

Лекция №4

Раздел 2. Модельная динамика систем с дискретными событиями

1 Управление временем в дискретно-событийных моделях

Процесс функционирования *систем с дискретными событиями (СДС)* во времени определяется последовательностью наступления событий, возникающих в системе в соответствии с закономерностями её функционирования.

Важным аспектом имитационного моделирования является выделение и описание состояний системы. Система характеризуется набором переменных состояний, каждая комбинация которых описывает конкретное состояние. Система находится в состоянии S , если все её компоненты находятся в состояниях совместимых с областью значений переменных, описывающих это состояние. Следовательно, путем изменения значений этих переменных можно имитировать переход системы из одного состояния в другое.

Таким образом, имитационное моделирование – это представление динамического поведения системы посредством продвижения ее от одного состояния к другому в соответствии с определенными правилами. Состояние системы изменяется в момент наступления события. Изменения состояний могут происходить либо непрерывно, либо в дискретные моменты времени.

1.1 Хронологические потоки

Так как в информационных потоках между событиями, прежде всего, устанавливаются хронологические отношения, такие потоки называются *хронологическими*. Процесс моделирования хронологического потока рассмотрим на примере функционирования *абстрактного устройства моделирования хронологических потоков* (Рисунок 1).

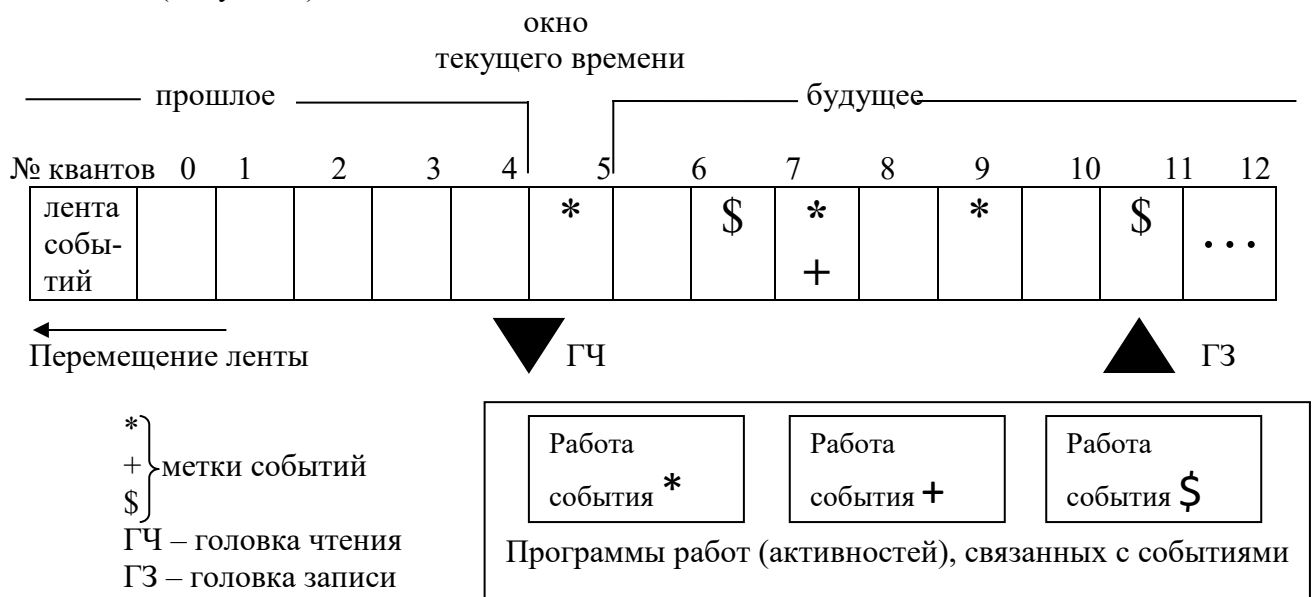


Рисунок 1 – Абстрактное устройство моделирования хронологических потоков

Основным компонентом этого устройства является лента, организованная в виде последовательности фреймов, соответствующих номерам квантов. Номер каждого кванта определяет момент времени в единицах, выбранных пользователем (сек, мин и т.п.). Головка чтения (ГЧ) всегда установлена на текущий момент времени и своим местоположением определяет границу между «прошлым» и «будущим». Ход времени в

