МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева» (Самарский университет)»

Е.В. СИМОНОВА

МОДЕЛИ ИНФОРМАЦИОННЫХ ПОТОКОВ В СИСТЕМАХ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Самара 2022

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева»
(Самарский университет)

Е.В. СИМОНОВА

МОДЕЛИ ИНФОРМАЦИОННЫХ ПОТОКОВ В СИСТЕМАХ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Рекомендовано редакционно-издательским советом федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева» в качестве методических указаний по курсу «Моделирование информационно-вычислительных систем» для направления «Информатика и вычислительная техника»

С А М А Р А
Издательство Самарского университета
2022

УДК 519.876.5

ББК 22.18я73
С 375

Симонова, Елена Витальевна

Рецензент: канд. техн. наук, доц. Л.С. З е л е н к о

С 375 **Модели информационных потоков в системах моделирования**: метод. указания / Е. *В.Симонова.* – Самара: Изд-во Самарского университета, 2022. – 26 с. : ил.

ISBN

Методические указания содержат достаточно подробное описание методов моделирования потоков однородных событий с ограниченным последействием и без последействия, стационарных и нестационарных потоков, неординарных и неоднородных потоков событий. Даны рекомендации по организации процесса моделирования информационных потоков различных типов.

Методические указания предназначены для студентов направления 09.03.01 – «Информатика и вычислительная техника».

Подготовлены на кафедре информационных систем и технологий.

УДК 519.876.5
ББК 22.18я73

ISBN

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

В методических указаниях описаны методы моделирования потоков однородных событий с ограниченным последействием и без последействия, стационарных и нестационарных потоков, неординарных и неоднородных потоков событий. Приводятся контрольные вопросы, а также индивидуальные задания для выполнения лабораторной работы.

Методические указания предназначены для студентов, обучающихся по направлению 09.03.01 – Информатика и вычислительная техника.

Содержание методических указаний соответствует разделам рабочей программы по дисциплине «Моделирование информационно-вычислительных систем» федерального компонента ГОС подготовки бакалавров по направлению 09.03.01 – Информатика и вычислительная техника.

ВВЕДЕНИЕ

Цель лабораторной работы – изучение методов моделирования потоков случайных величин, развивающихся во времени, получение навыков разработки программ формирования информационных потоков на основании реализаций случайных величин с заданными законами распределения вероятностей, а также практическое освоение статистических методов контроля качества полученных результатов моделирования.

1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Для сложных систем самого различного назначения характерно изменение их состояний в произвольные, заранее непредсказуемые случайные моменты времени. Например, для систем массового обслуживания, если под состоянием подразумевать количество обслуженных к моменту времени t запросов, изменение состояния произойдет в некоторый момент $(t + \tau)$, причем τ – интервал времени между двумя запросами – величина случайная. Переход системы из состояния в состояние обычно связывают с некоторым событием (в данном примере – с появлением запроса в системе). В том случае, когда последовательность подобных переходов – событий определяется лишь временным течением процесса функционирования системы, т.е. события никак не отличаются одно от другого, – мы говорим о математической модели потока однородных событий.

Поток однородных событий определяется, как уже было отмечено, лишь последовательностью моментов времени наступления событий $\{t_1, t_2, t_3, \ldots\}$ (рис. 1).

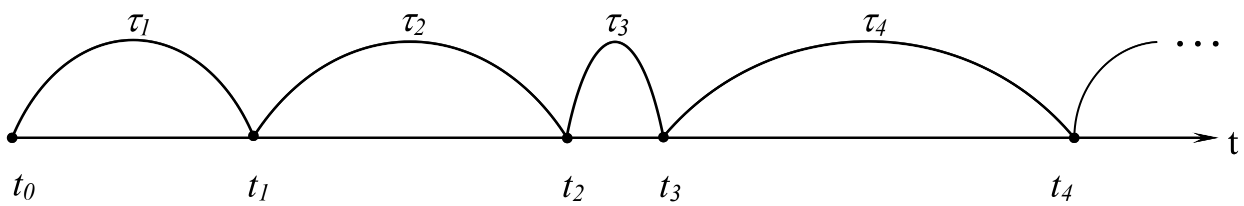

Рис. 1. Поток однородных событий

t_0 – момент начала функционирования системы.

Величины $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \ldots$, отделяющие моменты времени наступления двух «соседних» событий, следует рассматривать как случайные. Причем, для весьма широкого класса потоков однородных событий – потоков Пальма [1] $\tau_2, \tau_3, \tau_4, \ldots$ можно рассматривать как независимые реализации одномерной случайной величины τ с плотностью вероятностей $f(\tau)$. Величина же τ_1 при этом расценивается как независимая от остальных реализация случайной величины с законом распределения

$$f_1(\tau) = \Lambda\left[1 - \int_0^{\tau} f(u)\,du\right]; \tag{1}$$

(Формула Пальма [1])

$$\Lambda = \left[\int_0^{\infty} \tau f(\tau)\,d\tau\right]^{-1}. \tag{2}$$

Собственно, приведенные основные соображения уже позволяют легко формировать реализации потоков событий; для этого нужно разыграть величину τ_1 с законом распределения $f_1(\tau)$(см. лабораторную работу №1), а затем, последовательно обращаясь к датчику случайных чисел, формировать реализации $\tau_2, \tau_3, \ldots$ случайной величины τ с законом распределения вероятностей $f(\tau)$. Суммирование получаемых реализаций позволит определить и моменты наступления событий в системе:

$t_k = t_{k-1} + \tau_k; \qquad k = 1, 2, 3, \ldots$

В качестве законов распределения $f(\tau)$ могут использоваться самые различные:

1) экспоненциальный,
2) распределение Эрланга,
3) равномерное распределение,
4) усеченно-нормальное распределение и т.п.

