1. BAZELE SINTEZEI ŞI ALE VALIDĂRII PRIN SIMULARE ALE SISTEMELOR DE CONDUCERE

Pentru modelarea sistemelor fizice se utilizează diferite metode teoretice şi experimentale în urma cărora se obţine o reprezentare formală a obiectului fizic analizat. În cazul proceselor neliniare, se obţin seturi de ecuaţii diferenţiale. Scopul modelării este acela de a scrie o reprezentare a obiectului condus în vederea analizei şi, eventual, a validării în simulare a sistemelor de reglare rezultate în urma proiectării.

Scopul lucrării este întelegerea bazelor teoretice în vederea sintezei şi a validării prin simulare a sistemelor de conducere.

1.1 Breviar teoretic

Reprezentarea cu ecuaţii diferenţiale a proceselor Se dă *procesul* caracterizat de ecuaţia diferenţială de ordin n, cu coeficienţi constanţi

$$a_n y^{(n)}(t)+\cdots+a_2\ddot{y}(t)+a_1\dot{y}(t)+a_0 y(t) = b_m u^{(m)}(t)+\cdots+b_2\ddot{u}(t)+b_1\dot{u}(t)+b_0 u(t), \quad (1.1)$$

unde $u(t)$ şi $y(t)$[1] sunt funcţii reale continue de (cel puţin) m, respectiv, n ori derivabile şi cu derivatele $u^{(i)}(t)$ şi, respectiv $y^{(j)}(t)$ continue, $i = 1 : m$, $j = 1 : n$. Coeficienţii $b_i, i = 1 : m$ şi $a_j, j = 1 : n$ sunt numere reale[2], iar coeficientul dominant a_n este considerat nenul.

Din matematica ecuaţiilor diferenţiale, liniare, cu coeficienţi constanţi, ecuaţia (1.1) are soluţia $y(t) = y_{\text{omogen}}(t) + y_{\text{particular}}(t)$, unde $y_{\text{omogen}}(t)$ este soluţia ecuaţiei (1.1) pentru $u = 0$ şi $y_{\text{particular}}(t)$ reprezintă *componenta forţată* de $u \neq 0$.

Observaţia 1.1. Atât pentru definirea completă a ecuaţiei (1.1), cât şi pentru calculul componentei $y_{\text{omogen}}(t)$ este necesară cunoaşterea condiţiilor iniţiale. Deoarece, în cele ce urmează ne va interesa în mod exclusiv componenta forţată, considerăm *condiţiile iniţiale nule*.

[1] Pentru o reprezentare compactă, renunţăm la scrierea argumentului timp în ecuaţia diferenţială, fiind subînţeles. Vom utiliza argumentul semnalelor de intrare/ieşire doar atunci când este relevant.

[2] În cazul sistemelor neliniare, coeficienţii pot fi funcţii care depind de u, de y, sau de alte mărimi ori caracteristici relevante ale procesului.

Problema reprezentării *sistemului* (1.1) se rezumă la alegere

- *semnalului*[3] *de intrare/comandă* $u(t)$,
- a *semnalului de ieşire* $y(t)$

şi transformarea componentei forţate a soluţiei $y(t)$ în sistemul utilizat (calculul variabilelor intermediare care sunt necesare determinării $y_{\text{particular}}(t)$) în programul de simulare. Într-un mediu de calcul, se recomandă evitarea operaţiei de derivare şi, în schimb, utilizarea operaţiei de integrare.

Exemplul 1.1. Se dă ecuaţia diferenţială, de ordinul întâi,

$$m\dot{v} + bv = F. \tag{1.2}$$

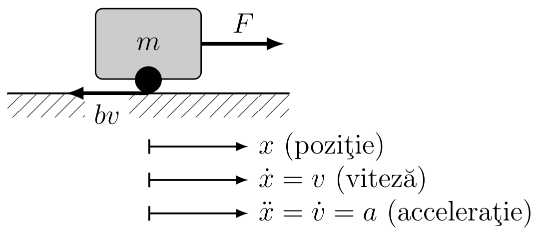


Figura 1.1: Cărucior acţionat de o forţă de tracţiune

Ecuaţia (1.2) reprezintă legea de mişcare a unui cărucior de masă m (figura 1.1) acţionat de o forţă de tracţiune F, cu frecare caracterizată de coeficientul de frecare b. Se poate considera, aşadar, că viteza v a căruciorului este ieşirea sistemului, iar F este intrarea acestuia. În general soluţia unei astfel de ecuaţii este *semnalul de ieşire*. Acesta constituie *răspunsul forţat* al unui *sistem de convoluţie*, liniar şi invariant în timp, prezentat în cele ce urmează.

