. 0.5*2 pt

Démontrer que pour tout entier naturel n, $A^n = P \times D^n \times P^{-1}$. 1.5pt

2- En déduire l'expression de A^n en fonction de n. 1 pt

3- calculer $A^2\ et\ A^3$. 0.75*2

EXERCICE 3 5 pts

PARTIE A 1.5 pts

Soit la fonction V definie sur]0 ; +∞[$par : V(x) = \frac{2lnx}{x^2+x}$

1-) Montrer que pour tout x supérieur ou égal à 1, $\frac{lnx}{x^2} \leq V(x) \leq \frac{lnx}{x}$. 0.5pt

2-) Calculer $I = \int_1^{\frac{3}{2}} \frac{lnx}{x^2}\, dx\ et\ J = \int_1^{\frac{3}{2}} \frac{lnx}{x}\, dx$; 0.5pt

3-) En déduire un encadrement de $K = \int_1^{\frac{3}{2}} V(x)\ dx$. 0.5pt

PARTIE B 3.5 pts

f désigne la fonction numérique de la variable réelle x définie par : $f(x) = x - \frac{e^x-1}{e^x+1}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé. Unités sur les axes : 2cm.

1- Etudier les variations de f puis dresser son tableau de variation. 0.75pt

2- a-) Montrer que pour tout réel x, on a : $f(x) - (x-1) = \frac{2}{e^x+1} = \frac{2e^{-x}}{1+e^{-x}}$ 0.25pt

b-) Montrer que les droites (D) et (D') d'équations respectives : y = x-1 et y = x+1 sont asymptotes a la courbe (C) de f. 0.5pt

c-) Tracer les droites (D) ; (D') et la courbe (C) de f dans le même repère. 0.5pt

3- a-) Montrer que f admet sur ℝ une reciproque f^{-1} dont on donnera le tableau de variation. 0.5pt

b-) Tracer la courbe (C') de f^{-1} dans le même repère que (C). 0.25pt

ESSFAR, une école de GEDUQUE SA, autorisation N°17/08298/MINESUP/SG/DDES/ESUP/SDA/AEO
Rue 1504, BP 35364, Yaoundé Omnisport Mfandena
Web: www.essfar.com // Tel : (+237) 242 00 63 73 / 650 80 62 63 / 650 80 62 54

4-Soit a un réel supérieur ou égal à 1. $\mathcal{A}(a)$ L'aire en cm^2 de la partie du plan délimitée par la courbe (C), la droite (D) et les droites d'équations x=1 et x=a.

a-) Calculer $\mathcal{A}(a)$ et preciser $\mathcal{A}(2)$ a 10^{-2} $pres$. 0.5pt

b-) Calculer la limite de $\mathcal{A}(a)$ quand a tend vers $+\infty$. 0.25pt

<u>EXERCICE</u> 4 5 pts

Un sac contient 8 boules indiscernables au toucher dont 5 boules de couleur noire. On tire simultanément 6 boules du sac.

1- Calculer la probabilité d'obtenir exactement trois boules noires. 0.5 pt

2- On répète 10 fois de suite de façons identiques et indépendantes le tirage simultané et au hasard de 6 boules du sac.

Calculer la probabilité d'obtenir exactement 6 fois, 3 boules noires à l'issu de l'épreuve. 1.5 pt

3- On tire n fois de suite et de façons identiques et indépendantes 6 boules de l'urne.

Calculer la probabilité P_n de l'évènement E : « obtenir au moins une fois trois boules de couleur noire ». 1.5 pt

4- Déterminons le nombre minimum de fois qu'on peut répéter l'épreuve pour que la probabilité de E soit au moins égale à 0.95. 1.5 pt

ESSFAR, une école de GEDUQUE SA, autorisation N°17/08298/MINESUP/SG/DDES/ESUP/SDA/AEO
Rue 1504, BP 35364, Yaoundé Omnisport Mfandena
Web: www.essfar.com // Tel : (+237) 242 00 63 73 / 650 80 62 63 / 650 80 62 54