Для экспоненциального закона $f(\tau) = \lambda e^{-\lambda\tau}, \quad \lambda > 0, \quad \tau \geq 0$ оказывается характерным, что

$f_1(\tau) = f(\tau),$

в чем нетрудно убедиться, используя выражения (1) и (2).

Этот случай соответствует п р о с т е й ш е м у п о т о к у с о б ы т и й (или потоку Пуассона). Для такого потока число событий (k), наступивших на интервале времени $[0, t]$ – дискретная случайная величина, определяемая законом распределения Пуассона

$$P\{k\} = \frac{a^k}{k!} e^{-a}; \qquad k = 0, 1, 2, \ldots \tag{3}$$

с параметром $a = \lambda t,$

λ – интенсивность (или параметр) потока ($\lambda > 0$).

Формула (3) подсказывает и второй возможный путь цифровой реализации простейшего потока, – формирование дискретной случайной величины с законом распределения (3). (Приемы моделирования подобных величин рассматривались в лабораторной работе №1). Следует, однако, помнить, что при таком способе моделирования потока разыгрывается лишь общее число событий на интервале $[0, t]$, а не каждое отдельное событие.

Формула (3) может быть распространена и на случай интервала времени $[t_1, t_2]$:

$$P\{k\} = \frac{[\lambda(t_2 - t_1)]^k}{k!} e^{-\lambda(t_2 - t_1)}; \qquad \lambda > 0.$$

При этом k – число событий, наступивших на интервале времени $[t_1, t_2]$.

Распределения Эрланга, равномерное, нормальное и т.п., подробно описаны в работе [1].

Формально моделирование подобных потоков однородных событий мало чем отличается от моделирования случайных величин. Это обусловлено независимостью реализаций $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \ldots,$ что свидетельствует об о г р а н и ч е н н о м п о с л е д с т в и и потока. Следует лишь заметить, что нередко моделирование случайных величин, определяющих поток событий в системе, проводится с использованием специальных методов. Так, например, применительно к распределению Эрланга воспользоваться методом нелинейного преобразования, обратного функции распределения (см. лабораторную работу №1) не удается, ввиду сложности вычисления обратной функции. Поэтому при моделировании случайных величин, распределенных по закону Эрланга, используют то обстоятельство, что этому закону распределения подчиняется сумма k случайных величин:

$$\sum_{i=1}^{k} \tau_i = \tau_э \ , \tag{4}$$

независимых друг от друга и распределенных по экспоненциальному закону с параметром λ. В этом случае $\tau_э$ распределена по закону Эрланга k-го порядка с плотностью вероятности

$$f(\tau_э) = \lambda \frac{(\lambda \tau_э)^{n-1}}{(k-1)!} e^{-\lambda \tau_э} \ ;$$

Если величины τ_i в выражении (4) распределены экспоненциально, каждая со своим параметром λ_i, их сумма подчиняется обобщенному закону Эрланга с плотностью вероятности

$$f(\tau_э) = \left[\prod_{i=1}^{k} \lambda_i\right] \sum_{i=1}^{k} \frac{e^{-\lambda_i \tau_э}}{\prod\limits_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{k} (\lambda_j - \lambda_i)} \ ;$$

Собственно, соотношение (4) и определяет алгоритм моделирования случайной величины, распределенной по закону Эрланга. Это лишь один из примеров, когда для моделирования случайной величины приходится использовать специальные методы.

Нередко потоки событий в системах отличаются нестационарностью – случай, когда параметр λ оказывается зависящим от времени $\lambda(t)$. В качестве примера нестационарного потока рассмотрим поток Пуассона с переменным параметром, для которого интегральная функция распределения величины τ, отделяющей моменты наступления двух «соседних» событий (см. рис. 1), определяется выражением

$$P(\tau < u) = F(u, t) = 1 - e^{-\Lambda(t, u)} \ ;$$

$$\Lambda(t, u) = \int_{t}^{t+u} \lambda(t)\, dt \ ; \tag{5}$$

Плотность вероятности величины τ определяется как производная от $F(u, t)$:

$$f(u, t) = \frac{dF(u, t)}{du} = \frac{d\Lambda(t, u)}{du} e^{-\Lambda(t, u)}. \tag{6}$$

Функция плотности вероятности первого интервала τ определяется из выражения (6), если положить $t = t_0 = 0$:

$$f_1(u, 0) = \frac{d\Lambda(0, u)}{du} e^{-\Lambda(0, u)}.$$

Для получения реализаций $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \ldots,$ воспользуемся методом нелинейного преобразования, обратного функции распределения, описанным в лабораторной работе №1. В соответствии с этим методом τ_i определяется из соотношения

$$\int_0^{\tau_i} f(u,t)\,du = R_i\,,$$

где R_i – i-я реализация случайной величины, равномерно распределенной в интервале $[0,\ 1]$.

Подставляя сюда выражение (6), получим:

$$\int_0^{\tau_i} e^{-\Lambda(t,\,u)} d\Lambda(t,u) = 1 - e^{-\Lambda(t,\,\tau_i)} = R_i\ ;$$

$$\Lambda(t,\tau_i) = -ln(1-R_i) = -ln(R_i)\,. \qquad (7)$$

(Переход от $(1 - R_i)$ к R_i уже использовался, он обусловлен тем, что $(1 - R_i)$ и R_i распределены одинаково).