Se scrie ecuaţia (1.2) izolând derivata de ordin maxim a variabilei de ieşire

$$\dot{v} = (F - bv)\frac{1}{m}. \tag{1.3}$$

Schema Simulink a ecuaţiei (1.3) este în figura 1.3.

Exemplul 1.2. Se consideră acum că deplasarea căruciorului din exemplul 1.1 se face pe un plan înclinat (figura 1.3). În acest caz modelul mobilului este caracterizat prin ecuaţiile (1.4) în care $u = F$ reprezintă comanda, F_r este forţa rezistentă (compusă din frecare şi din efectul greutăţii), iar θ este unghiul planului. Se observă

[3] Definim în cele ce urmează termenul de semnal.

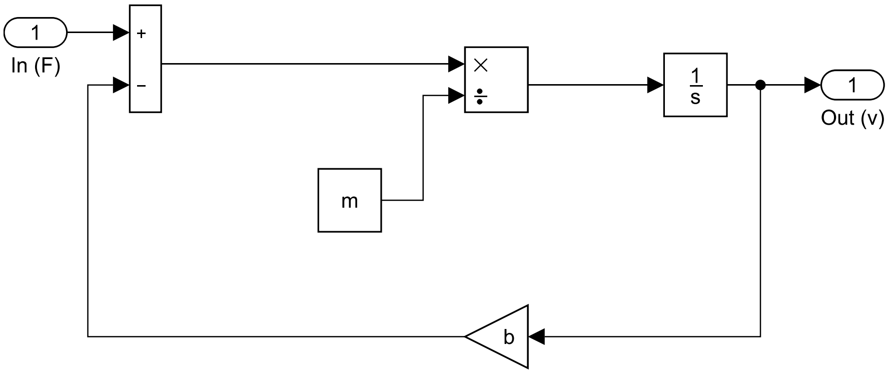


Figura 1.2: Schema Simulink a ecuaţiei (1.3)

prezenţa neliniarităţii în model,

$$m\dot{v} + F_r = F, \tag{1.4a}$$
$$F_r = bv + mg\sin\theta. \tag{1.4b}$$

Semnalul este o *funcţie* de *timp* (variabilă independentă).

Definiţia 1.1. Se numeşte semnal o funcţie $f : \mathcal{T} \to A$, unde A este o mulţime dată numită **imaginea** (sau mulţimea de valori a) semnalului, iar $\mathcal{T}$ este **axa** (sau domeniul de definiţie al) semnalului. Dacă $\mathcal{T} \subset \mathbb{R}$ (mulţime „continuă"), atunci f este un semnal *continual* şi notăm variabila independentă în mod uzual cu t, τ, θ etc.

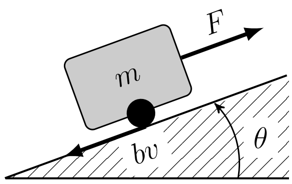


Figura 1.3: Cărucior acţionat de o forţă de tracţiune, pe un plan înclinat

În general, vom lucra cu semnale de timp cu suport pozitiv, i.e., $\mathcal{T} \subset [0, \infty)$, sau altfel spus, considerăm semnalele $f(t)$, $t \geq 0$.

Cele mai des folosite semnale, numite şi semnale standard, sunt

a) treapta unitară: $\mathbf{1}(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$;
b) semnalul rampă : $\mathrm{ramp}(t) = t\mathbf{1}(t)$;
c) semnale exponenţiale: $u(t) = Ae^{at}, a \in \mathbb{R}^*$;
d) semnale armonice: $u(t) = A\cos(\omega t + \phi)$.

Convoluţia (produsul de convoluţie) stabileşte o relaţie între semnalul de intrare şi cel de ieşire prin intermediul *funcţiei pondere*, care descrie sintetic sistemul dinamic respectiv. Pentru semnalele cu timp continuu:

$$(h * u)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t-\tau)u(\tau), \quad t \in \mathbb{R}. \tag{1.5}$$

În teoria sistemelor de reglare automată (SRA) convoluţiile joacă un rol important deoarece definesc (în domeniul timp) clasa de sisteme liniare pe care o utilizăm pe parcursul întregii lucrări de faţă.

