

Лекция №1

Введение

Моделирование как основной метод исследования сложных систем

1. Основные определения

Модель – это условный образ объекта исследования, конструируемый так, чтобы отобразить существенные для исследования характеристики объекта (свойства, взаимосвязи, параметры). Моделирование заключается в выявлении или воспроизведении свойств реальных объектов, предметов и явлений с помощью других объектов, процессов, явлений, либо с помощью абстрактного описания в виде изображения, совокупности уравнений, алгоритмов и программ.

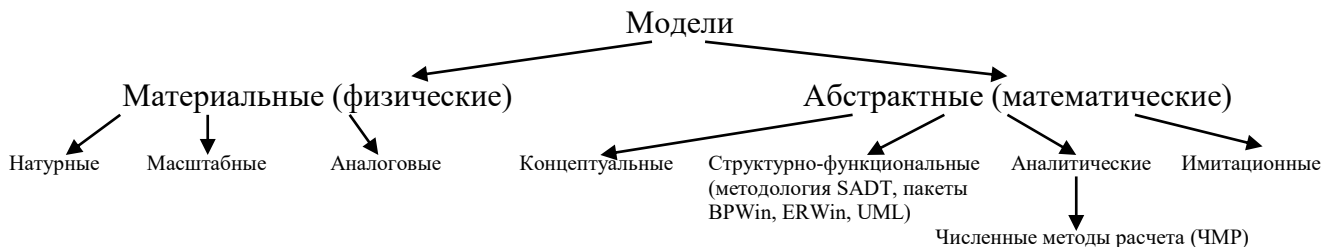
Возможности моделирования, т.е. перенос результатов, полученных в ходе построения и исследования модели, на оригинал, основаны на том, что модель в определенном смысле отображает некоторые интересующие исследователя характеристики объекта.

Подобие процесса, протекающего в модели M , реальному процессу, протекающему в системе-оригинале S , является условием правильного функционирования модели, а не целью моделирования.

Цель моделирования – задача изучения какой-либо стороны функционирования объекта.

Объект моделирования – сложные информационно-вычислительные и организационно-технические системы.

2. Классификация моделей по степени абстрагирования модели от оригинала



Физическая модель эквивалентна или подобна оригиналу, либо процесс ее функционирования такой же, как у оригинала и имеет ту же самую (или иную) физическую природу.

Натурная модель – это реальная исследуемая система, полностью адекватная оригиналу.

Масштабная модель – система той же физической природы, что оригинал, но отличающаяся масштабами. При соблюдении геометрического подобия оригинала и модели натурные значения всех размеров модели умножаются на один и тот же масштабный коэффициент.

В аналоговых моделях исследуемые процессы изучаются на основании процессов, имеющих иную физическую природу, но описываемых с помощью одинаковых математических соотношений. Например, аналогичными уравнениями описываются колебания груза на пружине, колебания тока в электрическом контуре, движения маятника.

Математическая модель – это формальная зависимость между значениями параметров на входе моделируемого объекта или процесса и выходными параметрами. При математическом моделировании абстрагируются от конкретной физической природы объекта и происходящих в нем процессов. Математическая модель представляет собой

формализованное описание исследуемой системы с помощью абстрактного языка, в котором могут использоваться математические средства (алгебраические, дифференциальные, интегральные уравнения и т.п.), а также средства языков программирования общего назначения и специализированных языков.

Концептуальная модель описывается с помощью специальных символов, знаков, операций над ними или с помощью естественного или искусственного языков.

Структурно-функциональная модель – это образ объекта исследования, описанный с помощью взаимосвязанных таблиц, блок-схем, диаграмм, графиков, рисунков, анимационных фрагментов, гипертекстов и т.п. и отображающий структуру элементов объекта и взаимосвязи между ними. Структурно-функциональная модель уточняет и дополняет концептуальную модель.

Среди математических моделей можно выделить аналитические и имитационные.

Для **аналитического моделирования** характерно то, что процессы функционирования элементов системы записываются в виде функциональных соотношений. Аналитическая модель может быть исследована:

- аналитическими методами – для получения в общем виде явных зависимостей искомых характеристик;
- численными методами – если уравнение не решается в общем виде, с помощью численных методов расчета (ЧМР) получают множество частных решений для конкретных исходных данных.

