ESSFAR
ECOLE SUPERIEURE DES SCIENCES
DE LA FINANCE, DE L'ASSURANCE ET DES RISQUES

CONCOURS D'ENTREE EN 1ère ANNEE – SESSION D'AVRIL 2021

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Durée 3h00

EXERCICE 1 : 5 Points

1-Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O;\vec{u},\vec{v})$. On considère les points A, B -et C d'affixes respectives : $z_A = 1+i\sqrt{3}$, $z_B = 1+i$ et $z_C = 2i\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)$. Justifier si chacune des affirmations a), b), c) est vraie ou fausse.

a. On a $\arg(z_C) = \frac{\pi}{12}$. **0.5pt**

b. L'écriture algébrique de $\frac{z_A}{z_B}$ est $\frac{\sqrt{3}+1}{2} + i\frac{\sqrt{3}-1}{2}$. **0.5 pt**

c. L'écriture trigonométrique de $\frac{z_A}{z_B}$ est $\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)$ **0.5pt**

2. Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O;\vec{u},\vec{v})$.
On considère les points $A(-i)$, $B(3)$, $C(2+3i)$ et $D(-1+2i)$.
a. Préciser les affixes des milieux des segments $[AC]$ et $[BD]$. Que peut-on en déduire pour le quadrilatère $ABCD$? **1pt**
b. Interpréter géométriquement le module et un argument de $\frac{z_C - z_A}{z_D - z_B}$. Calculer $\frac{z_C - z_A}{z_D - z_B}$. **1pt**
c. Déduire du b. les propriétés vérifiées par les diagonales de $ABCD$. Quelle est la nature de $ABCD$? **1pt**

ESSFAR, une école de GEDUQUE SA, autorisation N°17-08298/L/MINESUP/SG/DDES/ESUP/SDA/AEO
Rue 1504, BP 35364, Yaoundé Omnisport Mfandena // Mail : contact@essfar.com
Web: www.essfar.com // Tel : (+237) 242 00 63 73 / 650 80 62 54 / 699 83 53 96 / 650 80 62 63 / 691 71 73 79

<u>EXERCICE 2</u> : 5 Points

Le plan P est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ (unité graphique 3 cm).

1. On considère la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{\ln(x+1)}{x} \text{ si } x>0 \\ f(0)=1 \end{cases}$

Montrer que *f* est continue en 0. **0.5 pt**

2. a. Etudier le sens de variation de la fonction *g* définie sur $[0,+\infty[$ par $g(x)=\ln(1+x)-\left(x-\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{x^3}{3}\right)$. **0.5 pt**

Calculer *g*(0) et en déduire que sur $\mathbb{R}^+$: $\ln(1+x)\leq\left(x-\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{x^3}{3}\right)$. **0.5pt**

b. Par une étude analogue, montrer que si $x\geq 0$, alors $\ln(1+x)\geq x-\dfrac{x^2}{2}$.

c. Établir que pour tout *x* strictement positif on a $-\dfrac{1}{2}\leq\dfrac{\ln(1+x)-x}{x^2}\leq-\dfrac{1}{2}+\dfrac{x}{3}$.

En déduire que *f* est dérivable en zéro et que $f'(0)=-\dfrac{1}{2}$ **1.5 pt**

3. a. Soit *h* la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par $h(x)=\dfrac{x}{x+1}-\ln(1+x)$.

Étudier son sens de variation et en déduire le signe de *h* sur $[0,+\infty[$. **0.5pt**

b. Montrer que sur $[0,+\infty[$, $f'(x)=\dfrac{h(x)}{x^2}$. **0.5 pt**

c. Dresser le tableau de variation de *f* en précisant la limite de *f* en +∞ **0.5pt**

d. On désigne par C la représentation graphique de *f*. Construire la tangente T à C au point d'abscisse 0. Montrer que C admet une asymptote. Tracer la courbe C.
0.5 pt

