LUCRARE DE LABORATOR

CARACTERISTICI DE FUNCȚIONARE DINAMICĂ LA MOTORUL ELECTRIC PAS CU PAS

Modelarea matematică se bazează pe sistemul de ecuații diferențial care conține două ecuații pentru tensiunea electrică pe fiecare fază și o ecuație de mișcare mecanică. Deoarece sistemul de ecuații conține accelerația unghiulară, adică derivata de ordinul doi în raport cu timpul, această ecuație diferențială trebuie transformată în derivata de ordinul întâi în raport cu timpul. În concluzie, trebuie rezolvat un sistem cu patru ecuații diferențiale la care variabila independentă este timpul și necunoscutele sunt: Y_1 și Y_2 – curenții pe faze; Y_3 - unghiul motorului; Y_4 – viteza unghiulară a motorului.

Modul de lucru:

Se scrie fișierul cu ecuațiile diferențiale care conține: yprim(1)- derivata curentului în raport cu timpul pentru prima fază alimentată; yprim(2)- derivata curentului în raport cu timpul pentru a doua fază alimentată

Să se proiecteze un sistem de acţionare cu motor electric pas cu pas si reductor cu roti dintate cilindrice cu dinti drepti. Acest sistem actioneaza un dispozitiv de lucru notat DL. Schema sistemului de acţionare este prezentată în figura 1.

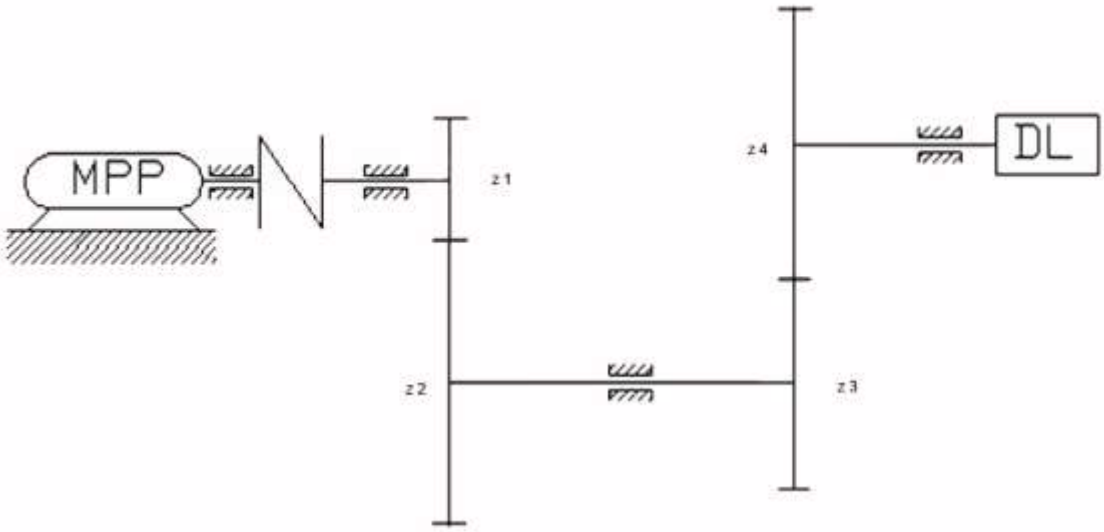

Figure 1

Caracteristicile mecanice ale acestui sistem sunt următoarele:

- numărul de dinţi ai fiecărei roţi dinţate:
  $z_1 = 28 dinţi$
  $z_2 = 46 dinţi$
  $z_3 = 20 dinţi$
  $z_4 = 78 dinţi$
- modulul de pe fiecare treaptă de angrenare:
  $m_{12} = 1{,}5 mm$
  $m_{34} = 2{,}25 mm$
- grosimea roţilor dinţate de pe fiecare treaptă de angrenare
  $g_{12} = 3 mm$
  $g_{34} = 4 mm$
- momentul de inerţie al dispozitivului de lucru DL:
  $J_{dl} = 4{,}5 \cdot 10^{-7} Kgm^2$
- momentul rezistent:
  $M_{rez} = 0{,}011 Nm$
- frecvenţa:
  $f = 120\, pasi/s$ pasul la MPP este 1.8^0

Se va folosi un motor de antrenare de tipul HY 200-1713

Alegerea motorului se face prin modelarea matematică funcţionării sale. Se consideră un motor pas cu pas cu două faze (α şi β), alimentate simultan. Avantajul acestei metode este determinat de creşterea cuplului electromagnetic.