модели ассоциируется с движением головки чтения, которая может перемещаться только вправо. Соответственно лента перемещается из «будущего» в «прошлое». Доступ головки чтения к фреймам осуществляется через окно текущего времени. Фрейм может содержать метку одного или нескольких событий. В ответ на наступление события обрабатывает программа работ (активность), соответствующая событию. Событие не имеет длительности в модельном времени, а активность характеризуется моментами начала и окончания, т.е. продолжительностью во времени. Программы работ могут записывать на ленту метки новых событий с помощью головки записи (ГЗ). ГЗ может перемещаться как влево, так и вправо, но не левее ГЧ. После выполнения программы работ метка соответствующего события удаляется, поэтому часть ленты, соответствующая «прошлому», всегда чиста.

2 Три вида времени в имитационном моделировании

В имитационном моделировании рассматриваются три вида времени:

1. Реальное время – время, в котором функционирует исследуемая система, определяется ходом обычных часов.
2. Системное или модельное время – это объект программы моделирования, имитирующий ход часов реального времени. Если реальная система функционирует на отрезке $[t1...t2]$, то значение системного времени $STIME$ также изменяется в области значений $[t1..t2]$: $t1 \leq STIME \leq t2$. При выполнении условия $STIME > t2$ моделирования заканчивается.
3. Компьютерное время – связано с продолжительностью выполнения программы моделирования, которое определяется эффективностью реализации программы и мощностью ресурсов компьютера.

Соотношение между тремя видами времени в имитационном моделировании иллюстрируется Рисунком 2.

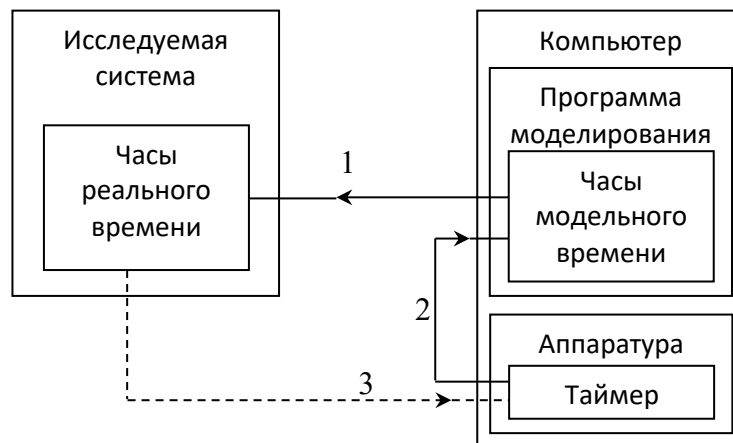


Рисунок 2 – Соотношение между различными видами времени в имитационном моделировании

Связь (1) определяет отношение копирования, т.е. модельное время является копией реального времени.

Связь (2) определяет отношение управления. Таймер управляет выполнением программы моделирования и увеличением модельного времени.

Связь (3) определяет отношение синхронизации, которое означает, что таймер и часы реального времени синхронизируются. Если связь (3) присутствует, программа моделирования называется моделью реального времени. Если связь (3) отсутствует, программ моделирования называется просто имитационной моделью. В дальнейшем мы будем рассматривать имитационные модели без связи (3).

Имитационная модель системы, функционирующей в реальном времени, например, в течение нескольких часов, в компьютерном времени может функционировать в течение нескольких минут (секунд) или наоборот.

Модельное время в компьютерном может только возрастать, имитируя ход часов реального времени.

Эффект «скачущих часов» свидетельствует об ошибках в алгоритме управления моделированием.

Величина τ компьютерного времени в общем случае напрямую не связана с величиной $(t_2 - t_1)$ времени функционирования модели (Рисунок 3).