Sistem de convoluţie Un sistem $T : \mathcal{U} \to \mathcal{Y}$, $y = T(u)$ este un **sistem de convoluţie** dacă există un semnal h astfel încât obţinem semnalul de ieşire $y = h * u$. Aceste sisteme sunt liniare şi invariante în timp (LTI). Funcţia h se numeşte *funcţia pondere* a sistemului de convoluţie. Deoarece calculul direct în domeniul timp cu semnale şi sisteme este dificil, apelăm la transformarea Laplace înlesnind determinarea răspunsului y.

În domeniul teoriei sistemelor şi, îndeosebi, în aria proiectării sistemlor de conducere, există două tipuri de reprezentare predominante:

- reprezentarea în domeniul timp prin funcţia pondere $h(t)$;
- reprezentarea în domeniul operaţional[4] prin funcţia de transfer $H(s)$.

Funcţie de transfer Fie sistemul liniar şi invariant în timp $y = Tu$ şi fie $U(s) = \mathcal{L}\{u(t)\}(s)$ şi $Y(s) = \mathcal{L}\{y(t)\}(s)$ transformatele Laplace ale semnalelor de intrare, respectiv de ieşire, $u(t)$ şi $y(t)$. Dacă în domeniul de convergenţă comun al lui $U(s)$ şi $Y(s)$ există raportul $Y(s)/U(s)$, oricare ar fi intrarea $u(t)$, atunci

$$H(s) \overset{\text{notaţie}}{=} \frac{Y(s)}{U(s)}, \quad Y(s) = H(s)\,U(s)$$

se numeşte *funcţia de transfer* a sistemului T.

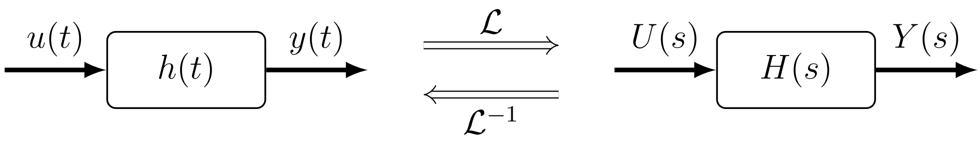


Figura 1.4: Relaţia între funcţia pondere a unui sistem şi funcţia sa de transfer

În cazul în care $y = T(u) = h * u$ este un sistem de convoluţie cauzal ($h(t) = 0$ pentru $t < 0$), atunci transformata Laplace a funcţiei pondere $h(t)$, $H(s) = \int_0^{\infty} h(t)e^{-st}\,\mathrm{d}t$ este chiar funcţia de transfer $H(s) = Y(s)/U(s)$ a sistemului T:

$$Y(s) = H(s)U(s) \iff y(t) = (h * u)(t).$$

[4] Sau frecvenţial.

Observaţia 1.2. Se observă că $H(s)$ este identică cu raportul $Y(s)/U(s)$ obţinut prin aplicarea transformatei Laplace direct asupra ecuaţiei diferenţiale (1.1) pentru *condiţii iniţiale nule*.

Exemplul 1.3. Din schema Simulink a sistemului din exemplul 1.1 prezentată în figura 1.2, se poate observa că ecuaţia (1.3) are funcţia de transfer

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{ms+b}. \tag{1.6}$$

În mod uzual, funcţiile de transfer asociate sistemelor cu care lucrăm (provenite din ecuaţii diferenţiale de forma (1.1)) sunt funcţii raţionale cu coeficienţi reali ($a_i, b_j \in \mathbb{R}$)

$$H(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \ldots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \ldots + a_1 s + a_0}. \tag{1.7}$$

Rădăcinile polinoamelor $B(s)$, respectiv $A(s)$, se numesc *zerourile finite*, respectiv *polii finiţi* ai sistemului $H(s)$. Se observă că $H(s)$ are n poli finiţi şi m zerouri finite.

Se obişnuieşte ca polii unei funcţii de transfer să fie notaţi cu $p_j, j = 1 : n$, iar zerourile cu $z_i, i = 1 : m$.

Exces de poli-zerouri Dându-se o funcţie de transfer $H(s)$ ca în (1.7), se numeşte exces de poli-zerouri $e_{pz} = n - m$.