К недостаткам аналитического моделирования следует отнести существенное упрощение первоначальной модели, которое производят, чтобы изучить хотя бы общие свойства системы.

Численные методы позволяют исследовать по сравнению с аналитическим методом более широкий класс систем, но при этом полученные решения носят частный характер. Численный метод расчета аналитических задач называется *методом статистических испытаний (методом Монте-Карло)*.

Имитационная модель – совокупность описания статических свойств системы, а также динамики изменения состояния и взаимосвязей элементов системы во времени под влиянием факторов внешней среды и внутренней логики функционирования системы. Имитационная модель задается совокупностью моделирующих алгоритмов, воспроизводящих (копирующих) с заданной степенью детализации развитие физических процессов, происходящих в исследуемой системе, т.е. задающих модель поведения.

При **имитационном моделировании** алгоритм, реализующий модель, воспроизводит процесс функционирования реальной системы S во времени с заданной степенью детализации, причем элементарные составляющие процесса имитируются с сохранением их логической структуры и последовательности протекания во времени.

Основные характеристики и преимущества имитационных моделей (ИМ):

- удобство учета в моделях дискретных, непрерывных, нелинейных и стохастических факторов;
- повторяемость – любая реализация процесса функционирования системы может быть многократно повторена;
- управляемость – возможность остановки и реактивации модели, а также возможность исследования процесса функционирования системы S в любых условиях, в том числе, в экстремальных режимах работы;
- доступность и гибкость – возможность изменить любые характеристики модели, в том числе, варьировать структуру, алгоритмы и параметры моделируемой системы, что важно с точки зрения поиска оптимального варианта системы;
- наглядность – применение современных средств визуализации.

Недостатки имитационных моделей:

- решение, полученное с помощью имитационной модели M , всегда носит частный характер в соответствии с фиксированными элементами структуры, алгоритмами поведения и параметрами моделируемой системы, а также внешними воздействиями.

Если результаты, полученные при воспроизведении на имитационной модели процесса функционирования системы S , являются реализациями случайных величин и функций, для нахождения характеристик процесса требуется его многократное воспроизведение с последующей статистической обработкой результатов. В этом случае целесообразно в качестве метода компьютерной реализации имитационной модели использовать метод *статистического моделирования*. Таким образом, методом *статистического моделирования* называется метод компьютерной реализации имитационной модели, а методом *статистических испытаний* (Монте-Карло) – численный метод решения аналитической задачи.

3. Формальная модель объекта исследования (реальной системы)

Модель объекта исследования можно представить в виде множества величин, описывающих процесс функционирования реальной системы S и образующих следующие подмножества:

$x_i \in X, i = \overline{1, n_X}$ – совокупность входных воздействий на систему,

$v_l \in V, l = \overline{1, n_V}$ – совокупность воздействий внешней среды,

$h_k \in H, k = \overline{1, n_H}$ – совокупность внутренних параметров системы,

$y_j \in Y, j = \overline{1, n_Y}$ – совокупность выходных характеристик системы.

При моделировании системы S входные воздействия, воздействия внешней среды и внутренние параметры системы являются *независимыми (экзогенными) переменными*, а выходные характеристики системы являются *зависимыми (эндогенными) переменными*.

Переменные и параметры модели в векторной форме, т.е. с учетом параметра времени, имеют вид:

$$\vec{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_{n_X}(t))$$

$$\vec{v}(t) = (v_1(t), v_2(t), \dots, v_{n_V}(t))$$

$$\vec{h}(t) = (h_1(t), h_2(t), \dots, h_{n_H}(t))$$

$$\vec{y}(t) = (y_1(t), y_2(t), \dots, y_{n_Y}(t))$$

Процесс функционирования системы S во времени описывается оператором F_S , который преобразует экзогенные переменные в эндогенные в соответствии с соотношением (1).

$$\vec{y}(t) = F_S(\vec{x}, \vec{v}, \vec{h}, t) \quad (1)$$

Соотношение (1) определяет закон функционирования системы, который реализуется с помощью алгоритма функционирования A_S , под которым понимается метод получения выходных характеристик с учетом входных воздействий $\vec{x}(t)$, воздействий внешней среды $\vec{v}(t)$ и параметров системы $\vec{h}(t)$.

