

CONCOURS D'ENTREE EN 1ère ANNEE – SESSION AVRIL 2023

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Durée 3h00 - Coefficient 4

EXERCICE 1 : 3 Points

Dans une assemblée de 250 personnes, il y a 120 hommes qui portent un pantalon noir, 85 ont une cravate dont 50 portent un pantalon noir. On choisit au hasard une personne dans cette assemblée pour un entretien.

- 1) Quelle est la probabilité que ce soit un homme portant un pantalon noir ? **0.5pt**
- 2) Quelle est la probabilité que ce soit un homme portant un pantalon noir et une cravate ? **0.5pt**
- 3) Quelle est la probabilité que ce soit un homme portant un pantalon noir ou une cravate ? **1pt**
- 4) Quelle est la probabilité que ce soit un homme ne portant ni un pantalon noir ni une cravate ? **1pt**

EXERCICE 2 : 5 Points

Les autorités municipales d'une ville du Cameroun envisagent de construire des logements sociaux au profit des agents de la mairie. En vue de fixer le prix de cession des logements, le comptable de la mairie a relevé les salaires X_i et les propositions de loyer Y_i d'un échantillon représentatif de huit agents. Les résultats, exprimés en milliers de francs CFA, sont présentés dans le tableau ci-après.

X_i	50	100	60	120	120	100	150	160
Y_i	15	20	15	30	25	25	40	35

Les données du tableau ci-dessus définissent une série statistique double de caractère (X, Y)

Où X est le salaire et Y la proposition de loyer.

1) a) Dans un repère orthogonal du plan, représenter le nuage de points associé à cette série. **1pt**

b) Déterminer les coordonnées du point moyen de ce nuage. **1pt**

2) a) Calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série. **1pt**

b) Le salaire permet-il d'expliquer la proposition de loyer ? **0.5pt**

3) Déterminer une équation de la droite de régression de Y en X par la méthode des moindres carrés. **1.5pt**

EXERCICE 3 : 4 Points

1) Ecrire plus simplement $c = \ln \frac{4}{9} + \frac{1}{2} \ln 36 + \frac{2}{3} \ln \frac{27}{8}$. **0.5pt**

2) Mettre sous forme algébrique les nombres complexes suivants : **1.5 pt**

$$Z_1 = 4(-2 + 3i) + 3(-5 - 8i) \quad \text{et} \quad Z_2 = \left(\frac{1+i}{2-i} \right)^2 + \frac{3+6i}{3-4i}$$

3) On cherche à résoudre l'équation : $z^3 + (1+i)z^2 + (i-1)z - i = 0$.

a) Rechercher une solution imaginaire pure ai de l'équation. **0.5pt**

b) Déterminer les réels b etc tels que :

$$z^3 + (1+i)z^2 + (i-1)z - i = (z - ai)(z^2 + bz + c). \quad \textbf{0.5pt}$$

c) Dédire toutes les solutions de l'équation. **1pt**

EXERCICE 4 : 8 Points

Le plan étant rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on considère la fonction f de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par : $f(x) = \begin{cases} 2 - e^x & \text{si } x < 0 \\ 1 + \ln(1 + x) & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

(C_f) est la courbe représentative de f dans ce repère

- 1) Déterminer le domaine de définition de f** **0.5pt**
- 2) Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 0** **1pt**
- 3) Ecrire les équations des demi-tangentes à (C_f) au point d'abscisse 0** **0.5pt**
- 4) Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$** **0.5pt**
- 5) Etudier les branches infinies de la courbe (C_f) .** **0.5pt**
- 6) Etudier les variations et dresser le tableau de variation de f** **1pt**
- 7) Tracer (C_f) après avoir tracé les demi-tangentes à (C_f) au point d'abscisse 0** **1.5pt**
- 8) En utilisant une intégration par partie, calculer $\int_0^1 \ln(1 + x) dx$** **0.5pt**
- 9) On note K l'aire, en unité d'aire du domaine du plan limitée par la courbe (C_f) , l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = -\ln 2$ et $x = 1$**
 Ecrire K sous forme d'intégrale puis calculer K **1pt**
- 10) Montrer que la restriction g de f à l'intervalle $[0; +\infty[$ est une bijection de $[0; +\infty[$ dans un intervalle J que l'on précisera.** **0.5pt**
- 11) Montrer que l'équation $g(x) = x$ admet une unique solution α et que $1 \leq \alpha \leq 3$** **0.5pt**