

נוסחאון מתמטיקה

5 יחידות לימוד

תוכנית חדשה

אלגברה

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

השורשים:

$$(a \neq 0) \quad ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{משוואה ריבועית:}$$

סדרות:

סדרה חשבונית	סדרה הנדסית	
$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n + d \end{cases}$	$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n \cdot q \end{cases}$	כלל נסיגה:
$a_n = a_1 + (n - 1)d$	$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$	איבר n-י:
$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$	$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} \quad q \neq 1$	סכום:
$S_n = \frac{n[2a_1 + (n - 1)d]}{2}$	$S = \frac{a_1}{1 - q}$ סכום סדרה אינסופית שסכומה מתכנס:	

$$(b \neq 0, a \neq 0) \quad \text{חזקות:}$$

$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$	$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$	$(a^x)^y = a^{x \cdot y}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$
$a^{-x} = \frac{1}{a^x}$	$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, a > 0$	$(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x$	

לוגריתמים (לפי אילוצי תחום ההגדרה):

$\log_a(x^b) = b \cdot \log_a x$	$a^{\log_a x} = x$	$\log_a(a^b) = b$
$\log_c x = \frac{\log_a x}{\log_a c}$	$\log_a x - \log_a y = \log_a \left(\frac{x}{y}\right)$	$\log_a x + \log_a y = \log_a(x \cdot y)$

גדילה ודעיכה: הכמות לאחר t יחידות זמן: $f(t) = f(0) \cdot q^t$ כאשר q מקדם הגדילה / הדעיכה

הסתברות

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{הסתברות מותנית:}$$

נוסחת ברנולי - ההסתברות ל-k הצלחות מתוך n ניסיונות בהתפלגות בינומית כאשר ההסתברות להצלחה היא p:

$$P_n(k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

טריגונומטרייה וגאומטרייה**זהויות:**

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

(R – רדיוס המעגל החוסם את המשולש)

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

משפט הסינוסים:

(γ היא הזווית הכלואה בין הצלעות a ו-b)

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b \cdot \cos \gamma$$

משפט הקוסינוסים:

(α היא הזווית הכלואה בין הצלעות b ו-c)

$$S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin \alpha$$

שטח משולש:

(β ו-γ זוויות ליד הצלע a)

$$S = \frac{a^2 \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma}{2 \cdot \sin(\beta + \gamma)}$$

(R – רדיוס)

$$P = 2\pi \cdot R$$

היקף מעגל:

$$S = \pi \cdot R^2$$

שטח עיגול:

(R – רדיוס)

$$S = \frac{1}{2} \alpha \cdot R^2 \quad \text{שטח גזרה של } \alpha \text{ רדיאנים:}$$

אורך קשת של } \alpha \text{ רדיאנים: } \ell = \alpha \cdot R**חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי****נגזרות:**

$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(x^t)' = t \cdot x^{t-1} \quad (t \text{ ממשי})$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\cos x)' = -\sin x$	$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$	$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$	

$$[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

נגזרת של **מכפלת** פונקציות:

$$\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$$

נגזרת של **מנת** פונקציות:

$$[f(u(x))]' = f'(u) \cdot u'(x)$$

נגזרת של פונקצייה **מורכבת**:

u'(x) היא נגזרת של u לפי x (נגזרת פנימית)

f'(u) היא נגזרת של f לפי u (נגזרת חיצונית)

אינטגרלים:

$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$	$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int x^t dx = \frac{x^{t+1}}{t+1} + C \quad (t \neq -1, \text{ ממשי, } t)$
$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int e^x dx = e^x + C$	$\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} + C$

אם $F(x)$ היא פונקצייה קדומה של הפונקצייה $f(x)$ אז: $\int f(mx + b) dx = \frac{1}{m} F(mx + b) + C \quad (m \neq 0)$

$$\int f[u(x)] \cdot u'(x) dx = F[u(x)] + C$$

גאומטרייה אנליטית

קו ישר:

השיפוע m של ישר העובר דרך הנקודות (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2) :

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (x_1 \neq x_2)$$

משוואת ישר ששיפועו m , העובר בנקודה (x_1, y_1) :

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

שיעורי הנקודה C המחלקת (בחלוקה פנימית) את הקטע

שקצותיו הם $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ ביחס $\frac{AC}{BC} = \frac{k}{\ell}$:

$$\left(\frac{\ell x_1 + k x_2}{k + \ell}, \frac{\ell y_1 + k y_2}{k + \ell} \right)$$