Funcţie de transfer (im)proprie Spunem că o funcţie de transfer $H(s)$ ca în (1.7) este

- **strict** *proprie*, dacă excesul de poli-zerouri $e_{pz} > 0 \Leftrightarrow n > m$,
- **bi***proprie*, dacă excesul de poli-zerouri $e_{pz} = 0 \Leftrightarrow n = m$,
- **im***proprie*, dacă excesul de poli-zerouri $e_{pz} < 0 \Leftrightarrow n < m$.

Observaţia 1.3. O funcţie de transfer

- strict proprie satisface $\lim_{s\to\infty} H(s) = 0$ şi spunem că are $e_{pz} = n - m$ zerouri la infinit;
- biproprie satisface $\lim_{s\to\infty} H(s) = \text{constantă reală}$;
- improprie satisface $\lim_{s\to\infty} 1/H(s) = 0$ şi spunem că are $-e_{pz} = m - n$ poli la infinit.

Implementabilitate În general, sistemele liniare şi invariante în timp cu care lucrăm în acest îndrumar sunt cauzale, adică nu depind decât de informaţia curentă şi de cea anterioară[5]. Prin urmare, pentru ca un sistem să fie implementabil, impunem ca funcţia sa de transfer $H(s)$ să fie cel puţin biproprie. Astfel denumim *condiţia de implementabilitate* (fizică) $e_{pz} \geq 0 \Leftrightarrow n \geq m$.

[5] Nu au un caracter anticipativ

Stabilitate Spunem că un sistem de convoluţie $y = h * u$ este *stabil intrare-ieşire* (BIBO) dacă atunci când intrarea $u(t)$ este un semnal mărginit, rezultă că ieşirea $y(t)$ este tot un semnal mărginit.

Condiţii necesare şi suficiente de stabilitate BIBO pentru sistemele cu timp continuu, care au funcţii de transfer raţionale $H(s) = \mathcal{L}\{h(t)\}(s)$, se pot exprima în funcţie de polii acestora, aşa cum este ilustrat în rezultatul următor.

Teorema 1.1. *Fie un sistem cu funcţia de transfer $H(s)$, descrisă de* (1.7). *Presupunem că $H(s)$ este ireductibilă. Atunci sistemul $H(s)$ este* **stabil BIBO** *în sens* **strict** *dacă şi numai dacă* **toţi polii** *funcţiei de transfer $H(s)$ au* **partea reală strict negativă**, *adică*

$$\operatorname{Re} p_j < 0, \quad \forall\, j = 1 : n.$$

Observaţia 1.4. În cazul în care inegalităţile din teoremă sunt satisfăcute în sens nestrict (adică $\operatorname{Re} p_j \leq 0$), iar acei poli pentru care au loc egalităţile $\operatorname{Re} p_j = 0$ sunt poli simpli, atunci spunem că sistemul $H(s)$ este **stabil BIBO** în sens **nestrict**. În acest caz, funcţia pondere a sistemului este mărginită (şi reciproc).

Prin *stabilitate* vom înţelege în continuare *stabilitate în sens strict*.

Criteriul Hurwitz de stabilitate Fie polinomul

$$A(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \ldots + a_1 s + a_0,$$

cu $a_n > 0$. Atunci $A(s)$ are toate rădăcinile în $\mathbb{C}^-$ dacă şi numai dacă *toţi minorii principali* $\mathbf{H}^{[i]}$ ai matricei Hurwitz $\mathbf{H}$, definită în (1.8) sunt strict pozitivi, adică

$$\mathbf{H}^{[i]} > 0 \;\; \forall i = 1 : n, \quad \text{unde } \mathbf{H} := \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \ldots & 0 \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \ldots & 0 \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & \ldots & \\ 0 & a_n & a_{n-2} & \ldots & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}. \tag{1.8}$$

Un astfel de polinom – cu *toate rădăcinile în semiplanul stâng al planului complex* – se numeşte *polinom Hurwitz*.

În concluzie, criteriul Hurwitz propune un test practic de stabilitate, i.e., dându-se funcţia de transfer $H(s)$ (în formă ireductibilă) a unui sistem cu timp continuu, se verifică dacă polinomul de la numitor este un polinom Hurwitz.

Observaţia 1.5. a) Ipoteza $a_n > 0$ nu restrânge în nici un fel generalitatea. Dacă $a_n < 0$ se utilizează criteriul pentru $-A(s)$ (care are aceleaşi rădăcini ca şi p).

b) Dacă există un *coeficient nul* $a_k = 0$ sau *doi coeficienţi de semne contrare*, i.e., $a_i a_j < 0$, $i, j = 0 : n$, $i \neq j$, atunci $A(s)$ *nu* este Hurwitz.
c) Criteriul Hurwitz are doar rol calitativ, adică nu furnizează nici o informaţie cu privire la plasarea polilor în planul complex.