Notaţii

- R_α = Rezistenţa fazei
- I_α = Curentul pe fază
- $L_{\alpha\beta}$ = inductivitatea mutuală
- $L_{\alpha\alpha}$ = Inductivitatea proprie a fazei
- M_{rezred} = Momentul rezistent redus la arborele motorului
- J_{red} = Momentul de inerţie redus
- D_r = Coeficient de frecare vâscoasă
- L_p = Amplitudinea cu care inductanţa oscilează în jurul valorii medii
- $2p_z$ = Numărul de dinţi rotorici
- τ_s = Unghiul electric

Ecuaţiile ce descriu funcţionarea motorului sunt:

$$\begin{cases} U_\alpha = R_\alpha I_\alpha + \frac{d}{dt}(L_{\alpha\alpha} I_\alpha + L_{\alpha\beta} I_\alpha) \\ U_\beta = R_\beta I_\beta + \frac{d}{dt}(L_{\alpha\beta} I_\beta + L_{\beta\beta} I_\beta),\ M_{rezred}\omega_m = M_{rez}\omega_{DL} \\ M_m = M_{rezred} + J_{red}\varepsilon_m + D_r\omega_m \end{cases}$$

Acest sistem de ecuaţii diferenţiale de ordinul 2, pentru a putea fi rezolvat prin metode numerice (Runge-Kutta), trebuie adus la o formă cu ecuaţii diferenţiale de ordinul 1. Ca urmare apare o a patra ecuaţie:

$$\frac{d\theta_m}{dt} = \omega_m$$

Ecuaţiile electrice:

$$\begin{bmatrix} L_{\alpha\alpha} \\ L_{\beta\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_0 \\ L_0 \end{bmatrix} + L_p \begin{bmatrix} \cos(2p_z\theta_m) \\ \cos(2p_z\theta_m - 2p_z\tau_s) \end{bmatrix},$$

$$L_{\alpha\beta} = L_p \sin(2p_z\theta_m)$$

Prin rezolvarea ecuaţiilor de mai sus găsim următorul sistem:

$$\begin{bmatrix} \dfrac{dI_\alpha}{dt} \\ \dfrac{dI_\beta}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{\alpha\alpha} & L_{\alpha\beta} \\ L_{\alpha\beta} & L_{\beta\beta} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} U_\alpha - R_\alpha I_\alpha \\ U_\beta - R_\beta I_\beta \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} L_{\alpha\alpha} & L_{\alpha\beta} \\ L_{\alpha\beta} & L_{\beta\beta} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \dfrac{\partial L_{\alpha\alpha}}{\partial\theta_m} & \dfrac{\partial L_{\alpha\beta}}{\partial\theta_m} \\ \dfrac{\partial L_{\alpha\beta}}{\partial\theta_m} & \dfrac{\partial L_{\beta\beta}}{\partial\theta_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_\alpha \\ I_\beta \end{bmatrix} \frac{d\theta_m}{dt}$$

Ecuaţia de mişcare

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{1}{J_{red}}(M_{em} - M_{rezred} - D_r\omega_m)$$

Calculul momentului de inertie redus la arborele motorului

Materialul folosit este aluminiu (Al) care are densitatea $\rho = 2710 Kg/m^3$.

