

第六章 习题

1、已知样本观测值为

15.8 24.2 14.5 17.4 13.2 20.8 19.9 19.1 21.0 18.5 16.4

22.6, 计算样本均值 \bar{X} 及样本方差 S^2 。

2、设总体 $X \sim N(40, 5^2)$

(1) 抽取容量为 36 的样本, 求样本均值 \bar{x} 在 38 与 43 之间的概率。

(2) 抽取样本容量多大时, 才能使 $P\{|\bar{x} - 40| < 1\}$ 达到 0.99。

3、设 X_1, X_2, \dots, X_{10} 为总体 $N(0, 0.3^2)$ 的一个样本, 求 $P\{\sum_{i=1}^{10} X_i^2 > 1.44\}$

4、设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 $\chi^2(n)$ 的样本, 求样本均值 \bar{X} 的期望及方差。

5、灯泡厂从某日生产的一批灯泡中抽取 10 个灯泡进行寿命试验, 得到灯泡寿命 (小时) 数据如下:

1050 1100 1080 1120 1200 1250 1040 1130 1300 1200

求该日生产的整批灯泡的平均寿命及寿命方差的无偏估计值。

6、设 X_1, X_2, \dots, X_n 为抽自二项分布 $B(m, p)$ 的样本, m 已知, 求 p 的矩估计和极大似然估计。

7、设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 $X \sim \pi(\lambda)$ 的样本, λ 未知 ($\lambda > 0$), 求 λ 的矩估计与极大似然估计。

8、设总体 X 的概率密度为

$$f(x, \theta) = \begin{cases} e^{-(x-\theta)} & x \geq \theta \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

其中 θ 未知, X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的样本。求 (1) θ 的矩估计量; (2) θ 的极大似然估计量。

9、设总体 X 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta} e^{-\frac{x}{\beta}} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

X_1, X_2, \dots, X_n 为总体 X 的样本。求 (1) β 的矩估计量与极大似然估计量;

(2) 证明所求估计量为 β 的无偏估计量。

10、设 $\hat{\theta}_1$ 和 $\hat{\theta}_2$ 都是 θ 的无偏估计, 且 $D(\hat{\theta}_1) = \sigma_1^2, D(\hat{\theta}_2) = \sigma_2^2$, 取

$\hat{\theta} = c\hat{\theta}_1 + (1-c)\hat{\theta}_2$ ($0 \leq c \leq 1$)。 (1) 证明 $\hat{\theta}$ 是 θ 的无偏估计; (2) 如果 $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ 相互独立, 确定 c 使 $D(\hat{\theta})$ 达到最小。

11、设 X_1, X_2, X_3 为来自总体 X 的一个简单随机样本。若估计量

$\hat{\mu}_1 = \frac{1}{4}X_1 + \frac{1}{4}X_2 + \frac{1}{2}X_3$ 、 $\hat{\mu}_2 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{3}X_3$ 。则：1) 证明 $\hat{\mu}_1$ 与 $\hat{\mu}_2$ 的无偏性；
2) 试讨论 $\hat{\mu}_1$ 与 $\hat{\mu}_2$ 谁更有效。

12、设某种清漆的 9 个样品，其干燥时间（单位：h）分别为：6.0 5.7 5.8 6.5 7.0 6.3 5.6 6.1 5.0，设干燥时间 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，求 μ 的置信度为 95% 的置信区间，（1） $\sigma = 0.6(h)$ ；（2） σ 未知。

13、某工厂生产滚珠，从某日生产的产品中随机抽取 9 个，测得直径均值为 $\bar{x} = 14.91$ ，直径的标准差 $s = 0.203$ ，设滚珠直径服从正态分布，求（1）直径的均值 μ 的置信度为 0.95 的置信区间；（2）直径的方差 σ^2 的置信度为 0.95 的置信区间。