**CONCOURS D'ENTREE EN 1ère ANNEE – SESSION DE SEPTEMBRE 2019**

**EPREUVE DE MATHEMATIQUES**

**Durée 3h00 - Coefficient 4**

**EXERCICE 1 : 5 Points**

Afin d'équiper les élèves des groupes scolaires de la commune, une municipaliste achète auprès d'un grossiste des stylos-billes de trois marques différentes A, B et C.

40% des stylos commandés sont de marque A, et 15% de ces stylos sont défectueux.

35% des stylos commandés sont de marque B, et 10% de ces stylos sont défectueux.

25% de ces stylos commandés sont de marque C, et 5% de ces stylos sont défectueux.

On choisit au hasard un stylo dans le stock de la municipalité.

**1-** Construire un arbre pondéré décrivant la situation étudiée. **1 pt**

**2-** Déterminer la probabilité que le stylo choisi soit défectueux. **2pt**

**3-**Le stylo choisi est en bon état de fonctionnement. Quelle est la probabilité, au centième près, qu'il soit de marque C ? **2 pt**

**EXERCICE 2 : 5 Points**

Le tableau ci-dessous représente la taille x (en centimètres) et la pointure y (en centimètres) de 10 élèves choisis au hasard dans une classe de terminale.



ESSFAR, une école de GEDUQUE SA, autorisation N°17-08298/L/MINESUP/SG/DDES/ESUP/SDA/AEO
Rue 1504, BP 35364, Yaoundé Omnisport Mfandena // Mail : contact@essfar.com
Web: www.essfar.com // Tel : (+237) 242 00 63 73 / 650 80 62 54 / 699 83 53 96 / 650 80 62 63 / 691 71 73 79

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | 150 | 159 | 158 | 160 | 165 | 168 | 170 | 172 | 175 | 171 |
| $y$ | 40 | 41 | 43 | 43 | 42 | 44 | 44 | 44.5 | 44.5 | 44 |

**1-** Construire le nuage de points de cette série statistique. **1 pt**

**2-** Déterminer les coordonnées du point moyen G et le placer dans le même repère. **0.75pt**

**3-** Calculer la covariance de la série (x;y) et les variances de x et de y. **0.75pt**

**4-** Calculer le coefficient de corrélation linéaire. **1pt**

**5-** Utiliser la méthode des moindres carrés pour déterminer une équation cartésienne de l'ajustement linéaire de y en x. **1pt**

**6-** En déduire la pointure d'un élève dont la taille est de 163 cm. **0.5pt**

**<u>EXERCICE 3</u> : 5 Points**

On considère la suite $(U_n)$définie par : $U_0 = 0$ ; $U_1 = 1$ et pour tout entier naturel n, $U_{n+2} = 5U_{n+1} - 4U_n$ .

**1)** Calculer les termes $U_2$ ; $U_3$ ; $U_4$ de la suite $(U_n)$ **0.75pt**

**2) a-** A l'aide du raisonnement par récurrence, montrer que pour tout entier naturel n, $U_{n+1} = 4U_n + 1$ . **0.5pt**

**b-** Montrer que pour tout entier naturel n, $U_n$ est un entier naturel. **0.5pt**

**3)** Soit ( $V_n$) la suite definie pour tout entier naturel n par : $V_n = U_n + \frac{1}{3}$ .

**a-** Montrer que ( $V_n$) est une suite géométrique dont on déterminera le premier terme $V_0$ *et la raison.* **0.5pt**

**4-** Soit la fonction f définie par $f(x) = (2x+1)e^{-x} + 1$.

On considère les équations différentielles (E) et (E') suivantes :



ESSFAR, une école de GEDUQUE SA, autorisation N°17-08298/L/MINESUP/SG/DDES/ESUP/SDA/AEO
Rue 1504, BP 35364, Yaoundé Omnisport Mfandena // Mail : contact@essfar.com
Web: www.essfar.com // Tel : (+237) 242 00 63 73 / 650 80 62 54 / 699 83 53 96 / 650 80 62 63 / 691 71 73 79

(E') : $3y'' + 2y' - y = 0 \quad et \quad (E) : 3y'' + 2y' - y = -8e^{-x} - 1$

a) Vérifier que f est solution de (E). **0.5pt**

b) Montrer qu'une fonction g est solution de (E) si et seulement si g-f est solution de (E') **1.25pt**

c) Résoudre alors l'équation (E') et en déduire les solutions de (E). **1 pt**

**<u>EXERCICE 4</u> : 5 Points**

On désigne par g la fonction définie sur ℝ par $g(x) = \frac{e^x}{1+e^x}$

On note $(C)$ la courbe représentative de g dans un repère orthonormal $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

(Unité graphique : 4cm)

**1-a)** Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation. **1 pt**

**b)** Construire la courbe de $(C)$ et ses asymptotes éventuelles. **1pt**

**2-** On considère les points M et M' de la courbe $(C)$ d'abscisses respectives x et –x

**a)** Déterminer les coordonnées du point A milieu du segment$[MM']$. **0.5pt**

**b)** Que représente le point A pour la courbe $(C)$? **0.25pt**

**3-** soit $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$. On désigne par $D_n$ le domaine du plan limité par la droite d'équation y=1, la courbe $(C)$ et les droites d'équations x=0 et x=n.$A_n$ désigne l'aire du domaine $D_n$ exprimée en unité d'aire.

**a)** Calculer $A_n$ en fonction de n. **0.5pt**

**b)** Etudier la convergence de la suite $(A_n)$ **0.5pt**



ESSFAR, une école de GEDUQUE SA, autorisation N°17-08298/L/MINESUP/SG/DDES/ESUP/SDA/AEO
Rue 1504, BP 35364, Yaoundé Omnisport Mfandena // Mail : contact@essfar.com
Web: www.essfar.com // Tel : (+237) 242 00 63 73 / 650 80 62 54 / 699 83 53 96 / 650 80 62 63 / 691 71 73 79

**4-**

**a)** Déterminer les réels a et b tels que $\frac{e^{2x}}{(1+e^x)^2} = \frac{ae^x}{1+e^x} + \frac{be^x}{(1+e^x)^2}$ **0.5pt**

**b)** Exprimer en fonction de $\alpha, V(\alpha) = \int_\alpha^0 \frac{e^{2x}}{(1+e^x)^2} dx.$ **0.5 pt**

**c)** Calculer la limite $V(\alpha)$ lorsque $\alpha$ tend $-\infty$ . **0.25pt**



ESSFAR, une école de GEDUQUE SA, autorisation N°17-08298/L/MINESUP/SG/DDES/ESUP/SDA/AEO
Rue 1504, BP 35364, Yaoundé Omnisport Mfandena // Mail : contact@essfar.com
Web: www.essfar.com // Tel : (+237) 242 00 63 73 / 650 80 62 54 / 699 83 53 96 / 650 80 62 63 / 691 71 73 79