

1、某盒中有形状相同的 a 个白球和 b 个黑球,每次从中任选一球,共取两次,设 X 及 Y 分别表示第一次及第二次取出的黑球数. 分别就 (1) 放回抽样 (2) 不放回抽样两种情况, 求二维随机变量 (X, Y) 的分布律.

2、设随机变量 (X, Y) 的分布函数为

$$F(x, y) = (A + B \arctan x)(A + B \arctan y) \left[1 + \frac{1}{2}(A - B \arctan x)(A - B \arctan y) \right]$$

求: (1) 常数 A, B ; (2) $P\{X \geq 0, Y \geq 0\}$.

3、设随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} ke^{-(3x+4y)} & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$

求: (1) 常数 k ; (2) (X, Y) 的分布函数 $F(x, y)$; (3) $P\left\{X < \frac{1}{3}, Y > \frac{1}{4}\right\}$.

4、已知随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} kx^2y & 0 < x < y < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$

求 (1) 常数 k ; (2) $P\{X + Y \leq 1\}$.

5、设二维离散随机变量 (X, Y) 的可能取值为 $(0, 0), (-1, 1), (-1, 2), (1, 0)$ 且取这些值的概率依次为 $\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{12}, \frac{5}{12}$. 试求 X 与 Y 各自的边缘分布律.

6、设某仪器由两个部件构成, X 与 Y 分别是这两个部件的寿命 (千小时), 已知 (X, Y) 的分布函数为 $F(x, y) = \begin{cases} 1 - e^{-0.5x} - e^{-0.5y} + e^{-0.5(x+y)} & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$

求: (1) 边缘分布函数 $F_X(x), F_Y(y)$; (2) 联合概率密度 $f(x, y)$ 及边缘密度 $f_X(x), f_Y(y)$; (3) 两部件寿命均超过 100 小时的概率.

7、设 X 和 Y 是相互独立的随机变量, X 具有概率分布律

X	1	2	3	4
p_k	0.4	0.3	0.2	0.1

Y 具有概率分布律

Y	1	2	3
p_k	0.5	0.3	0.2

试求: (1) X 和 Y 的联合分布律; (2) $P\{X + Y \leq 4\}$.

8、设二维随机变量 (X,Y) 的联合分布律为

$Y \backslash X$	x_1	x_2	x_3
y_1	α	$\frac{1}{9}$	γ
y_2	$\frac{1}{9}$	β	$\frac{1}{3}$

若 X 与 Y 相互独立, 求参数 α, β, γ 的值.

9、(选做) 设 X 和 Y 是相互独立的随机变量, X 在区间 $(0,1)$ 上服从均匀分布, Y 服从参数为2的指数分布.

(1) 求 X 和 Y 的联合概率密度.

(2) 试求含 a 的二次方程 $a^2 + 2Xa + Y = 0$ 有实根的概率.

10、已知随机变量 (X,Y) 的概率密度为

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{3}{2}x^2e^{-y} & -1 < x < 1, y > 0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

求(1) 边缘概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$; (2) X 与 Y 是否相互独立?

11、随机变量 X 与 Y 相互独立, 有相同的分布律

X	-1	0	1
p_k	0.3	0.2	0.5

试求: 下列函数的分布律

$$(1) Z = X + Y; \quad (2) W = \sin \frac{(X+Y)\pi}{2};$$

$$(3) M = \max\{X, Y\}; \quad (4) N = \min\{X, Y\}.$$

12、设随机变量 X 在区间 $(0,1)$ 服从均匀分布, 随机变量 Y 具有概率密度

$$f_Y(y) = \begin{cases} 3y^2 & 0 < y < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

且 X, Y 相互独立 求: (1) $Z = \max(X, Y)$ 的分布函数和概率密度; (2) $P\left\{\frac{1}{2} \leq Z < \frac{3}{2}\right\}$.