שני ישרים, בעלי שיפועים m_1, m_2 מאונכים זה לזה אם ורק אם:

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

המרחק d בין הנקודות $A(x_1, y_1)$ ו- $B(x_2, y_2)$:

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

המרחק d בין הנקודה (x_0, y_0) ובין הישר $Ax + By + C = 0$:

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

המרחק d בין הישרים המקבילים $Ax + By + C_1 = 0$ ו- $Ax + By + C_2 = 0$:

$$d = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

מעגל:

משוואת המשיק למעגל $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ בנקודה (x_0, y_0) על המעגל: $(x_0 - a) \cdot (x - a) + (y_0 - b) \cdot (y - b) = R^2$

פרבולה:

משוואת המשיק לפרבולה $y^2 = 2px$ בנקודה (x_0, y_0) על הפרבולה:

$$y \cdot y_0 = p(x + x_0)$$

מדריך של פרבולה שמשוואתה $y^2 = 2px$:

$$x = -\frac{p}{2}$$

מוקד של פרבולה שמשוואתה $y^2 = 2px$:

$$F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$$

משוואה	מרחק המוקד מהראשית	
$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$c = \sqrt{a^2 - b^2}$	אליפסה
$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$c = \sqrt{a^2 + b^2}$	היפרבולה

משוואות האסימפטוטות של היפרבולה:
 $y = \pm \frac{b}{a}x$

מספרים מרוכבים

מכפלה בהצגה קוטבית של המספרים המרוכבים $z_1 = r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)$ ו- $z_2 = r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)$:

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)]$$

$$[R(\cos \varphi + i \sin \varphi)]^n = R^n(\cos n\varphi + i \sin n\varphi)$$

משפט דה־מואבר:

$$z_k = \sqrt[n]{R} \left[\cos\left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right) \right] \quad : z^n = R(\cos \varphi + i \sin \varphi) \quad \text{פתרונות המשוואה}$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, n-1$$

גופים במרחב

מנסרה וגליל: נפח: $V = S \cdot h$ (S – שטח הבסיס, h – גובה הגוף)

פירמידה וחרוט: נפח: $V = \frac{S \cdot h}{3}$ (S – שטח הבסיס, h – גובה הגוף)

חרוט ישר: שטח מעטפת: $M = \pi R \ell$ (R – רדיוס העיגול, ℓ – הקו היוצר)

כדור: נפח: $V = \frac{4}{3} \pi R^3$ (R – רדיוס הכדור)

שטח הפנים: $M = 4\pi R^2$ (R – רדיוס הכדור)

וקטורים

אורך של וקטור $\underline{u} = (u_1, u_2, u_3)$: $|\underline{u}| = \sqrt{\underline{u} \cdot \underline{u}} = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}$

מכפלה סקלרית של שני וקטורים $\underline{u} = (u_1, u_2, u_3)$ ו- $\underline{v} = (v_1, v_2, v_3)$: $\underline{u} \cdot \underline{v} = u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2 + u_3 \cdot v_3$

המכפלה הסקלרית כאשר α היא הזווית בין הווקטורים \underline{u} ו- \underline{v} : $\underline{u} \cdot \underline{v} = |\underline{u}| \cdot |\underline{v}| \cdot \cos \alpha$

המרחק של נקודה $P(x_1, y_1, z_1)$ ממישור $ax + by + cz + d = 0$: $\frac{|a \cdot x_1 + b \cdot y_1 + c \cdot z_1 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$

המרחק בין מישורים מקבילים $ax + by + cz + d_1 = 0$ ו- $ax + by + cz + d_2 = 0$: $\frac{|d_1 - d_2|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$

הזווית β בין הישר $\underline{x} = \underline{v} + t \cdot \underline{u}$ למישור $ax + by + cz + d = 0$ כאשר $\underline{n} = (a, b, c)$: $\sin \beta = \frac{|\underline{n} \cdot \underline{u}|}{|\underline{n}| \cdot |\underline{u}|}$

הזווית α בין המישורים $a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ כאשר $\underline{n}_1 = (a_1, b_1, c_1)$ ו- $a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$ כאשר $\underline{n}_2 = (a_2, b_2, c_2)$: $\cos \alpha = \frac{|\underline{n}_1 \cdot \underline{n}_2|}{|\underline{n}_1| \cdot |\underline{n}_2|}$