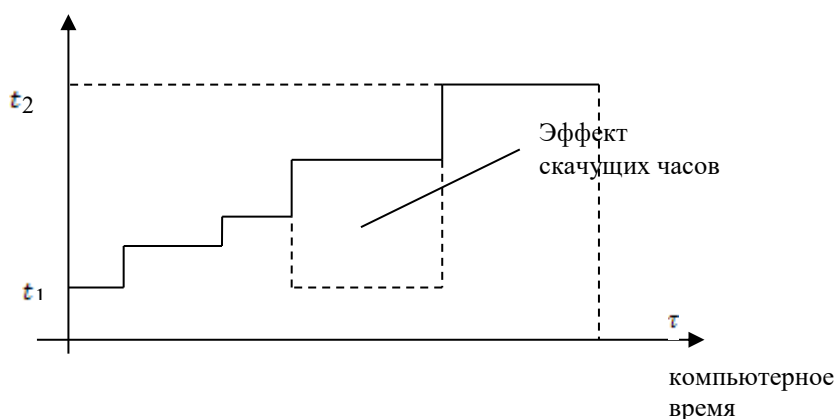


Рисунок 3 – Соотношение между модельным и компьютерным временем

3 Методы пересчета модельного времени. Модели с непрерывным и дискретным изменением состояния

Существуют два метода пересчета системного (модельного) времени:

1. С использованием фиксированного шага Δt - метод « Δt » (квантования);
2. С использованием переменного шага до следующего события – метод «особых состояний». В этом методе считается, что в промежутке времени между соседними событиями никаких изменений в модели системы не происходит.

В соответствии с двумя методами пересчета системного времени имитационные модели подразделяются на два вида:

1. Модели с непрерывным изменением состояния – используются для моделирования высокоинтенсивных потоков событий или для непрерывных систем, основаны на методе квантования.
2. Модели с дискретным изменением состояний – используется метод «особых состояний». «Особым состоянием» считается появление метки события в окне текущего времени.

Алгоритм пересчета системного времени по методу «особых состояний».

1. Перемещать ленту фреймов влево до тех пор, пока в окне текущего времени появится следующий непустой квант.
2. Установить значение системного времени равным номеру этого кванта.

Метод особых состояний требует меньших затрат компьютерного времени на отслеживание событий и корректировку часов модельного времени.

Рисунок 4 иллюстрирует два метода пересчета модельного времени.

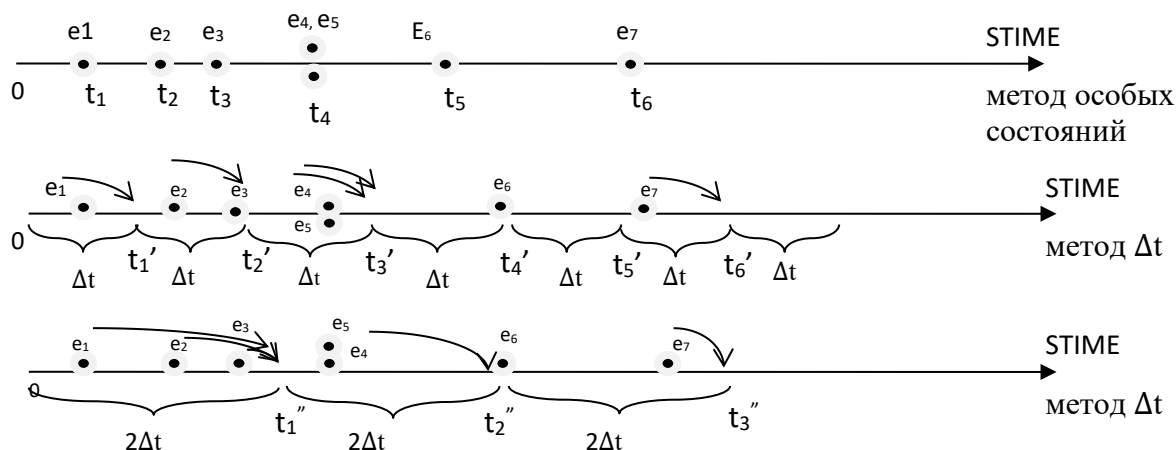


Рисунок 4 – Два метода пересчета системного времени

По оси времени отложена одна и та же последовательность событий e_i , стрелки указывают на точки, в которых происходит приращение времени на один квант и моменты наступления очередных событий.