4. Понятие состояния системы

Свойства системы S в конкретные моменты времени называются *состояниями*. Процесс функционирования системы во времени можно рассматривать как последовательную смену состояний системы $z_1(t), z_2(t), \dots, z_k(t), k=1..n_z$. Совокупность всех возможных состояний $\{z_k(t)\}$ называется пространством состояний Z объекта моделирования, причем $z_k(t) \in Z$.

С помощью векторных уравнений (2) и (3) состояние системы S в произвольный момент времени $t_0 < t^* \leq T$ полностью определяется начальным состоянием $\vec{Z}^0 = (Z_1^0, Z_2^0, \dots, Z_k^0)$, где $Z_1^0 = Z_1(t_0), Z_2^0 = Z_2(t_0), \dots, Z_k^0 = Z_k(t_0)$, а также входными воздействиями $\vec{x}(t)$, внутренними параметрами $\vec{h}(t)$, воздействием внешней среды $\vec{v}(t)$ на интервале времени $(t^* - t_0)$.

Соотношение (2) позволяет определить состояние системы в текущий момент времени по начальному состоянию системы и по экзогенным переменным.

$$\vec{Z}(t) = \phi(\vec{Z}^0, \vec{x}, \vec{v}, \vec{h}, t) \quad (2)$$

Соотношение (3) позволяет определить выходные характеристики системы (эндогенные переменные) по её состоянию.

$$\vec{y}(t) = F(\vec{Z}, t) \quad (3)$$

Соотношение (4) – это уравнение в общем виде для определения выходных характеристик системы (значение времени входит в формулу (4) один раз).

$$\vec{y}(t) = F[\phi(\vec{Z}^0, \vec{x}, \vec{v}, \vec{h}, t)] \quad (4)$$

Время в модели системы S может рассматриваться на интервале моделирования $(0, T)$ как в непрерывной, так и в дискретной форме, т.е. в виде квантов длиной Δt , где m – число интервалов дискретизации (соотношение (5)).

$$T = m\Delta t, \quad m = \overline{1, m_T} \quad (5)$$

5. Структура имитационной модели

В общем случае, объектом-оригиналом может быть любая естественная или искусственная система, предназначенная для выполнения некоторого определенного вида работ или решения определенного класса задач. Она состоит из компонентов Co , называемых также элементами или подсистемами, имеет некоторое множество параметров (атрибутов компонентов) Ho . Система проявляет свои свойства под влиянием входных воздействий Xo , воздействий внешней среды Vo и в результате физических процессов Ao , определяющих принципы ее функционирования. Количественной мерой свойств системы служит множество характеристик Yo . Элементы множества характеристик $y_o \in Y_o$ являются частными показателями эффективности системы. Показатель эффективности – это числовая характеристика системы, которая оценивает степень приспособленности системы к выполнению поставленных перед ней задач, т.е. качество ее функционирования. (В обозначениях данного абзаца « o » означает характеристики объекта-оригинала.)

Структуру имитационной модели можно представить в виде совокупности множеств:

ИМ = $\langle C_M, X_M, V_M, H_M, Y_M, F_M, A_M, O_M, E_M, T_M \rangle$, где

$C_M = \{c_{M_r}\}, r = \overline{1, n_{C_M}}$ – множество компонентов модели;

$X_M = \{x_{M_i}\}, i = \overline{1, n_{X_M}}$ – множество входных воздействий на модель;

$V_M = \{v_{M_l}\}, l = \overline{1, n_{V_M}}$ – множество воздействий внешней среды;

$H_M = \{h_{M_k}\}, k = \overline{1, n_{H_M}}$ – множество внутренних параметров модели;

$Y_M = \{y_{M_j}\}, j = \overline{1, n_{Y_M}}$ – множество выходных характеристик модели или

множество частных показателей эффективности;

$F_M = \{f_{M_z}\}, z = \overline{1, n_{F_M}}$ – функциональные зависимости, которые описывают поведение переменных и параметров в пределах компонента или определяют соотношения между компонентами модели;

$A_M = \{a_{M_d}\}, d = \overline{1, n_{A_M}}$ – множество алгоритмов, задающих модель поведения объекта моделирования;

$O_M = \{o_{M_q}\}, q = \overline{1, n_{O_M}}$ – множество ограничений, т.е. устанавливаемых пределов

изменения управляемых переменных: естественные ограничения являются следствиями свойств самой моделируемой системы, искусственные ограничения вносятся разработчиком модели;

$$E_M = E_M(Y_M) \rightarrow opt - \text{целевая функция или функция критерия} \quad (6);$$

$T_o = m * T_M$. T_M – модельное время, т.е. время, в течение которого на модель оказываются входные воздействия и измеряются выходные характеристики. Модельное время T_M связано с временем реальной системы T_o посредством масштабного коэффициента m .

