CONCOURS D'ENTREE EN 1ère ANNEE – SESSION DE JUIN 2023

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Durée 3h00 - Coefficient 4

EXERCICE 1 : **5 Points**

Afin d'équiper les élèves des groupes scolaires de la commune, une municipaliste achète auprès d'un grossiste des stylos-billes de trois marques différentes A, B et C.

40% des stylos commandés sont de marque A, et 15% de ces stylos sont défectueux.

35% des stylos commandés sont de marque B, et 10% de ces stylos sont défectueux.

25% de ces stylos commandés sont de marque C, et 5% de ces stylos sont défectueux.

On choisit au hasard un stylo dans le stock de la municipalité.

1- Construire un arbre pondéré décrivant la situation étudiée. **1 pt**

2- Déterminer la probabilité que le stylo choisi soit défectueux**.** **2pt**

3-Le stylo choisi est en bon état de fonctionnement. Quelle est la probabilité, au centième près, qu'il soit de marque C ? **2 pt**

EXERCICE 2 : **5 Points**

Le tableau ci-dessous représente la taille x (en centimètres) et la pointure y (en centimètres) de 10 élèves choisis au hasard dans une classe de terminale.

ESSFAR, une école de GEDUQUE SA, autorisation N°17-08298/L/MINESUP/SG/DDES/ESUP/SDA/AEO
Rue 1504, BP 35364, Yaoundé Omnisport Mfandena // Mail : contact@essfar.com
Web: www.essfar.com // Tel : (+237) 242 00 63 73 / 650 80 62 54 / 699 83 53 96 / 650 80 62 63 / 691 71 73 79

x	150	159	158	160	165	168	170	172	175	171
y	40	41	43	43	42	44	44	44.5	44.5	44

1- Construire le nuage de points de cette série statistique. **1 pt**

2- Déterminer les coordonnées du point moyen G et le placer dans le même repère**.** **0.75pt**

3- Calculer la covariance de la série (x;y) et les variances de x et de y. **0.75pt**

4- Calculer le coefficient de corrélation linéaire**.** **1pt**

5- Utiliser la méthode des moindres carrés pour déterminer une équation cartésienne de l'ajustement linéaire de y en x. **1pt**

6- En déduire la pointure d'un élève dont la taille est de 163 cm. **0.5pt**

<u>EXERCICE 3</u> : 5 Points

On considère la suite (U_n)définie par : $U_0 = 0$; $U_1 = 1$ et pour tout entier naturel n, $U_{n+2} = 5U_{n+1} - 4U_n$.

1) Calculer les termes U_2 ; U_3 ; U_4 de la suite (U_n) **0.75pt**

2) a- A l'aide du raisonnement par récurrence, montrer que pour tout entier naturel n, $U_{n+1} = 4U_n + 1$. **0.5pt**

b- Montrer que pour tout entier naturel n, U_n est un entier naturel. **0.5pt**

3) Soit (V_n) la suite definie pour tout entier naturel n par : $V_n = U_n + \frac{1}{3}$.

a- Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on déterminera le premier terme V_0 *et la raison*. **0.5pt**

4- Soit la fonction f définie par $f(x) = (2x + 1)e^{-x} + 1$.

On considère les équations différentielles (E) et (E') suivantes :

ESSFAR, une école de GEDUQUE SA, autorisation N°17-08298/L/MINESUP/SG/DDES/ESUP/SDA/AEO
Rue 1504, BP 35364, Yaoundé Omnisport Mfandena // Mail : contact@essfar.com
Web: www.essfar.com // Tel : (+237) 242 00 63 73 / 650 80 62 54 / 699 83 53 96 / 650 80 62 63 / 691 71 73 79

(E') : $3y'' + 2y' - y = 0 \quad et \quad (E) : 3y'' + 2y' - y = -8e^{-x} - 1$

a) Vérifier que f est solution de (E). **0.5pt**

b) Montrer qu'une fonction g est solution de (E) si et seulement si g-f est solution de (E') **1.25pt**

c) Résoudre alors l'équation (E') et en déduire les solutions de (E). **1 pt**

<u>EXERCICE 4</u> : 5 Points

On désigne par g la fonction définie sur ℝ par $g(x) = \frac{e^x}{1+e^x}$

On note $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de g dans un repère orthonormal $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

(Unité graphique : 4cm)

1-a) Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation. **1 pt**

b) Construire la courbe de $(\mathcal{C})$ et ses asymptotes éventuelles. **1pt**

2- On considère les points M et M' de la courbe $(\mathcal{C})$ d'abscisses respectives x et –x

a) Déterminer les coordonnées du point A milieu du segment$[MM']$. **0.5pt**

b) Que représente le point A pour la courbe $(\mathcal{C})$? **0.25pt**

3- soit $n \in \mathbb{N} \backslash \{0\}$. On désigne par D_n le domaine du plan limité par la droite d'équation y=1, la courbe $(\mathcal{C})$ et les droites d'équations x=0 et x=n.A_n désigne l'aire du domaine D_n exprimée en unité d'aire.

a) Calculer A_n en fonction de n**.** **0.5pt**

b) Etudier la convergence de la suite (A_n) **0.5pt**

ESSFAR, une école de GEDUQUE SA, autorisation N°17-08298/L/MINESUP/SG/DDES/ESUP/SDA/AEO
Rue 1504, BP 35364, Yaoundé Omnisport Mfandena // Mail : contact@essfar.com
Web: www.essfar.com // Tel : (+237) 242 00 63 73 / 650 80 62 54 / 699 83 53 96 / 650 80 62 63 / 691 71 73 79

4-

a) Déterminer les réels a et b tels que $\frac{e^{2x}}{(1+e^x)^2} = \frac{ae^x}{1+e^x} + \frac{be^x}{(1+e^x)^2}$ **0.5pt**

b) Exprimer en fonction de $\alpha, V(\alpha) = \int_\alpha^0 \frac{e^{2x}}{(1+e^x)^2} dx$. **0.5 pt**

c) Calculer la limite $V(\alpha)$ lorsque α tend $-\infty$. **0.25pt**

ESSFAR, une école de GEDUQUE SA, autorisation N°17-08298/L/MINESUP/SG/DDES/ESUP/SDA/AEO
Rue 1504, BP 35364, Yaoundé Omnisport Mfandena // Mail : contact@essfar.com
Web: www.essfar.com // Tel : (+237) 242 00 63 73 / 650 80 62 54 / 699 83 53 96 / 650 80 62 63 / 691 71 73 79