CONCOURS D'ENTREE EN 3ème ANNEE – SESSION DE JUILLET 2018

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Durée 3h00 - Coefficient 4

EXERCICE 1 : 5 Points

On effectue des essais sur échantillon de 220 lampes électriques afin de tester leur durée de vie. Cette durée est exprimée en heures. Les résultats sont regroupés par classes d'amplitude égale à 100 heures dans le tableau suivant :

Durée en milliers	[1,1 ; 1,2]	[1,2 ; 1,3]	[1,3 ; 1,4]	[1,4 ; 1,5]	[1,5 ; 1,6]	[1,6 ; 1,7]	[1,7 ; 1,8]	[1,8 ; 1, 9]
Effectifs	6	14	25	75	80	10	8	2
Fréquences cumulées croissantes								

On suppose que la répartition est uniforme à l'intérieur de chaque classe.

1.a) Tracer l'histogramme de cette série. 1pt

b) Recopier et compléter le tableau ci-dessous. 0,75pt

c) Calculer la valeur approchée de la médiane à 10^{-1} près par défaut. 0,5pt

2.a) Tracer le polygone des fréquences cumulées croissantes de cette série. 0,75pt

b) Calculer les troncatures d'ordre 1 de la moyenne $\bar{x}$ et l'écart type σ de la série. 1pt

3. Quel est le pourcentage de lampes dont la durée de vie est dans $[\bar{x} - \sigma ; \bar{x} + \sigma]$ 0,5pt

4. Un autre lot de lampes électriques de même puissance provenant d'un autre fabriquant est également testé. La moyenne de durée de vie est de 140. Quel est celui des deux lots qui vous semble meilleur ?
0,5pt

EXERCICE 2 : 5 Points

I- On lance cinq fois de suite un dé dont les faces sont numérotées de 1 à 6. Déterminer la probabilité des évènements suivants :

a) Tous les chiffres sont inférieurs ou égaux à 2. 0,5pt

b) Le chiffre 6 figure exactement trois fois consécutives. 0,75pt

c) Où figure au moins deux fois le chiffre 1. 0,75pt

II- E désigne un plan vectoriel euclidien, muni d'une base orthonormé directe B= ($\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$).
L'urne A contient cinq jetons dont deux portent le nombre 0, un porte le nombre $\frac{1}{2}$, un porte le nombre -1 et un porte le nombre $\sqrt{2}/2$.

L'urne B contient quatre jetons dont deux portent le nombre 1, un porte le nombre $-\sqrt{2}/2$ et un porte le nombre $\sqrt{3}/2$.

On tire de ces deux urnes, deux jetons, de l'urne A, l'autre de l'urne B. On désigne a le nombre porté par le jeton tiré de A, et par b le nombre porté par le jeton tiré de B et par $f_{a,b}$ l'endomorphisme de E

Dont la matrice relativement à la base B est de la forme $\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$

1- Calculer la probabilité pour que $f_{a,b}$ soit une rotation vectorielle. 1pt

2- Calculer la probabilité pour que $f_{a,b}$ soit une rotation vectorielle d'angle $\frac{\pi}{2}$. 1pt

3- On effectue trois tirages successifs avec remise. Calculer la probabilité d'obtenir au moins une rotation vectorielle. 1pt

EXERCICE 3 5 Points

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). On considère la fonction f définie par :

$$\begin{cases} f(x) = x - 1 + \frac{1}{x}, si\ x \leq 1 \\ f(x) = 1 - (lnx)^2, si\ x > 1 \end{cases}$$

1-a) Démontrer que f est continue et dérivable en 1. 1 pt

b) Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition et préciser les branches infinies de la courbe représentative (C) de f. 0,75pt

c) Etudier les variations de f puis démontrer que le point d'abscisse e base du logarithme népérien est un point d'inflexion de (C). 1pt

d) Tracer (C). 0,75pt

2) Soit h la restriction de f à l'intervalle] 1 ; +∞ [.

a) Démontrer que h réalise une bijection de] 1 ; +∞ [vers un intervalle que l'on déterminera 0,5pt

b) En déduire que h admet une fonction réciproque h^{-1} dont précisera le sens de variation. Construire alors la courbe représentative de h^{-1}. 1pt

EXERCICE 4 : 5 Points

Soit E un espace vectoriel euclidien réel, $(\vec{\imath}\,;\vec{\jmath})$ une base orthonormé de E, $\vec{u}_0$ un vecteur de E de composantes (α, β), a étant un nombre réel donné, on définit l'application linéaire f_a de E dans E par : ∀ $\vec{u} \in E$, $f_a(\vec{u}) = \vec{u} + a(\vec{u}.\vec{u}_0)\vec{u}_0$

1-a) Soit $\vec{u}$ un vecteur de E de composantes (x, y). Calculer $\vec{u}.\vec{u}_0$. 0,5pt

b) Calculer les composantes les composantes (x', y') de $f_a(\vec{u})$ en fonction des composantes (x, y) de $\vec{u}$, et de α, a et β.
0,5pt

2- Soit g_a l'endomorphisme de E qui à tout vecteur $\vec{u}(x, y)$ associe le vecteur $g_a(\overrightarrow{u})$ de composantes (x', y') définie par :

$$\begin{cases} x = (1+4a)x + 2ay \\ y = 2ax + (1+a)y \end{cases}$$

a) Calculer $g_a(\overrightarrow{\imath})$ et $g_a(\vec{\jmath})$. 1pt
b) Donner la matrice de g_a dans la base $(\vec{\imath}\,;\vec{\jmath})$. 0,5pt
c) Pour quelle valeur de a g_a est un automorphisme ? Dans chaque cas déduire dans $\ker g_a$ et $\operatorname{Im} g_a$. 0,75pt
d) Pour quelle valeur de a g_a n'est pas un automorphisme ? Dans cette condition déterminer $\operatorname{Ker} g_a$ et $\operatorname{Im} g_a$. 1,25pt

ESSFAR, une école de GEDUQUE SA, autorisation N°17/08298/MINESUP/SG/DDES/ESUP/SDA/AEO
Rue 1504, BP 35364, Yaoundé Omnisport Mfandena
Web: www.essfar.com // Tel : (+237) 242 00 63 73 / 650 80 62 63 / 650 80 62 54