ESSFAR, une école de GEDUQUE SA, autorisation N°17-08298/L/MINESUP/SG/DDES/ESUP/SDA/AEO
Rue 1504, BP 35364, Yaoundé Omnisport Mfandena // Mail : contact@essfar.com
Web: www.essfar.com // Tel : (+237) 242 00 63 73 / 650 80 62 54 / 699 83 53 96 / 650 80 62 63 / 691 71 73 79

EXERCICE 3 : **5 Points**

Le tableau ci-dessous décrit le nombre moyen *y* d'objets qu'un ouvrier commençant à travailler sur une chaîne de montage produit en un jour, le $x^{ième}$ jour où il travaille sur cette chaîne.

x_i	1	3	5	7	9
y_i	27	41	46	48	49

A. Dans cette partie, on utilisera pour les calculs statistiques les fonctions de la calculatrice (le détail des calculs n'est pas demandé).

1. Le plan P est muni d'un repère orthogonal d'unités graphiques 1 cm pour un jour en abscisse et 1 cm pour 5 objets en ordonnée.

Dans le plan P représenter le nuage de points associé à la série statistique (x_i, y_i). **1pt**

2. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage et le placer sur le graphique précédent. **1pt**

3. a. Déterminer une valeur approchée à 10^{-2} près du coefficient de corrélation linéaire de la série statistique (x_i, y_i). **1pt**

b. Donner une équation de la droite (d) de régression de *y* en *x* par la méthode des moindres carrés.

Représenter la droite (d) sur le graphique précédent. **1pt**

c. Quel jour l'ouvrier doit produire 83 objets? **1pt**

EXERCICE 4 : **5 Points**

Une urne A contient quatre boules rouges et six boules noires. Une urne B contient une boule rouge et neuf boules noires. Les boules sont indiscernables au toucher.

Partie A

Un joueur dispose d'un dé à six faces, parfaitement équilibré, numéroté de 1 à 6. Il le lance une fois : s'il obtient 1, il tire au hasard une boule de l'urne A, sinon il tire au hasard une boule de l'urne B.

1. Soit R l'événement « le joueur obtient une boule rouge ». Montrer que $p(R) = 0{,}15$. **0.75pt**

2. Si le joueur obtient une boule rouge, la probabilité qu'elle provienne de A est-elle supérieure ou égale à la probabilité qu'elle provienne de B ? **0.75pt**

ESSFAR, une école de GEDUQUE SA, autorisation N°17-08298/L/MINESUP/SG/DDES/ESUP/SDA/AEO
Rue 1504, BP 35364, Yaoundé Omnisport Mfandena // Mail : contact@essfar.com
Web: www.essfar.com // Tel : (+237) 242 00 63 73 / 650 80 62 54 / 699 83 53 96 / 650 80 62 63 / 691 71 73 79

Partie B

Le joueur répète deux fois l'épreuve décrite dans la partie A, dans des conditions identiques et indépendantes (c'est-à-dire qu'à l'issue de la première épreuve, les urnes retrouvent leur composition initiale).

Soit x un entier naturel non nul.

Lors de chacune des deux épreuves, le joueur gagne x euros s'il obtient une boule rouge et perd deux euros s'il obtient une boule noire.

On désigne par G la variable aléatoire correspondant au gain algébrique du joueur en euros au terme des deux épreuves. La variable aléatoire G prend donc les valeurs $2x$, $x-1$ et -4.

1. Déterminer la loi de probabilité de G. **1.5pt**

2. Exprimer l'espérance $E(G)$ de la variable aléatoire G en fonction de x. ***1.5pt***

3. Pour quelles valeurs de x a-t-on $E(G) > 0$? **1pt**

ESSFAR, une école de GEDUQUE SA, autorisation N°17-08298/L/MINESUP/SG/DDES/ESUP/SDA/AEO
Rue 1504, BP 35364, Yaoundé Omnisport Mfandena // Mail : contact@essfar.com
Web: www.essfar.com // Tel : (+237) 242 00 63 73 / 650 80 62 54 / 699 83 53 96 / 650 80 62 63 / 691 71 73 79