Соотношение (7) следует рассматривать как уравнение относительно τ_i. Решив его, мы определим интервалы τ_i между событиями нестационарного потока.

Если предположить $\lambda(t) = at + b$, из выражения (5) получим:

$$\Lambda(t,u) = \frac{au^2}{2} - (at - b)\ , \qquad (8)$$

а после подстановки в выражение (7) определим уравнение

$$\frac{a\tau_i^2}{2} + \tau_i(at + b) = -ln\ R_i\ , \qquad (9)$$

которое необходимо разрешить относительно τ_i.

При $i = 1$ и $t = 0$

$$\tau_1 = -\frac{b}{a} + \frac{\sqrt{b^2 - 2a\,ln\ R_1}}{a}.$$

Для второй реализации $i = 2$ и $t = \tau_1$,

$$\tau_2 = -\frac{a\tau_1 + b}{a} + \frac{\sqrt{(a\tau_1 + b)^2 - 2a\,ln\ R_2}}{a} \qquad \text{и т.д.}$$

В общем случае для розыгрыша i-й реализации величины τ необходимо в выражении (9) положить

$$t = \sum_{k=1}^{i-1} \tau_k\ ,$$

что приводит к определению τ_i:

$$\tau_i = -\frac{1}{a}\left(a\sum_{k=1}^{i-1}\tau_k + b\right) + \frac{1}{a}\sqrt{\left(a\sum_{k=1}^{i-1}\tau_k + b\right)^2 - 2a\,ln\ R_i}\,;$$

$i = 1, 2, 3, \ldots$

Последнее соотношение и определяет алгоритм моделирования нестационарного потока событий для рассматриваемого частного случая.

Схема алгоритма моделирования подобного потока представлена на рис. 2.

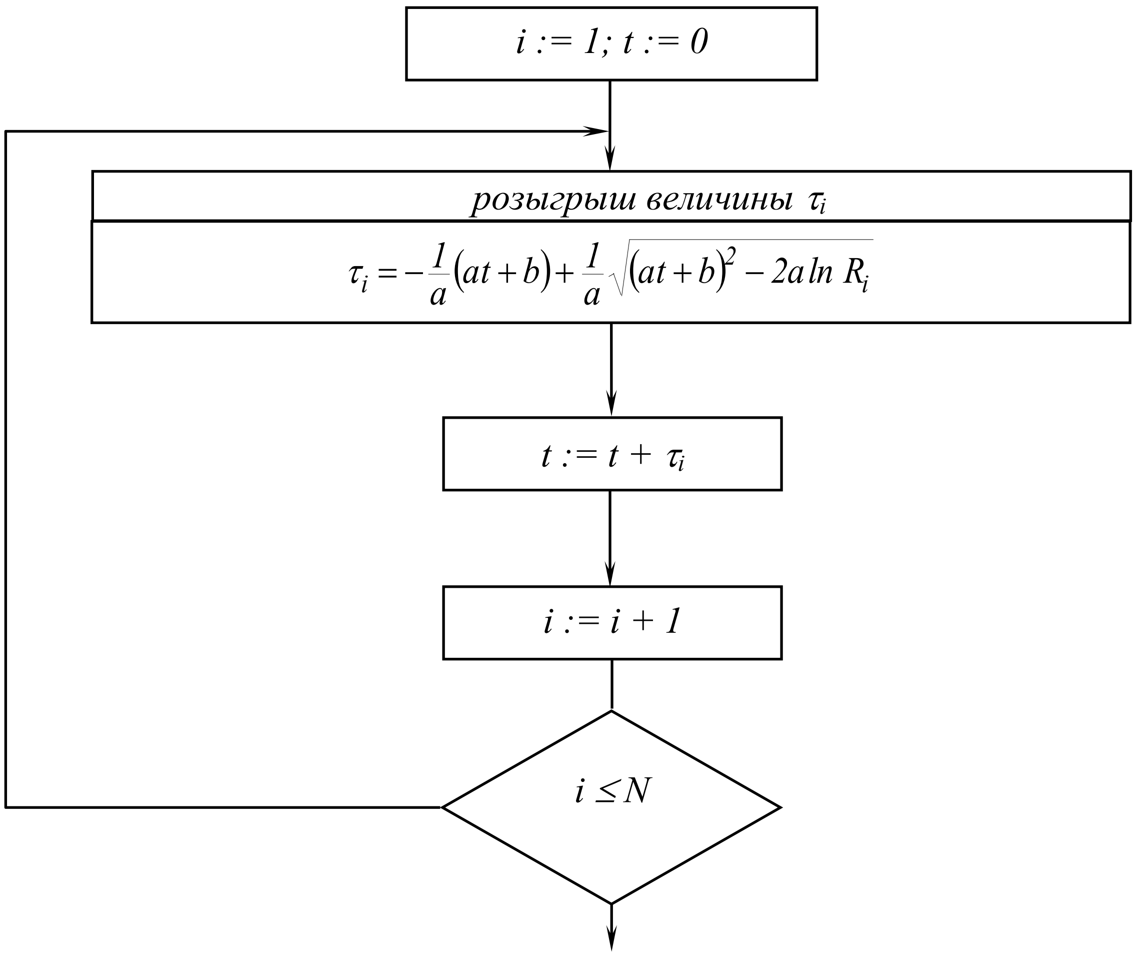

Рис. 2. Схема алгоритма моделирования нестационарного потока

Здесь N – количество событий в потоке (задается в задании на моделирование). В более сложных ситуациях, когда предположение о линейной зависимости λ от времени неоправданно, решение уравнения (7) относительно τ_i может быть связано с серьезными трудностями. В таких случаях нестационарные потоки моделируются с использованием специальных приемов.