При использовании метода «особых состояний» последовательность значений системного времени определяется:

$$STIME = te_1 = t_1$$

$$STIME = te_2 = t_2$$

$$STIME = te_3 = t_3$$

$$STIME = te_4 = te_5 = t_4$$

$$STIME = te_6 = t_5, \dots$$

Эти моменты времени в точности соответствуют моментам наступления событий e_i . Обработка событий выполняется последовательно, значение системного времени каждый раз смещается вперед на момент следующего события, каждое из которых обрабатывается по очереди.

При использовании метода квантования значения системного времени никак не связаны с моментами появления событий e_i . Обработка событий выполняется по группам, пакетам или множествам событий. Все события, наступившие до очередного приращения кванта системного времени, обрабатываются в один и тот же момент времени, соответствующий верхней границе кванта. Пусть задан некоторый момент системного времени $STIME = t_k'$, тогда обработка всех событий, наступивших в моменты t_p, t_q, \dots, t_r , такие что

$$t_{k-1}' \leq t_p, t_q, \dots, t_r \leq t_k',$$

производится в момент t_k' . Это снижает точность моделирования по сравнению с методом «особых состояний».

При увеличении размера кванта, например, в 2 раза, точность моделирования уменьшается, т.к. большее количество событий будет обрабатываться в момент времени, соответствующей верхней границе кванта.

Большинство систем моделирования используют для пересчета времени метод «особых состояний».

4 Проблема одновременности событий

Несколько меток событий могут появиться в одном и том же фрейме ленты. Порядок выполнения активностей, соответствующих этим меткам, определяется приоритетами событий. Чем выше приоритет, тем раньше будет выполнена активность. Если несколько меток событий имеют одинаковый приоритет, порядок выполнения соответствующих активностей определяется порядком записи меток событий во фрейм в компьютерном времени.

5 Единица модельного времени. Шкала модельного времени. Таймер

Единица модельного времени – это абстракция, номер кванта на ленте фреймов. Единица модельного времени определяется как эквивалент единице реального времени.

Шкала модельного времени – это упорядоченная совокупность единиц размерности времени (частей шкалы), например, сутки : часы : минуты или мин : сек : мсек : мксек.

Шкала модельного времени определяется длиной шкалы, т.е. количеством используемых единиц размерности, и модулями пересчета из одной размерности в другую.

Таймер – это объект системы моделирования, используемый в роли часов модельного времени. Показания таймера – моменты времени, в которые возможны изменения состояния моделируемой системы. Каждый таймер имеет свою собственную шкалу. Стрелки таймера можно переводить (Рисунок 5). При переводе стрелок таймера вперед часть меток событий оказывается в прошлом и теряется. При переводе стрелок таймера назад метки событий перемещаются в будущее.

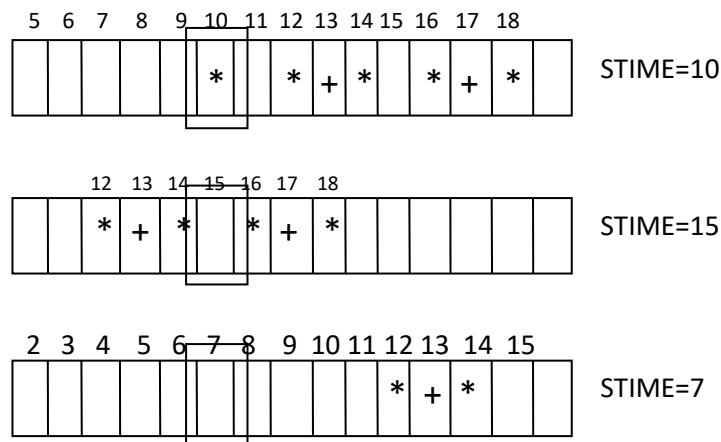


Рисунок 5 – Перевод стрелок таймера

6 Модели с непрерывным изменением состояния

Для моделирования систем с непрерывным изменением состояния используются модели системной динамики.