6. Области применения имитационных моделей

Имитационное моделирование сложных систем часто является единственным практически реализуемым методом исследования процесса функционирования таких систем, особенно на этапе их проектирования. Имитационное моделирование целесообразно использовать в следующих случаях:

1. Для исследования системы S до того, как она спроектирована, с целью получения первоначальных оценок её структуры, характеристик, алгоритмов поведения.
2. На этапе проектирования для анализа и синтеза различных вариантов системы и выбора того варианта, который в наилучшей степени удовлетворяет критерию эффективности системы при заданных ограничениях.
3. На этапе эксплуатации системы для получения оценок её функционирования и составления прогноза эволюции системы.

Задача анализа

Дано: Структура системы: C_M, F_M, A_M , значения внутренних параметров H_M , внешние воздействия X_M .

Определить: выходные характеристики – значения показателей эффективности Y_M .

Задача анализа включает задачи получения оценок

- вариантов структуры системы,
- эффективности различных алгоритмов управления системой,
- влияния изменения различных параметров системы.

Задача синтеза

Задачи синтеза подразделяются на структурный, алгоритмический, параметрический синтез. Требуется создать систему с заданными характеристиками Y_M при известных внешних воздействиях X_M и O_M , которая являлась бы оптимальной по некоторым показателям эффективности при заданных ограничениях.

Дано: Y_M, X_M, O_M, E_M .

Определить: C_M, F_M, A_M, H_M .

На практике решение задачи синтеза сводится к многократному целенаправленному анализу модели системы.

При рассмотрении показателей эффективности используются однокритериальная и многокритериальная оценки.

Однокритериальная оценка. Показатель эффективности системы оценивается по одному частному критерию y_{opt} , а по остальным накладываются ограничения (7).

$$E_M = y_{M opt} \quad (7)$$
$$y_{Mj min} \leq y_{Mj} \leq y_{Mj max}$$

Многокритериальная оценка. Целевая функция (6) представляется в форме интегрального критерия, который связывает достаточно простой зависимостью показатель эффективности системы со всеми частными показателями эффективности. Наиболее распространенным является нормированный аддитивный критерий (8).

$$E_M = \sum_{j=1}^n b_j \gamma(y_{Mj}) \rightarrow opt \quad (8)$$

Функции $\gamma(y_{Mj}) \in [0, 1]$ подобраны так, чтоб исключить размерность j -й характеристики.

Весовые коэффициенты b_j согласуют шкалы измерения различных характеристик:

$$\sum_{j=1}^n b_j = 1, \quad b_j > 0$$

В частном случае $0 \leq y_{mj} \leq y_{mj max}$ функции $\gamma(y_{Mj})$ принимают линейную форму (9):