Рассмотренные потоки событий однородны. В качестве примера моделирования неоднородного потока рассмотрим такой поток, в котором в моменты τ_i $(i = 1, 2, 3, ...)$ может появиться одно из нескольких событий $E_k;\ k=\overline{1, K}$. Причем, события несовместны и образуют полную группу

$$\sum_{k=1}^{K} P(E_k) = 1.$$

Подобный поток моделируется как обычный однородный, т.е. последовательно разыгрываются моменты появления t_i очередного события, но в дополнение к этому для каждого t_i методом моделирования определяется, какое из событий E_k произошло в момент t_i. Это осуществляется путем моделирования дискретной случайной величины x с ограниченным спектром значений:

$$x = \begin{Bmatrix} x^{(0)} := E_1, x^{(1)} := E_2, ..., x^{(K-1)} := E_K \\ P_0 = P(E_1), P_1 = P(E_2), ..., P_{K-1} = P(E_K) \end{Bmatrix}.$$

Аналогично моделируются некоторые разновидности неординарных потоков, когда в моменты t_i может наступать не одно, а несколько событий (группа событий). Если в только что приведенном примере положить, что событие E_1 заключается в наступлении одного события E в момент t_i,
E_2 – в одновременном наступлении 2-х однородных событий E в момент t_i,
E_3 – 3-х однородных событий E в момент t_i и т.д.,

то описанный выше прием позволит провести моделирование неординарного потока однородных событий [2].

Если число наступающих событий является случайной величиной, независимой от t_i, достаточно задать вероятность p_k того, что в произвольный момент t_i наступает k событий. Количество событий моделируется с помощью дискретной случайной величины с ограниченным спектром значений.

$$X = \begin{pmatrix} x_0=0 & \ldots & x_k=k \\ p_0=p(\text{число событий в момент } t_i=0) & \ldots & p_k=p(\text{число событий в момент } t_i=k) \end{pmatrix}$$

2 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Процесс выполнения лабораторно-расчетной работы можно условно разделить на четыре следующих этапа:

1. Ознакомительный
2. Расчетный
3. Лабораторный
4. Этап оформления отчета.

На первом этапе студенту, выполняющему работу, необходимо ознакомиться с теоретическими вопросами моделирования потоков случайных величин.

Второй этап начинается с получения задания на моделирование (раздел 4 настоящего пособия). Для полученного задания разрабатывается алгоритм моделирования и обработки результатов моделирования.

На лабораторном (третьем) этапе выполняется программа моделирования

Четвертый этап заключается в оформлении отчета.

3 ОФОРМЛЕНИЕОТЧЕТА

Отчет начинается с названия лабораторной работы и содержит следующие разделы:

1. Задание на моделирование.
2. Описание метода моделирования информационного потока.
3. Листинг программы моделирования.
4. Результаты моделирования с необходимыми пояснениями к ним и выводы по работе.

4 ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Задание 1

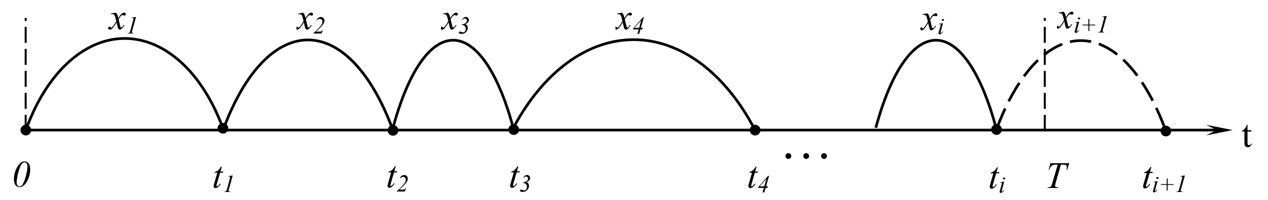

Рис. 3. Структура информационного потока

На интервале времени *(0, T)* (рис. 3) в моменты t_k $(k = 1, 2, ..., i)$ в вычислительную систему поступают некоторые порции информации для дальнейшей обработки. Причем промежутки времени $x_k = t_k - t_{k-1}$ являются независимыми реализациями случайной величины X, распределенной экспоненциально:

$$f(\tau) = ae^{-ax};\ a > 0,\ x \geq 0. \qquad (10)$$

Получить последовательность из $N = 1000$ моментов наступления событий. Вывести значения интервалов времени между наступлениями событий и моменты времени наступления событий.

Значение *a* определяется номером варианта в таблице.

№ варианта	1	2	3	4	5
$a(c^{-1})$	0,1	0,2	0,3	0,1	0,1
$T(c)$	100	50	50	90	80

Задание 2

Некоторое устройство может находиться в двух состояниях: «устранение неисправностей» (УН) и «исправная работа» (ИР), чередующихся во времени так, как показано на временной диаграмме (рис. 4).

