CONCOURS D'ENTREE EN 3ième ANNEE – SESSION AVRIL 2020

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Durée 2h00

Exercice 1. 6 pts

1) Soit la suite de fonctions (f_n) définie sur l'intervalle $[0, +\infty[$ par $f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2}$.
   a) Etudier la convergence simple de cette suite. **1pt**
   b) Etudier la convergence uniforme de cette suite. **1pt**
2) Soit la suite de fonctions (f_n) définie sur $\mathbb{R}$ par $f_n(x) = \frac{x}{1+nx^2}$.
   a) Etudier la convergence simple de cette suite. **1pt**
   b) Etudier la convergence uniforme de cette suite. **1pt**
3) On définit la fonction f par f(x) = $\sum_{n=1}^{+\infty} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)x^n$
   a) Déterminer le rayon de convergence de cette série entière. **0,5pt**
   b) Etudier la convergence de cette série au point x = - R.
      0,75pt
   c) Etudier la convergence de cette série au point x = R.
      0,75pt

Exercice 2. 6pts

1) Soit la matrice A = $\begin{bmatrix} -2 & -1 & -1 \\ -2 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$
   a) Vérifier si A est inversible.
      0,75pt
   b) Déterminer l'inverse de A le cas échéant.
      0,75pt

ESSFAR, une école de GEDUQUE SA, autorisation N°17/08298/MINESUP/SG/DDES/ESUP/SDA/AEO
Rue 1504, BP 35364, Yaoundé Omnisport Mfandena
Web: www.essfar.com // Tel : (+237) 242 00 63 73 / 650 80 62 63 / 650 80 62 54

2) On définit les matrices M et N par $M = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ et $N = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.

   a) Vérifier si M est diagonalisable ou non.

      0,75pt

   b) Si M est diagonalisable, déterminer une matrice de passage P et une matrice diagonale D telles que $M^{-1}PM= D$.

      0,75pt

   c) Vérifier si N est diagonalisable ou non.

      0,75pt

   d) Si N est diagonalisable, déterminer une matrice de passage Q et une matrice diagonale Δ telles que $N^{-1}PN= \Delta$.

      0,75pt

3) On définit la matrice B par $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

   a) Déterminer les valeurs propres de la matrice B.

      0,75pt

   b) Soit n un entier naturel non nul. Déterminer la matrice B^n.

      0,75pt

ESSFAR, une école de GEDUQUE SA, autorisation N°17/08298/MINESUP/SG/DDES/ESUP/SDA/AEO
Rue 1504, BP 35364, Yaoundé Omnisport Mfandena
Web: www.essfar.com // Tel : (+237) 242 00 63 73 / 650 80 62 63 / 650 80 62 54