

נוסחאות מתמטיקה

תוכנית חדשה

5 ייחדות לימוד

אלגברה

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \quad a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 \quad a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{השורשים:} \quad (a \neq 0) \quad ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{משוואת ריבועית:}$$

סדרות:

סדרה הנדסית	סדרה חשבונית	
$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n \cdot q \end{cases}$	$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n + d \end{cases}$	כלל נסיגה:
$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$	$a_n = a_1 + (n-1)d$	איבר n-י:
$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} \quad q \neq 1$ $S = \frac{a_1}{1-q}$ סכום סדרה אינסופית שסכוםה מותכנס:	$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ $S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$	סכום:

חזקות: $(b \neq 0, a \neq 0)$

$\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$	$(a^x)^y = a^{xy}$	$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$	$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$
$(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x$	$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, a > 0$	$a^{-x} = \frac{1}{a^x}$	

לוגריתמים (לפי אילוצי תחום ההגדלה):

$\log_a(a^b) = b$	$a^{\log_a x} = x$	$\log_a(x^b) = b \cdot \log_a x$
$\log_a x + \log_a y = \log_a(x \cdot y)$	$\log_a x - \log_a y = \log_a\left(\frac{x}{y}\right)$	$\log_c x = \frac{\log_a x}{\log_a c}$

גדרה וدعיכה: הנקודות לאחר t ייחדות זמן: $f(t) = f(0) \cdot q^t$ כאשר q מקדם הגדילה / הדעיכה

הסתברות

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{הסתברות מותנית:}$$

נוסחת ברנולי – ההסתברות ל- k הצלחות מתוך n ניסיונות בהסתפוגות ביומית כאשר ההסתברות להצלחה היא p :

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad P_n(k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

טריגונומטריה וגאומטריה

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha \quad \text{זהיות: } \sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha \quad \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \sin \alpha \quad \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \quad \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta \quad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \quad \sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \quad \cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$(a) \text{ רדיוס המעגל החום את המשולש} \quad \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R \quad \text{משפט הסינוסים:}$$

$$(b) \text{ הינו הזווית הכלואה בין הצלעות } a \text{ ו- } b \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b \cdot \cos \gamma \quad \text{משפט הקוסינוסים:}$$

$$(c) \text{ הינו הזווית הכלואה בין הצלעות } b \text{ ו- } c \quad S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin \alpha \quad \text{שטח משולש:}$$

$$(d) \text{ זווית ליד הצלע } a \text{ ו- } \gamma \quad S = \frac{a^2 \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma}{2 \cdot \sin(\beta + \gamma)} \quad \text{שטח עיגול:}$$

$$(e) \text{ רדיוס } R \quad P = 2\pi \cdot R \quad \text{היקף מעגל:} \quad S = \pi \cdot R^2 \quad \text{שטח עיגול:}$$

$$(f) \text{ שטח גזרה של } \alpha \text{ רדייאנים:} \quad S = \frac{1}{2} \alpha \cdot R^2 \quad \text{אורך קשת של } \alpha \text{ רדייאנים:} \quad \ell = \alpha \cdot R$$

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

נגזרות:

$(\frac{1}{x})' = -\frac{1}{x^2}$	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(t^x)' = t \cdot x^{t-1}$ (t ממשי)
$(\sin x)' = \cos x$	$(\cos x)' = -\sin x$	$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$	$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$	

$$[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x) \quad \text{נגזרת של מכפלת פונקציות:}$$

$$\left[\frac{f(x)}{g(x)} \right]' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2} \quad \text{נגזרת של מנת פונקציות:}$$

$$[f(u(x))]' = f'(u) \cdot u'(x) \quad \text{נגזרת של פונקציה מורכبة:}$$

$$u'(x) \text{ הינו נגזרת של } u \text{ לפני } x \quad (\text{נגזרת פנימית})$$

$$f'(u) \text{ הינו נגזרת של } f \text{ לפני } u \quad (\text{נגזרת חיצונית})$$

אינטגרלים:

$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$	$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int x^t dx = \frac{x^{t+1}}{t+1} + C \quad (t \neq -1)$
$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int e^x dx = e^x + C$	$\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} + C$

($m \neq 0$) $\int f(mx+b)dx = \frac{1}{m}F(mx+b) + C$ אם ($F(x)$ היא פונקציה קדומה של הפונקציה ($f(x)$ אז:
 $\int f[u(x)] \cdot u'(x)dx = F[u(x)] + C$

גאומטריה אנליטית**קו ישר:**

$$(x_1 \neq x_2) \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{השיפוע } m \text{ של ישר העובר דרך הנקודות } (x_2, y_2) \text{ ו- } (x_1, y_1) \text{ הוא:}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad \text{משוואת ישר ששיפועו } m, \text{ העובר בנקודה } (y_1) \text{ ו- } (x_1, y_1)$$

$$\left(\frac{\ell x_1 + kx_2}{k + \ell}, \frac{\ell y_1 + ky_2}{k + \ell} \right) \quad \text{שיעוריו הנקודה } C \text{ המחלקת (בחלוקת פנימית) את הקטע}$$

$$\text{שכזותיו הם } B(x_2, y_2), A(x_1, y_1) \quad : \frac{AC}{BC} = \frac{k}{\ell} \text{ ביחס}$$

$$m_1 \cdot m_2 = -1 \quad \text{שני ישרים, בעלי שיפועים } m_1, m_2 \text{ מאונכים זה לזה אם ורק אם:}$$