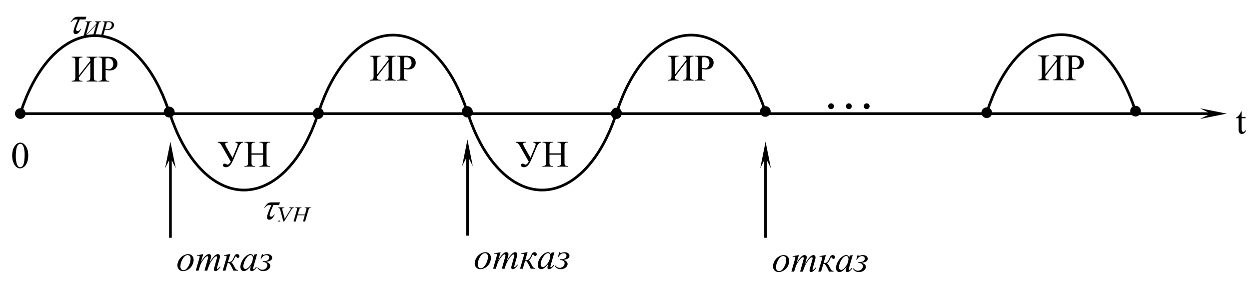

Рис. 4. Временная диаграмма

Длительность состояния исправной работы – $\tau_{ИР}$ – величина случайная, распределенная экспоненциально (см. (10)).

Длительность состояния «устранение неисправностей» – $\tau_{УН}$ – величина случайная, равномерно распределенная в интервале $[T_0, T_1]$.

Путем моделирования определить, с какой вероятностью в момент времени t устройство будет находиться в состоянии исправной работы. Вероятность нахождения устройства в состоянии исправной работы определяется как отношение суммы интервалов времени исправной работы к общему времени моделирования, которое складывается из интервалов исправной работы и интервалов устранения неисправностей.

Вывести значения интервалов времени между наступлениями событий и моменты времени наступления событий. Событиями являются отказ и устранение неисправности.

Оценку вероятности провести по $K = 10$ статистическим испытаниям, в каждом из которых смоделировать $N = 1000$ событий отказа и устранения неисправностей. Исходные данные приведены в таблице.

№ варианта	1	2	3	4	5
a	0,1	0,2	0,3	0,1	0,1
t	50	20	10	30	40
T_0	1	1	0	1	0,5
T_1	2	2	1	1,5	1,5

З а д а н и е 3

Получить последовательность из $N = 1000$ событий, образующих поток Эрланга k-го порядка, параметры распределения указаны в таблице.

№ варианта	1	2	3	4	5
k	2	3	4	5	6
λ	0,1	0,2	0,1	0,2	0,1

Вывести значения интервалов времени между наступлениями событий и моменты времени наступления событий.

З а д а н и е 4

Интервалы времени τ между поступлениями изделий с выхода поточной линии распределены равномерно:

$$f(\tau) = \frac{1}{T_1 - T_0}; \qquad T_0 < \tau < T_1;$$

$\tau = t_i - t_{i-1}.$

Из готовых изделий формируются партии (по 10 штук в партии) и отправляются на склад. Путем моделирования определить, за какое время на складе получат 20 партий готовых изделий. Параметры распределения указаны в таблице.

№ варианта	1	2	3	4	5
T_0	1	1	1	0,5	0,5
T_1	2	3	4	2	3

Вывести значения интервалов времени между наступлениями событий и моменты времени наступления событий.

Задание 5

Получить последовательность из $N = 1000$ событий, образующих обобщенный поток Эрланга 2-го порядка. При моделировании пренебречь отличием распределений f_1 и f (считать, что τ_1 распределена так же, как и остальные величины – $\tau_2, \tau_3, \ldots$).

Таблица 5

№ варианта	1	2	3	4	5
λ_1	0,1	0,1	0,1	1	2
λ_2	0,2	0,3	0,05	2	3

Вывести значения интервалов времени между наступлениями событий и моменты времени наступления событий. Параметры распределения указаны в таблице.

Задание 6

Сборка готового изделия на конвейере насчитывает 50 последовательно выполняемых операций. Длительность каждой операции τ распределена по нормальному закону.

Методами моделирования определить среднее количество изделий, собираемых за смену ($T_{см}$). Параметры распределения указаны в таблице.

Вывести значения интервалов времени между наступлениями событий и моменты времени наступления событий.

№ варианта	1	2	3	4	5
m	1	2	3	4	5
σ	1	1	1	2	2
$T_{см}$	250	500	200	400	1000

Задание 7

Получить последовательность из $N = 1000$ событий, образующих информационный поток, в котором интервалы времени τ между событиями образуются суммированием 2-х слагаемых: $\tau = T + \Delta$ – детерминированной компоненты T и случайной составляющей Δ, распределенной по экспоненциальному закону с параметром λ (поток с регулярной составляющей). Параметры распределения указаны в таблице.

№ варианта	1	2	3	4	5
T	1	2	3	4	5
λ	0,1	0,2	0,3	1	2

Вывести значения интервалов времени между наступлениями событий и моменты времени наступления событий.

Задание 8

Получить последовательность из $N = 1000$ событий, образующих нестационарный информационный поток Пуассона, в котором интенсивность λ прямо пропорциональна времени:
$\lambda = \lambda(t) = at + b$

Параметры распределения указаны в таблице.

№ варианта	1	2	3	4	5
a	1	2	0,5	1	0,3
b	0	0	1	1	2

Вывести значения интервалов времени между наступлениями событий и моменты времени наступления событий.

Задание 9

Получить последовательность из $N = 1000$ неоднородных событий, образующих поток, в котором интервалы времени τ между событиями распределены равномерно $(T_0 \le \tau < T_1)$, а в каждый из моментов $t_i = t_{i-1} + \tau$ может наступить одно из событий $E_k(t_i)$; $k = 1, 2, 3$ с вероятностями P_k.
Параметры распределения указаны в таблице.

