

**CONCOURS D'ENTREE EN 1ère ANNEE – SESSION SEPTEMBRE 2020**

**EPREUVE DE MATHEMATIQUES**

**Durée 03h00**

**EXERCICE 1**

**6pts**

Le tableau indique pour une même distance les variations de quantités  $y_i$  d'essences consommées de certaines voitures suivant leurs puissances  $x_i$ . ( $x_i$  exprime en chevaux et  $y_i$  en litres)

$x_i$	3	4	5	6	7	8	9	10
$y_i$	10	12	20	23	26	30	32	35

- 1) a) Dans un repère orthogonal du plan, représenter le nuage de points associe a cette série.  
.1cm sur l'axe des abscisses représente 1 cheval  
.1cm sur l'axe des ordonnées représente 5 litres. **1pt**
- 2) Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage et placer ce point dans le même repère. **1pt**
- 3) a) Calculer les variances  $V(x)$  et  $V(y)$ , la covariante  $Cov(x;y)$  puis déduire le coefficient de corrélation linéaire de la série. **1.5pt**  
b) Peut-on faire un ajustement linéaire pour cette série statistique ? **0.5pt**
- 4) Par la méthode des moindres carrés, déterminer une équation de la droite de régression de  $y$  en  $x$  . **1pt**
- 5) a) Donner une estimation de la quantité d'essence consommée pour une voiture de puissance 12 chevaux. **0.5pt**  
b) Donner une estimation de la puissance d'une voiture qui a consomme 50 litres d'essence pour cette distance. **0.5pt**

## EXERCICE 2

4pts

Le tableau incomplet suivant établit le décompte des enseignants vacataires et permanents d'un établissement privé de la place ou interviennent au total 100 enseignants.

	Homme	Femme	Total
Vacataires		20	
Permanents			40
Total		28	100

- 1) Reproduire le tableau et compléter 1.5pt
  
- 2) On choisit au hasard un enseignant dans le fichier des enseignants. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants:
  - $E_1$  "l'enseignant choisi est vacataire sachant que c'est un homme" 0.5pt
  - $E_2$  "l'enseignant choisi est permanent sachant que c'est un homme" 0.5pt
  
- 3) Le chef de cet établissement (non compte dans le fichier des enseignants) désire constituer une commission de trois enseignants devant s'occuper des relations avec les établissements voisins. Pour cela il choisit simultanément trois enseignants dans le fichier. Soit  $X$  la variable aléatoire indiquant le nombre de femmes de cette commission.
  - a) Déterminer la loi de probabilité de  $X$  1pt
  - b) Calculer l'espérance mathématique  $E(x)$  de cette variable aléatoire. 0.5pt

## EXERCICE 3

5pts

- 1) On pose  $P(z) = z^3 + 4(1 - i)z^2 - 2(2 + 7i)z - 16 + 8i$ 
  - a) Montrer qu'il existe un réel  $r$  tel que  $P(r) = 0$ . 0.75pt
  - b) En déduire les  $a$  et  $b$  complexes tels que  $P(z) = (z - r)(z^2 + az + b)$  0.75pt
  - c) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $P(z) = 0$ . 0.75pt
  
- 2) On donne  $u = \sqrt{3} + i$ .
  - a) Déterminer le module et un argument de  $u$ . 0.75pt
  - b) Donner les valeurs exactes de  $u^3$  et  $u^6$  1pt

c) Déterminer les valeurs des entiers naturels  $n$  pour lesquelles :

$-u^n$  est un nombre réel

**0.5pt**

$-u^n$  est un nombre imaginaire pur.

**0.5pt**

#### **EXERCICE 4**

**6pts**

I- Soit  $g$  la fonction numérique définie par  $g(x) = (x + 2)^2 - 1 + \ln(x + 2)$

1) Déterminer le domaine de définition de  $g$

**0.5pt**

2) Calculer  $g'(x)$  et en déduire le sens de variation de  $g$ .

**0.5pt**

3) Calculer  $g(-1)$  et en déduire le signe de  $g(x)$  suivant les valeurs de  $x$

**0.5pt**

II-On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = x - \frac{\ln(x+2)}{x+2}$ .

1) a) Les fonctions  $f$  et  $g$  ont-elles le même ensemble de définition ? Justifier.

**0.5pt**

b) Calculer les limites  $f$  aux bornes de son domaine de définition.

**0.5pt**

c) Démontrer que  $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+2)^2}$

**0.5pt**

2) On appelle la courbe  $(C)$  représentative de  $f$  et la  $(D)$  droite d'équation  $y = x$

a) Démontrer que  $(C)$  admet une asymptote verticale et la droite  $(D)$

comme asymptote oblique

**1pt**

b) Tracer avec soin  $(C)$  sans oublier les asymptotes (unité sur les axes 2cm).

**1pt**

3) Soit  $\alpha \geq -1$ , calculer l'aire  $A(\alpha)$  du domaine du plan délimité par la courbe  $(C)$ , l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives, la droite  $(D)$  et les droites d'équation  $x = -1$  et  $x = \alpha$ . Quelle est la limite de  $A(\alpha)$  quand  $\alpha$  tend vers  $+\infty$

**1pt**