Определение. Под термином *модели системной динамики* будем понимать описание динамики реальной системы на основе потоковых диаграмм (рис. 1.1).

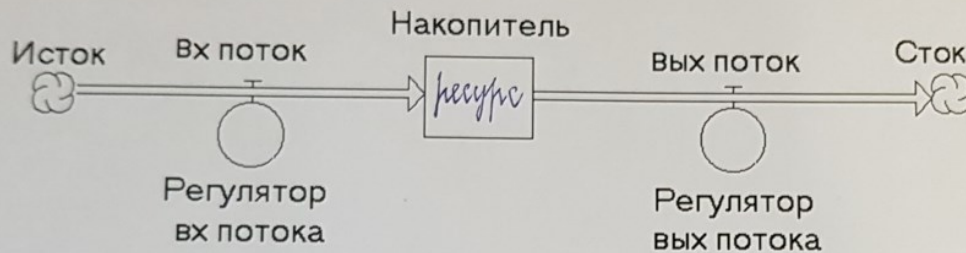


Рис. 1.1. Пример простейшей модели системной динамики

Управление динамикой нетрудно представить себе в виде регуляторов потоков - «вентилей», с помощью которых можно регулировать темпы (скорости) «потоков» в сети.

Математической основой моделей системной динамики служат системы дифференциальных уравнений.

Своим возникновением модели системной динамики обязаны работам по системной динамике и имитационному моделированию в рамках проекта DINAMO, проделанным в начале 60-х годов в Массачусетском Технологическом Институте (Massachusetts Institute of Technology) [6]. В них также нашли воплощение идеи методологий структурного анализа и проектирования систем: SADT (продукт фирмы SofTech и Massachusetts Institute of Technology), Е. Иордана-Т. Де Марко, С. Гейна-Т. Карсона (известные как графические техники построения диаграмм потоков данных).

При непрерывной имитации переменные состояния ИС являются непрерывными функциями, «непрерывность» аппроксимируется путем дискретизации по времени значений переменной состояния с шагом dt , называемым *интервалом решений*. Вычисление значения переменной состояния осуществляется либо методом численного интегрирования, либо с помощью разностного уравнения:

- $s(t) = s(t - dt) + \int_0^t \frac{ds}{dt} dt$ - интегральное уравнение.
- $s(t) = s(t - dt) + v * dt$ - разностное уравнение.

При численном интегрировании dt принимается в качестве шага интегрирования. Значение переменной состояния вычисляется на каждом

dt , интерпретируя тем самым смену состояния ИС. В течение интервала решений состояние системы не изменяется. Точность вычислений зависит от порядка интегрирования и длительности интервала решений. Чем меньше интервал решений, тем точность вычислений выше, но скорость вычислений при этом замедляется. В качестве известных методов численного интегрирования можно привести метод Эйлера и метод Рунге-Кутты. Среди языков непрерывного имитационного моделирования наибольшую популярность завоевали DINAMO, ITHINK, STELLA, POWERSIM.

Преимущества моделей системной динамики:

- в отличие от дискретных ИС они лучше воспринимаются;
- не требуют априорного знания всех возможных состояний реальной системы;
- их достаточно легко строить.

Недостатки моделей системной динамики:

- необходимость вычислений значений всех переменных в модели на каждом интервале решений;
- структура модели статична, т.е. в процессе имитации не изменяется;
- понятие «объект», характерное для дискретных ИС отсутствует.

Математические основы моделей системной динамики

Графическому представлению модели системной динамики соответствует математическое описание в виде системы алгебраических уравнений:

- уравнения состояний;
- уравнения темпов; *скоростей*
- вспомогательные уравнения;
- дополнительные уравнения;
- уравнения начальных значений.