$$\gamma(y_{Mj}) = \frac{y_{Mj}}{y_{Mj max}} \quad (9)$$

7. Основные этапы моделирования систем

1. Построение концептуальной модели системы и её формализация.
Основное назначение первого этапа – переход от содержательного описания исследуемой системы S к её математической модели M , т.е. формализация.
 - 1.1. Постановка задачи моделирования системы:
 - определение структуры системы S и алгоритмов её поведения, воздействий внешней среды;
 - выбор методики решения задачи с учетом имеющихся ресурсов;
 - определение возможности разбиения на подзадачи.
 - 1.2. Определение требований к исходной информации об объекте моделирования и организация её сбора:
 - выбор необходимой информации о системе S и внешней среде V ;
 - подготовка априорных данных;
 - анализ имеющихся экспериментальных данных;
 - выбор методов и средств предварительной обработки информации о системе.
 - 1.3. Определение параметров и переменных модели:
 - $x_i \in X, i = \overline{1, n_X}$ – совокупность входных воздействий на систему;
 - $v_l \in V, l = \overline{1, n_V}$ – совокупность воздействий внешней среды;
 - $h_k \in H, k = \overline{1, n_H}$ – совокупность внутренних параметров системы;
 - $y_j \in Y, j = \overline{1, n_Y}$ – совокупность выходных характеристик системы Y_j .Описание каждого параметра должно выполняться в следующей форме:
 - определение и краткая характеристика;
 - символ обозначения и единица измерения;
 - диапазон изменения;
 - место применения в модели.
 - 1.4. Выбор критериев эффективности системы, которые являются функциями параметров и переменных системы. Критерии могут быть частные или интегральные.
 - 1.5. Описание концептуальной модели системы M_X . Это представление свойств процесса функционирования системы с использованием абстрактных терминов и понятий. Если возможно, производится выбор процедур аппроксимации реальных процессов, протекающих в системе S : детерминированная, вероятностная аппроксимация или определение средних значений. Концептуальная модель обычно разбивается на блоки, представляющие собой описание некоторых подпроцессов общего процесса функционирования системы S , воздействий внешней среды V и т.п.
2. Алгоритмизация модели системы и её компьютерная реализация.
 - 2.1. Построение логической модели системы M_M . Модель функционально подразделяется на подмодели, соответствующие автономным подпроцессам процесса функционирования системы S , выделенным в концептуальной модели.
 - 2.2. Получение математических соотношений. Модель разбивается на m подмоделей, для каждой из которых формулируется математическое соотношение, являющееся моделью подпроцесса функционирования системы (10).

$$\begin{aligned}
y_1(t) &= f_1(x_1, x_2, \dots, x_{nX}; v_1, v_2, \dots, v_{nV}; h_1, h_2, \dots, h_{nH}; t) \\
y_2(t) &= f_2(x_1, x_2, \dots, x_{nX}; v_1, v_2, \dots, v_{nV}; h_1, h_2, \dots, h_{nH}; t) \\
&\dots \\
y_m(t) &= f_m(x_1, x_2, \dots, x_{nX}; v_1, v_2, \dots, v_{nV}; h_1, h_2, \dots, h_{nH}; t)
\end{aligned} \tag{10}$$

Математические соотношения (10) в виде явных функций, т.е. аналитическая модель, определяются, если это возможно. В общем случае, логическая модель M_M , имеющая комбинированный характер, что отражает аналитико-имитационный подход, должна содержать:

- описание всех блоков с их наименованиями;
- единую систему обозначений и нумерацию блоков;
- отражение логики модели процесса функционирования системы.

2.3. Выбор инструментальных средств моделирования, обеспечивающих следующие возможности:

- наличие необходимых программных и технических средств;
- обеспечение всех этапов реализации модели;
- возможность своевременного получения результатов моделирования.

2.4. Спецификация и построение схемы алгоритма программы. Спецификация – это формализованное представление требований, предъявляемых к программе, которые должны быть удовлетворены при ее разработке, а также описание задачи и ожидаемых результатов без указания способа их достижения. Схема алгоритма программы строится на основе логической модели M_M .

2.5. Программирование модели.

2.6. Проверка достоверности программы:

- тестирование отдельных частей программы
- комплексное тестирование всей программной модели на контрольном примере одного из вариантов организации системы S .

3. Получение и интерпретация результатов моделирования системы.

3.1. Планирование компьютерного эксперимента с моделью системы.

Планирование заключается в том, чтоб определить стратегию и тактику получения максимального объема информации при минимальных затратах ресурсов. На этапе стратегического планирования ставится задача построения оптимального плана эксперимента в соответствии с целью моделирования. Тактическое планирование определяет оптимальные пути достижения целей, поставленных в стратегическом планировании.

3.2. Выполнение рабочих расчетов. Они включают в себя:

- подготовку наборов исходных данных;
- проведение расчетов на контрольном примере с целью определения чувствительности результатов к изменениям исходных данных;
- проведение рабочих расчетов с целью получения выходных характеристик модели.

3.3. Анализ результатов моделирования:

- представление результатов моделирования в наглядной форме;
- вычисление статистических характеристик результатов.

3.4. Интерпретация результатов моделирования, т.е. переход от информации, полученной на модели M , к практическим рекомендациям использования результатов моделирования в реальной системе S на этапах её проектирования, исследования, эксплуатации.