Universidad Andrés Bello

Facultad de Ingeniería
Ingeniería Civil en Informática
Análisis y Diseño de Algoritmos

LABORATORIO Nº2

Grafos: Problema de Flujo Máximo en una Red y algoritmo de Ford-Fulkerson.

Fecha de envío: Domingo 29 de octubre, 23:55 hrs. (vía aulavirtual)
Modalidad: Trabajo en grupo de dos personas

I. Objetivo.

El objetivo de este laboratorio es evaluar su capacidad para resolver el problema de flujo máximo en una red, a través de la implementación del algoritmo Ford-Fulkerson

II. Marco Teórico.

Debe crear un programa que resuelva el problema de redes de flujo mediante la implementación del algoritmo de Ford-Fulkerson.

II.1 Introducción.

En los problemas de flujo en redes, las aristas representan canales por los que puede circular cierta cosa: datos, agua, autos, corriente eléctrica, etc. Los pesos o costos de las aristas representan la capacidad máxima de un canal: velocidad de una conexión, volumen máximo de agua, cantidad máxima de tráfico, voltaje de una línea eléctrica, etc. De esta forma, El problema del flujo máximo consiste en encontrar la cantidad máxima de flujo que puede circular en la red

Formalmente, una **red de flujo** es un grafo dirigido $G(V, A)$ en el que cada arco (i, j) de A tiene asociado dos valores no negativos: c_{ij} llamado **capacidad** y f_{ij} llamado **flujo**. Además, V siempre posee un nodo **fuente** (llamado $\boldsymbol{s}$), del que sólo salen arcos y un nodo **sumidero** (llamado $\boldsymbol{t}$), que sólo recibe arcos. Formalmente:

- $\boldsymbol{s} \in V$, es fuente sí y sólo sí $\mathrm{gr}^+(s) > 0$ y $\mathrm{gr}^-(s) = 0$
- $\boldsymbol{t} \in V$, es sumidero sí y sólo sí $\mathrm{gr}^-(t) > 0$ y $\mathrm{gr}^+(t) = 0$

De esta forma el flujo de la red circulará desde s hacia t.

En una red de flujo siempre se cumple que el flujo que "circula" por una arista, es a lo más, el valor de su capacidad. Es decir:

$$f_{ij} \le c_{ij} \;\; \forall (i, j) \in A \qquad (\textit{Restricción de capacidad})$$

También se cumple siempre en una red, que la suma de los flujos que "ingresa" a un nodo debe ser la misma que la suma de los flujos que "salen" de ese nodo. Vale decir:

$$\sum_{\forall i/(i,j)\in A} f_{ij} = \sum_{\forall k/(j,k)\in A} f_{jk} \quad \forall j \in V \qquad (\textit{Conservación del flujo})$$

El flujo de una red corresponde al flujo que nace desde el nodo fuente de la red.

II.2 Problema.

El problema de Flujo Máximo en Redes, consiste en determinar el mayor flujo que puede circular por una red desde el nodo *s*, hasta el nodo *t*. Es decir, encontrar el **flujo máximo**.

II.3 Solución al Problema: Algoritmo de Ford-Fulkerson (1956).

Definiciones previas.

a) Conceptualmente, la **red residual** de una red de flujo, refleja en sus capacidades los arcos que admiten más flujo en la red original. De esta forma si a un arco "le queda espacio" para más flujo, en la red residual se reflejará en su capacidad, cuánto espacio le queda; y, si en la red ya existe flujo en un arco copando su capacidad, en la red residual se considerará como un arco en sentido contrario: al que se le puede quitar flujo (lo que permite llenar otros arcos en forma más "astuta")
Formalmente, una red residual $G_r(V_r, A_r)$ con capacidad residual c_r se construye a partir de una red $G(V, A)$ con una capacidad c_{ij} y un flujo f_{ij} para cada arco (i, j) de A, de la siguiente forma:

- $V_r = V$
- $A_r = \{(i, j) \in A$ tal que $f_{ij} < c_{ij}$, *con* $c_{r\,ij} = c_{ij} - f_{ij}\} \cup \{(j, i)$ tal que $(i, j) \in A$ y $f_{ij} > 0$, $c_{r\,ji} = f_{ij}\}$

b) Dada una red de flujo $G = (V, A)$ y un flujo f, un **camino de aumento *p*** es un camino simple de s a t en la red residual G_r, tal que cada arista (u, v) de p admite un flujo adicional positivo de u a v sin violar la restricción de capacidad de la arista.

```
Num Ford-Fulkerson(G(V,A):Red de flujo, s: Nodo Fuente, t: Nodo Sumidero)
{
   Flujo = 0;
   FlujoAumento = 0;

   Gr(Vr,Ar) = G(V,A);

   Mientras exista un camino de aumento p desde s a t en la red residual Gr Hacer
   {
      FlujoAumento = min{cuv tal que (u,v) ∈ p};
      Para cada arco (u,v) en p hacer
         Gr(Vr,Ar) = ActualizarRedResidual(Gr(Vr,Ar), u, v, FlujoAumento);
      Fin Para
      Flujo ← Flujo + FlujoAumento
   }
   RETORNAR Flujo
}
```

III. Enunciado.

Debe construir un programa en C que dado una red de flujo indique el flujo máximo que puede circular por ella.

III.1 Entrada.

Su programa deberá leer desde un archivo de texto llamado "entrada.txt", la siguiente información:

```
Número de nodos de la red
Matriz de costos
```

En la figura 1.a se grafica una red de ejemplo. En la figura 1.b, aparece el correspondiente archivo "entrada.txt" que deberá procesar su programa.

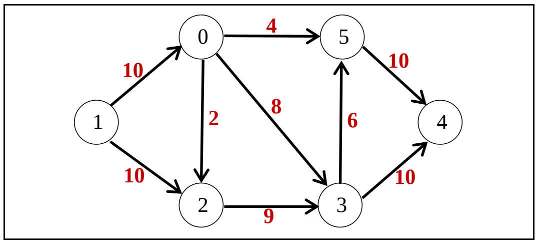

Figura 1.a: Red de flujo

```
6
0  0  2  8  0  4
10  0  10  0  0  0
0  0  0  9  0  0
0  0  0  0  10  6
0  0  0  0  0  0
0  0  0  0  10  0
```

Figura 1.b: contenido de "entrada.txt"

Como podrá ver, su programa deberá encontrar los nodos fuente y sumidero.

III.2 Salida.

Su programa deberá imprimir por pantalla cada uno de los caminos de aumento de flujo que encuentre en el proceso iterativo del algoritmo, junto al flujo de aumento de éste. Al finalizar el procesamiento, deberá indicar además el flujo total máximo que calculó.

IV. Entrega.

1. La realización de la tarea se realiza en grupo, con un máximo de 2 integrantes.
2. Se debe entregar el código fuente denominado tarea2-apellido1-apellido2.c.
3. Deberán subir el archivo solo uno de los integrantes a la casilla del aulavirtual habilitada para esto.
4. El plazo de envío es hasta el domingo 28 de octubre a las 23:55 hrs.
5. Al comienzo del código, debe ir comentado los nombres de los integrantes del grupo.
6. Se evaluará dentro del código que siga las buenas prácticas de programación (identificadores representativos, comentarios que describa cada función, orden en el código, modularización).
7. Cualquier caso de copia, se evaluará a los grupos involucrados con nota 1.0.