№ варианта	1	2	3	4	5
T_0	1	2	1	1	1
T_1	2	3	3	4	5
P_1	0,3	0,5	0,1	0,8	0,1
P_2	0,4	0,1	0,3	0,1	0,2
P_3	0,3	0,4	0,6	0,1	0,7

Вывести значения интервалов времени между наступлениями событий и моменты времени наступления событий с указанием типа события.

Задание 10

В вычислительную систему коллективного пользования (ВСКП) поступает поток заявок на расчеты, который является суммарным, состоящим из двух потоков: простейшего (с параметром λ) и регулярного, в котором интервалы времени между заявками – постоянные величины (T_0) (рис. 5).

Определить, сколько в среднем заявок поступает в ВСКП за время t.

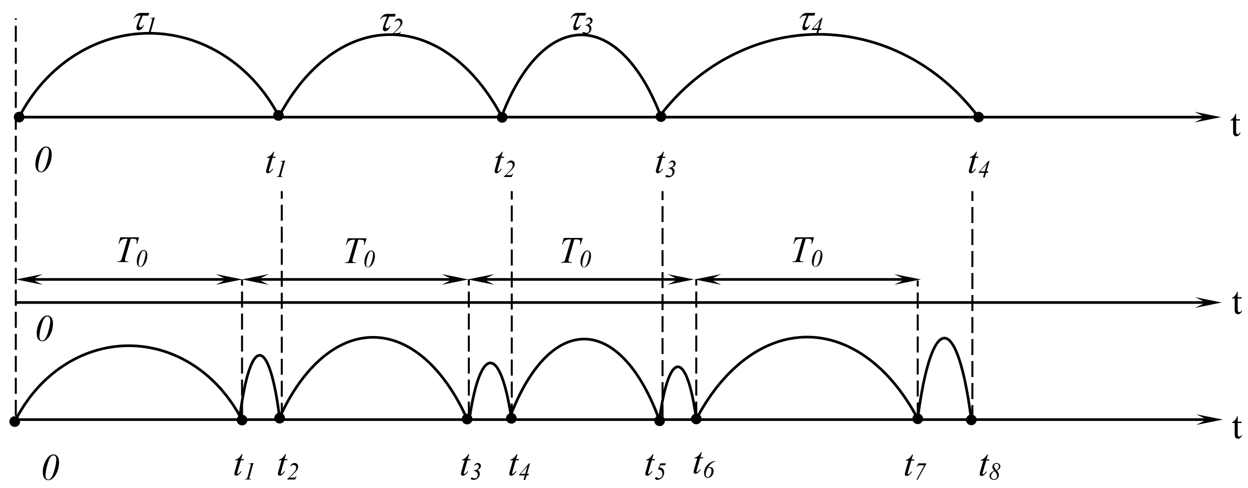

Рис. 5. Структура суммарного информационного потока

Указание: моделирование провести по $K = 10$ статистическим испытаниям (10 независимых реализаций суммарного потока, включающего $N = 1000$ событий).
Параметры распределения приведены в таблице.

№ варианта	1	2	3	4	5
T_0	1	2	3	4	5
λ	0,1	1	2	0,5	4
t	50	50	30	40	50

Вывести значения интервалов времени между наступлениями событий и моменты времени наступления событий.

Задание 11

Получить последовательность из $N = 1000$ событий, образующих неординарный поток, в котором интервалы времени τ между моментами t_i наступления событий распределены экспоненциально (с параметром λ), а в каждый из моментов t_i может наступить либо одно событие $K = 1$ с вероятностью P_1, либо два (одновременно) – $K = 2$ с вероятностью P_2, либо три – $K = 3$ с вероятностью P_3.

Параметры распределения приведены в таблице.

№ варианта	1	2	3	4	5
P_1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
P_2	0,1	0,5	0,2	0,3	0,4
P_3	0,8	0,3	0,5	0,3	0,1
λ	1	2	0,3	0,4	4

Вывести значения интервалов времени между наступлениями событий и моменты времени наступления событий с указанием количества наступивших событий.

Задание 12

Получить последовательность из $N = 1000$ событий, образующих информационный поток, в котором распределение интервалов времени между поступлениями заявок характеризуется следующими экспериментальными данными: в α% случаев величина интервала заключена в пределах от 0 до 10 с; в β% – от 10 до 30 с; в γ% – от 30 до 60 с. Параметры распределения приведены в таблице.

N варианта	Значения параметров		
	α,%	**β,%**	**γ,%**
1	95	4	1
2	80	15	5
3	60	30	10
4	30	60	10
5	40	30	30

Вывести значения интервалов времени между наступлениями событий и моменты времени наступления событий.

Задание 13

Получить последовательность из $N = 1000$ событий, образующих информационный поток, в котором интервалы времени между поступлениями заявок имеют распределение $X = q(1+Z)$, где Z имеет геометрическое распределение с параметром (“вероятностью успеха”) р. Определить, сколько в среднем заявок поступает в систему за время t. Параметры распределения приведены в таблице.

N варианта	Значения параметров		
	p	**q, c**	**t, c**
1	0.25	0.04	50
2	0.27	0.05	40
3	0.33	0.25	30
4	0.50	0.40	100
5	0.75	0.55	200

Вывести значения интервалов времени между наступлениями событий и моменты времени наступления событий.

Задание 14

Получить последовательность из $N = 1000$ событий, образующих информационный поток. В систему поступает поток заявок, который является суммарным, состоящим из двух потоков, в каждом их которых интервалы времени между поступлениями заявок распределены равномерно на отрезках $[0,\alpha]$ и $[1,\beta]$ соответственно (рис. 5). Определить, сколько в среднем заявок поступает в систему за время t.