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \quad \text{המרחק } d \text{ בין הנקודות } (x_2, y_2) \text{ ו- } A(x_1, y_1)$$

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad : Ax + By + C = 0 \text{ ובין הישר } (x_0, y_0) \text{ ו-}$$

$$d = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad : Ax + By + C_2 = 0 \text{ ו- } Ax + By + C_1 = 0 \text{ המרחק }$$

$$(x_0 - a) \cdot (x - a) + (y_0 - b) \cdot (y - b) = R^2 \quad \text{משוואת המשיק למעגל } (x_0, y_0) \text{ בנקודה } (x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2 \text{ על המעלג:}$$

פרבולה:

$$y \cdot y_0 = p(x + x_0) \quad \text{משוואת המשיק לפרבולה } y^2 = 2px \text{ בנקודה } (x_0, y_0) \text{ על הפרבולה:}$$

$$x = -\frac{p}{2} \quad : y^2 = 2px \text{ מדריך של פרבולה שימושו אותה}$$

$$F\left(\frac{p}{2}, 0\right) \quad : y^2 = 2px \text{ מוקד של פרבולה שימושו אותה}$$

	מרחק המוקד מהראשית	משוואת	
	$c = \sqrt{a^2 - b^2}$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	אליפסה
$y = \pm \frac{b}{a}x$ משוואות האסימפטוטות של היפרבולה:	$c = \sqrt{a^2 + b^2}$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	היפרבולה

מספרים מרוכבים

$$z_2 = r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2) \quad \text{ו-} \quad z_1 = r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)$$

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)]$$

$$[R(\cos \varphi + i \sin \varphi)]^n = R^n (\cos n\varphi + i \sin n\varphi) \quad \text{משפט דה-מואבר:}$$

$$z_k = \sqrt[n]{R} \left[\cos \left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2k\pi}{n} \right) + i \sin \left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2k\pi}{n} \right) \right] \quad \text{פתרונות המשווה: } z^n = R(\cos \varphi + i \sin \varphi)$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, n-1$$

 גופים במרחב

$(S - \text{שטח הבסיס}, h - \text{גובה הגוף})$	$V = S \cdot h$	נפח:	מנסורה וגליל:
$(S - \text{שטח הבסיס}, h - \text{גובה הגוף})$	$V = \frac{S \cdot h}{3}$	נפח:	פירמידה וחרוט:
$(R - \text{רדיוס העיגול}, \ell - \text{הקו היוצר})$	$M = \pi R \ell$	שטח מעטפת:	חרוט ישר:
$(R - \text{רדיוס היסוד})$	$V = \frac{4}{3} \pi R^3$	נפח:	כדור:
$(R - \text{רדיוס היסוד})$	$M = 4\pi R^2$	שטח הפנים:	

 וקטורים

$$|\underline{u}| = \sqrt{\underline{u} \cdot \underline{u}} = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \quad \text{אורך של וקטור: } \underline{u} = (u_1, u_2, u_3)$$

$$\underline{u} \cdot \underline{v} = u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2 + u_3 \cdot v_3 \quad : \underline{v} = (v_1, v_2, v_3) \quad \text{מכפלה סקלרית של שני וקטורים } (\underline{u}_3 = (u_1, u_2, u_3) \text{ ו-} \underline{v} = (v_1, v_2, v_3))$$

$$\underline{u} \cdot \underline{v} = |\underline{u}| \cdot |\underline{v}| \cdot \cos \alpha \quad : \underline{v} \quad \text{המכפלה הסקלרית כאשר } \alpha \text{ היא הזווית בין הוקטוריים } \underline{u} \text{ ו-} \underline{v}$$

$$\frac{|a \cdot x_1 + b \cdot y_1 + c \cdot z_1 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \quad : ax + by + cz + d = 0 \quad \text{המרחק של נקודה } P(x_1, y_1, z_1) \text{ ממשור}$$

$$\frac{|d_1 - d_2|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \quad : ax + by + cz + d_2 = 0 \quad \text{המרחק בין מישורים מקבילים } ax + by + cz + d_1 = 0$$

$$\sin \beta = \frac{|\underline{n} \cdot \underline{u}|}{|\underline{n}| \cdot |\underline{u}|} \quad : \underline{n} = (a, b, c) \quad \text{הזווית } \beta \text{ בין הימשוריים } \underline{u} \cdot \underline{v} + t \quad \text{כasher } ax + by + cz + d = 0 \quad \text{למישור } \underline{x} = \underline{u} + t$$

$$\cos \alpha = \frac{|\underline{n}_1 \cdot \underline{n}_2|}{|\underline{n}_1| \cdot |\underline{n}_2|} \quad : \begin{cases} \underline{n}_1 = (a_1, b_1, c_1) \quad \text{כasher } a_1 x + b_1 y + c_1 z + d_1 = 0 \\ \underline{n}_2 = (a_2, b_2, c_2) \quad \text{כasher } a_2 x + b_2 y + c_2 z + d_2 = 0 \end{cases} \quad \text{הזווית } \alpha \text{ בין המישוריים}$$