Calculul momentului redus J_{red} se face urmând paşii:

- Coeficientul de transmitere pe prima treaptă

  $$i_{12} = \frac{z_2}{z_1}$$

- Coeficientul de transmitere pe a doua treaptă

  $$i_{34} = \frac{z_4}{z_3}$$

- Viteza unghiulară a roţii dinţate z_1

  $$\omega_1 = pas \cdot f \cdot \frac{\pi}{180}$$

Pasul unghiular la MPP este 1.8^0

- Diametrul de divizare al roţii dinţate z_1

$$D_{d1} = m_{12} \cdot z_1$$

- Volumul roţii dinţate z_1

$$V_1 = \pi \cdot \frac{D_{d1}^2 \cdot g_{12} \cdot 10^{-9}}{4}$$

- Masa roţii dinţate z_1

$$m_1 = \rho \cdot V_1$$

- Momentul de inerţie al roţii dinţate z_1

$$J_1 = m_1 \cdot \frac{D_{d1}^2 \cdot 10^{-6}}{8}$$

- Diametrul de divizare al roţii dinţate z_2

$$D_{d2} = m_{12} \cdot z_2$$

- Volumul roţii dinţate z_2

$$V_2 = \pi \cdot \frac{D_{d2}^2 \cdot g_{12} \cdot 10^{-9}}{4}$$

- Masa roţii dinţate z_2

$$m_2 = \rho \cdot V_2$$

- Momentul de inerţie al roţii dinţate z_2

$$J_2 = m_2 \cdot \frac{D_{d2}^2 \cdot 10^{-6}}{8}$$

- Diametrul de divizare al roţii dinţate z_3

$$D_{d3} = m_{34} \cdot z_3$$

- Volumul roţii dinţate z_3

$$V_3 = \pi \cdot \frac{D_{d3}^2 \cdot g_{34} \cdot 10^{-9}}{4}$$

- Masa roţii dinţate z_3

$$m_3 = \rho \cdot V_3$$

- Momentul de inerţie al roţii dinţate z_3

$$J_3 = m_3 \cdot \frac{D_{d3}^2 \cdot 10^{-6}}{8}$$

[Kg m^2]

La fel se procedeaza si pentru z_4

- Momentul de inerţie al rotorului

Se determină din foaia de catalog a motorului – notat J_{rot}

- Momentul de inerţie redus

$$J_{red} = \frac{J_3\omega_3^2 + J_2\omega_2^2 + J_1\omega_1^2 + J_{clj}\omega_1^2 + J_4{\omega_4}^2 + J_{rot}\omega_1^2}{\omega_1^2}$$

Ecuaţiile ce descriu funcţionarea motorului sunt:

$$\begin{cases} U_{\alpha} = R_{\alpha} I_{\alpha} + \dfrac{d}{dt}(L_{\alpha\alpha} I_{\alpha} + L_{\alpha\beta} I_{\alpha}) \\ U_{\beta} = R_{\beta} I_{\beta} + \dfrac{d}{dt}(L_{\alpha\beta} I_{\beta} + L_{\beta\beta} I_{\beta}),\ M_{rezred}\omega_m = M_{rez}\omega_{DL} \\ M_{elmg} = M_{rezred} + J_{red}\varepsilon_m + D_r\omega_m \end{cases}$$

- R_{α} = Rezistenţa fazei
- I_{α} = Curentul pe fază
- $L_{\alpha\alpha}$ = Inductivitatea proprie a fazei
- $L_{\alpha\beta}$ = Inductivitatea mutuală
- M_{rezred} = Momentul rezistent redus la arborele motorului
- J_{red} = Momentul de inerţie redus
- D_r = Coeficient de frecare vâscoasă

Sistemul se rezolva prin metoda : Runge-Kutta pentru a fi adus la o formă cu ecuaţii diferenţiale de ordinul 1. Prin urmare apare o a patra ecuaţie:

$$\frac{d\theta_m}{dt} = \omega_m$$

Pentru ecuaţiile electrice vom avea:

$$\begin{bmatrix} L_{\alpha\alpha} \\ L_{\alpha\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_0 \\ L_0 \end{bmatrix} + L_p \begin{bmatrix} \cos(2p_z\theta_m) \\ \cos(2p_z\theta_m - 2p_z\tau_s) \end{bmatrix},\ L_{\alpha\beta} = L_p \sin(2p_z\theta_m)$$