N варианта	Значения параметров		
	α, с	**β, с**	**t, с**
1	1.4	5	120
2	4	10	90
3	6	9	240
4	8	21	300
5	10	30	360

Вывести значения интервалов времени между наступлениями событий и моменты времени наступления событий.

Задание 15

Получить последовательность из $N = 1000$ событий, образующих информационный поток, в котором интервалы времени между поступлениями заявок имеют распределение $X = Z + q/2$, где величина Z распределена по экспоненциальному закону с параметром λ. Определить, сколько в среднем заявок поступает в систему за время t.

N варианта	Значения параметров		
	λ, с$^{-1}$	**q, с**	**t, с**
1	0.80	0.30	30
2	0.40	0.60	90
3	0.25	0.90	90
4	0.125	1.80	120
5	0.05	4.50	120

Вывести значения интервалов времени между наступлениями событий и моменты времени наступления событий.

Задание 16

Получить последовательность из $N = 1000$ событий, образующих информационный поток, в котором интервалы времени между поступлениями заявок имеют распределение $X = Z + q$, где величина Z равномерно распределена на отрезке [α,β]. Определить, сколько в среднем заявок поступает в систему за время t.

N варианта	Значения параметров			
	α, с	**β, с**	**q, с**	**t, с**
1	10	70	16.50	600
2	4	56	7	600
3	2	38	5.50	600
4	0.16	1	45	300
5	0.50	1.50	11.50	300

Вывести значения интервалов времени между наступлениями событий и моменты времени наступления событий.

<u>Задание 17</u>

Получить последовательность из $N = 1000$ событий, образующих информационный поток. В систему поступает поток заявок, который является суммарным, состоящим из двух потоков: простейшего с параметром λ и равномерного, в котором интервалы времени между поступлениями заявок распределены равномерно на отрезке [$1,\alpha$] (рис. 5). Определить, сколько в среднем заявок поступает в систему за время t.

N варианта	Значения параметров		
	λ, $с^{-1}$	**α, с**	**t, с**
1	0.125	11	300
2	0.2	7	300
3	0.25	6.5	600
4	1	10	600
5	1.25	20	600

Вывести значения интервалов времени между наступлениями событий и моменты времени наступления событий.

<u>Задание 18</u>

Система может находиться в двух состояниях “устранение неисправностей” и “исправная работа”, чередующихся во времени (рис. 4). Длительность состояния исправной работы – величина случайная, распределенная экспоненциально с параметром λ. Длительность состояния устранения неисправностей – усеченно-нормальная случайная величина с параметрами (m,σ^2), принимающая значения, большие K. Определить коэффициент готовности системы (т.е. отношение длительности исправной работы к общему времени моделирования) на основании $K = 10$ статистических испытаний длительностью 600 с каждое.

N варианта	Значения параметров			
	λ, с$^{-1}$	**к, с**	**m**	**σ^2**
1	0.1	0.1	0.5	1
2	0.2	0.2	0.3	0.04
3	0.3	0.5	2.5	1
4	0.1	1	10	3
5	0.2	0.5	2.5	1

Вывести значения интервалов времени между наступлениями событий и моменты времени наступления событий.

Задание 19

Получить последовательность из *N* = *1000* событий, образующих информационный поток, в котором интервалы времени между поступлениями заявок распределены по закону Релея с параметром *a*. Определить среднее количество заявок, поступающих в систему каждые 5 мин.

N варианта	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Значение а	0.5	1	2	3	4

Вывести значения интервалов времени между наступлениями событий и моменты времени наступления событий.

Задание 20

Получить последовательность из *N* = *1000* событий, образующих информационный поток, в котором интервалы времени между поступлениями заявок распределены по закону Коши с параметрами *a*, *b*. Определить среднее количество заявок, поступающих в систему каждые 2 мин.

N варианта	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Значения а	0	0	1	2	3
Значения b	1	2	1	2	1

Вывести значения интервалов времени между наступлениями событий и моменты времени наступления событий.

Задание 21

Получить последовательность из $N = 1000$ событий, образующих информационный поток, в котором интервалы времени между поступлениями заявок являются реализациями дискретной случайной величины

$$X = \begin{pmatrix} x1 & x2 & x3 & x4 & x5 \\ p1 & p2 & p3 & p4 & p5 \end{pmatrix}, \text{ где}$$

$x1 = q$, $xi = x1 + (i\text{-}1)\Delta$, $pi = p1 - (i\text{-}1)\, p$, i=1,2,3,4,5,
параметр p определяется из условия нормировки. Определить среднюю продолжительность функционирования системы по $K=10$ статистическим испытаниям.

N варианта	Значения параметров		
	p1	**Δ, с**	**q, с**
1	0.22	11	7.5
2	0.26	8	5
3	0.30	5	3.8
4	0.34	7	5
5	0.38	2.5	1.5

Вывести значения интервалов времени между наступлениями событий и моменты времени наступления событий.

Задание 22

Получить последовательность из $N = 1000$ событий, образующих нестационарный информационный поток Пуассона, в котором интенсивность λ прямо пропорциональна времени: $\lambda = \lambda(t) = at$. Определить среднюю продолжительность функционирования системы по $K=10$ статистическим испытаниям.

N варианта	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Значение a	0.5	2	5	7.5	10

Вывести значения интервалов времени между наступлениями событий и моменты времени наступления событий.

Задание 23

Получить последовательность из $N = 1000$ событий, образующих информационный поток экспериментальных данных, в котором промежутки времени между поступлениями порций данных распределены по экспоненциальному закону с параметром λ, а объем одной порции информации может принимать с вероятностью *p1, p2, p3* одно из трех значений: 8 бит, 16 бит, 32 бита. Определить средний суммарный объем экспериментальных данных.