Уравнения состояний

Каждое уравнение этой группы характеризует текущее изменение во времени состояния накопителя в зависимости от темпов его входных и выходных потоков. Математической моделью такого изменения служит интегральное уравнение, которое в целях численного интегрирования в цифровых ЭВМ представляется в виде разностного уравнения.

Таким образом, каждому накопителю соответствует уравнение следующего вида (рис. 3.1):

$$s(t) = s(t - dt) + (v_{\text{вх}} - v_{\text{вых}}) * dt, \quad (3.1)$$

где $s(t)$ – текущий уровень накопителя s ; $s(t - dt)$ – предыдущий уровень накопителя s ; $v_{\text{вх}}$ – темп входного потока (или суммарный темп входных потоков, если у накопителя их несколько); $v_{\text{вых}}$ – темп выходного потока (или суммарный темп выходных потоков, если у накопителя их несколько); dt – приращение модельного времени.

Уравнения темпов (скоростей)

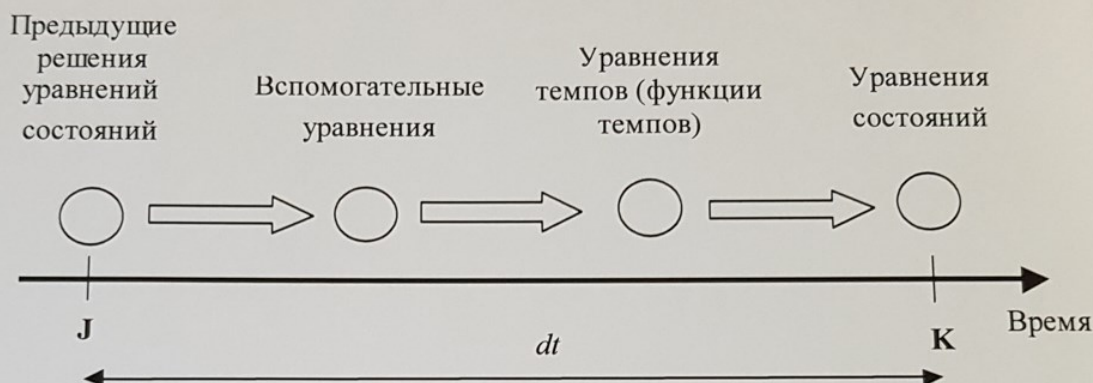
Уравнения темпов потоков записываются в форме функций, называемых функциями управления темпами потоков (формально этой функции на идеодиаграмме потока соответствует регулятор). Они представляют собой дифференциальные уравнения.

Общая запись уравнения темпа имеет вид:

$$v = \frac{ds}{dt} = f(s, t),$$

где v – темп входного или выходного потока накопителя s , а $f(s, t)$ – обсуждаемая функция темпа.

Порядок решения уравнений



Математической формой представления моделей системной динамики являются системы алгебраических уравнений. Основными типами уравнений в них являются уравнения состояний, уравнения темпов, вспомогательные уравнения, дополнительные уравнения и уравнения начальных значений.

С помощью уравнений состояний вычисляют текущие значения накопителей.

Уравнения темпов формулируются для каждого регулятора потока и служат для вычисления «мгновенных» значений темпов. Взаимосвязь между накопителем и темпом потока осуществляется посредством функции темпа.

Вспомогательные уравнения упрощают формулировку функции темпа, делая ее более наглядной (понятной).

Дополнительные уравнения служат для определения переменных, которые не являются частью структуры моделируемой системы, но использующихся для отображения величин, представляющих интерес для понимания ее поведения.

Уравнения начальных значений используются для задания начальных значений накопителей.

Решение рассмотренных уравнений на интервале решений имеет строго определенный порядок. Точность результатов вычислений зависит от длительности интервала решений и метода численного интегрирования. Запись уравнений может проводиться в алгебраической, табличной и графической формах, которые семантически эквивалентны.