- L_p = Amplitudinea cu care inductanţa oscilează în jurul valorii medii

- $2p_z$ = Numărul de dinţi rotorici

- τ_s = unghiul electric

Prin rezolvare vom determina următorul sistem pentru ecuaţiile electrice:

$$\begin{bmatrix} \dfrac{dI_\alpha}{dt} \\ \dfrac{dI_\beta}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{\alpha\alpha} & L_{\alpha\beta} \\ L_{\alpha\beta} & L_{\beta\beta} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} U_\alpha - R_\alpha I_\alpha \\ U_\beta - R_\beta I_\beta \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} L_{\alpha\alpha} & L_{\alpha\beta} \\ L_{\alpha\beta} & L_{\beta\beta} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \dfrac{\partial L_{\alpha\alpha}}{\partial \theta_m} & \dfrac{\partial L_{\alpha\beta}}{\partial \theta_m} \\ \dfrac{\partial L_{\alpha\beta}}{\partial \theta_m} & \dfrac{\partial L_{\beta\beta}}{\partial \theta_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_\alpha \\ I_\beta \end{bmatrix} \frac{d\theta_m}{dt}$$

Se urmăreşte aducerea şi a ecuaţiei de mişcare la forma necesară pentru rezolvarea numerică:

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{1}{J_{red}} (M_{elmg} - M_{rezred} - D_r \omega_m)$$

Motorul HY 200 – 1713 (0150 AX 04)   pg. 4 / 16

Ia=1.5;Ib=Ia;
Ra=1.1; Rb=Ra;
ua=Ra*Ia; ub=Rb*Ib;
L0=1.2*10^(-3); Lp=0.05*10^(-3);
pz=50; Dr=0.001;

…………………………………………

```
[t1 y1]=ode23('functie',[0 2],[0 0 0 0]);
%grafice
figure(1);
plot(t1,y1(:,1),'r');
grid;
figure(2);
plot(t1,y1(:,3),'b');
```

……………………………………………………………

```
function yPRIM=functie(x,y)
% a- alfa b-beta
%notatii
Ia=1.5;
Ib=Ia;
Ra=1.1; Rb=Ra;
ua=Ra*Ia;
ub=Rb*Ib;
L0=1.2*10^(-3);
Lp=0.05*10^(-3);
pz=50;
Dr=0.001;
omega=3.7699; %omega motor
omega1=2.2947; %omega pe rotile 2 si 3
omega2=0.5884; %omega pe roata 4
Jredus=1.2353e-004; %calculat anterior
Mrdl=0.011;
Mredus=(Mrdl*omega2)/omega;
Laa=L0+Lp*cos(pz*y(3));
%tetas=pi/2 constanta care variaza unghiul electric
Lbb=L0+Lp*cos(pz*y(3)-pz*pi/2);
Lab=Lp*sin(pz*y(3));
DLaa=-pz*Lp*sin(pz*y(3));
DLbb=-pz*Lp*sin(pz*y(3)-pz*pi/2);
DLab=pz*Lp*cos(pz*y(3));
MatDL=[DLaa DLab;DLab DLbb];
MatL=[Laa Lab;Lab Lbb];
Tens=[ua-Ra*y(1);ub-Rb*y(2)];
A=MatDL*[y(1);y(2)]*y(4);
MatDERIV=MatL\Tens-MatL\A;
yPRIM(1)=MatDERIV(1);
yPRIM(2)=MatDERIV(2);
yPRIM(3)=y(4);
%Mrdl=Moment redus dispozitiv lucru

Mem=1/2*(y(1)^2*DLaa+y(2)^2*DLbb)+y(1)*y(2)*DLab;
yPRIM(4)=1/Jredus*(Mem-Mredus-Dr*y(4));
yPRIM=[yPRIM(1);yPRIM(2);yPRIM(3);yPRIM(4)];
```

………