N варианта	Значения параметров			
	λ, с$^{-1}$	**p1**	**p2**	**p3**
1	0.5	0.33	0.33	0.33
2	1	0.1	0.6	0.3
3	0.25	0.4	0.2	0.4
4	2.5	0.2	0.7	0.1
5	5	0.5	0.1	0.4

Вывести значения интервалов времени между наступлениями событий и моменты времени наступления событий.

Задание 24

Получить последовательность из $N = 1000$ событий, образующих информационный поток. В систему поступает поток заявок, который является суммарным, состоящим из двух потоков: простейшего с параметром λ и усеченно-нормального с параметрами (m, σ^2), определенного на интервале $]0,\infty]$ (рис. 5). Определить, сколько в среднем заявок поступает в систему за время t.

N варианта	Значения параметров			
	λ, с$^{-1}$	**m**	**σ^2**	**t, с**
1	2	0	1	300
2	1	1	1	300
3	0.5	4	2	600
4	0.25	0.5	1	600
5	2.5	0	1	600

Вывести значения интервалов времени между наступлениями событий и моменты времени наступления событий.

Задание 25

Получить последовательность из $N = 1000$ событий, образующих информационный поток, в котором интервалы времени между поступлениями событий распределены по закону Вейбулла с параметрами λ, k. Определить среднее количество событий, поступающих в систему каждые 2 мин.

Вывести значения интервалов времени между наступлениями событий и моменты времени наступления событий.

Задание 26

Получить последовательность из $N = 1000$ событий, образующих информационный поток, в котором интервалы времени между поступлениями заявок имеют распределение $X = q(1+Z)$, где Z имеет распределение Паскаля с параметром (“вероятностью успеха”) p. Определить, сколько в среднем заявок поступает в систему за время t. Параметры распределения приведены в таблице.

N варианта	Значения параметров		
	p	**q, c**	**t, c**
1	0.25	0.04	50
2	0.27	0.05	40
3	0.33	0.25	30
4	0.50	0.40	100
5	0.75	0.55	200

Вывести значения интервалов времени между наступлениями событий и моменты времени наступления событий.

Задание 27

Получить последовательность из $N = 1000$ событий, образующих информационный поток, в котором интервалы времени между поступлениями заявок имеют распределение $X = q(1+Z)$, где Z имеет биномиальное распределение с параметром (“вероятностью успеха”) p. Определить, сколько в среднем заявок поступает в систему за время t. Параметры распределения приведены в таблице.

N варианта	Значения параметров		
	p	**q, c**	**t, c**
1	0.25	0.04	50
2	0.27	0.05	40
3	0.33	0.25	30
4	0.50	0.40	100
5	0.75	0.55	200

Вывести значения интервалов времени между наступлениями событий и моменты времени наступления событий.

Задание 28

Получить последовательность из $N = 1000$ событий, образующих нестационарный информационный поток Пуассона, в котором интенсивность λ определяется функцией нестационарности (определить самостоятельно). Определить среднюю продолжительность функционирования системы по $K=10$ статистическим испытаниям.

Вывести значения интервалов времени между наступлениями событий и моменты времени наступления событий.

5 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как связаны друг с другом величины $\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_k, \ldots$ в потоке Пальма?
2. Приведите схему алгоритма моделирования потоков Пальма.
3. Приведите схему алгоритма моделирования потоков Эрланга.
4. Как меняется интервал между двумя «соседними» событиями нестационарного потока:
   а) с возрастанием $\lambda(t)$?
   б) при уменьшении $\lambda(t)$?
5. Поясните принцип формирования реализаций потока неоднородных событий.
6. Как формируются реализации неординарных потоков?
7. Почему для простейшего потока Пуассона отсутствуют различия между распределениями f_1 и f?
8. Поясните принцип моделирования потока, являющегося суммой нескольких информационных потоков.
9. Интенсивность потока определяется формулой
   $\lambda(t) = at + b.$
   Каковы размерности величин λ, a, b?
10. Как распределены интервалы между событиями в простейшем потоке Пуассона?

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания «Модели информационных потоков в системах моделирования» посвящены рассмотрению методов и алгоритмов моделирования потоков случайных величин с заданными законами распределения вероятностей.

Методические указания содержат рекомендации по организации информационных потоков различных видов.

Логическим завершением методических указаний являются контрольные вопросы и индивидуальные задания для самостоятельной работы студентов.

Вопросы, имеющие практическое значение для студентов при выполнении лабораторной работы, освещены с необходимой для использования полнотой.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Е.В.Симонова. Моделирование случайных величин с заданными законами распределения вероятностей. – Методические указания к выполнению лабораторной работы. – Самара, 2022. 26 с.
2. Советов, Б. Я. Моделирование систем : учебник для академического бакалавриата / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев. — 7-е изд. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 343 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс).
3. Советов, Б. Я. Моделирование систем. Практикум : учебное пособие для бакалавров / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев. — 4-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2016. — 295 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс).

Учебное издание

Симонова Елена Витальевна

МОДЕЛИ ИНФОРМАЦИОННЫХ ПОТОКОВ В СИСТЕМАХ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Методические указания

Редактор
Компьютерная верстка

Подписано в печать . Формат 60х84 1/16.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Печ. л. .
Тираж экз. Заказ . Арт. С- / 2022

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С. П. КОРОЛЕВА»
(Самарский университет)

Изд-во Самарского университета.
443086 Самара, Московское шоссе, 34.