Exemplul 1.4. Fie $A(s) = a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0$, $a_3 > 0$. Se stabilesc condiţii asupra coeficienţilor a_i, $i = 0 : 2$ pentru ca $A(s)$ sa fie polinom Hurwitz. Avem $n = 3$ şi

$$\mathbf{H} := \begin{bmatrix} a_2 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_2 & a_0 \end{bmatrix}.$$

(1) $\mathbf{H}^{[1]} = a_2 > 0$.

(2) $\mathbf{H}^{[2]} = a_1 a_2 - a_3 a_0 > 0$. Cu (1) şi (3) rezultă $a_1 > 0$.

(3) $\mathbf{H}^{[3]} = a_0(a_1 a_2 - a_3 a_0) > 0$. Cu (2) rezultă $a_0 > 0$.

Aşadar $a_i > 0$, $i = 0 : 3$ şi $a_1 a_2 - a_3 a_0 > 0$ sunt condiţii necesare şi suficiente pentru ca $A(s)$ să fie polinom Hurwitz.

Pentru polinoamele $A(s)$ de gradul al doilea, care apar preponderent în această lucrare, putem determina stabilitatea cu o consecinţă imediată a criteriului Hurwitz, la o simplă inspecţie a coeficienţilor polinomului.

Corolarul 1.1. *Fie* $A(s) = a_2 s^2 + a_1 s + a_0$, $a_i \in \mathbb{R}, i = 0 : 2$. *Polinomul* de gradul 2 $A(s)$ *este Hurwitz dacă şi numai dacă* toţi *coeficienţii* $a_i, i = 0 : 2$ *au* acelaşi semn, *i.e.,* $a_i > 0$ $(a_i < 0)$, $i = 0 : 2$.

Sisteme elementare

- Amplificarea, este un sistem elementar cu funcţia de transfer

$$H(s) = K, \quad K \in \mathbb{R}. \tag{1.9}$$

  Pentru lucrarea de faţă considerăm doar amplificări pozitive, $K > 0$.

- Elementul (multi-)integrator, este un sistem elementar cu funcţia de transfer

$$H(s) = \frac{1}{s^q}, \quad q \in \mathbb{N}. \tag{1.10}$$

- Elementul (multi-)derivator, este un sistem elementar cu funcţia de transfer

$$H(s) = s^q, \quad q \in \mathbb{N}. \tag{1.11}$$

- Sistemul de ordinul I, este un sistem elementar cu funcţia de transfer

$$H(s) = \frac{K}{Ts + 1}, \tag{1.12}$$

unde $K, T \in \mathbb{R}^*$, $K > 0$, sunt *factorul de amplificare* şi, respectiv, *constanta de timp* ale sistemului. Conform teoremei 1.1,

– dacă $T > 0$, atunci polul $-1/T < 0$ şi rezultă că sistemul (1.12) este stabil;
– dacă $T < 0$, atunci polul $-1/T > 0$ şi rezultă că sistemul (1.12) este instabil.

- Sistemul de ordinul II, este un sistem elementar cu funcţia de transfer

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}, \tag{1.13}$$

unde $\omega_n > 0$ este *pulsaţia naturală* a sistemului (1.13) şi $\zeta \in \mathbb{R}$. Dacă $\zeta \leq 0$, acesta reprezintă *factorul de amortizare* al sistemului (1.13).

Pentru $|\zeta| < 1$, polii sistemului sunt complex-conjugaţi,

$$p_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1 - \zeta^2} = \operatorname{Re} p_{1,2} \pm j \operatorname{Im} p_{1,2}. \tag{1.14}$$

Inspectând valorile şi semnul lui ζ putem determina stabilitatea sistemului. Astfel,

– dacă $\zeta > 0$, atunci coeficientul $2\zeta\omega_n > 0$ şi, conform corolarului 1.1, rezultă că sistemul (1.13) este stabil;
– dacă $\zeta = 0$, atunci $\operatorname{Re} p_{1,2} = -\zeta\omega_n = 0$ şi, conform teoremei 1.1, rezultă că sistemul (1.13) se află la limita de stabilitate (este stabil în sens nestrict);
– dacă $\zeta < 0$, atunci coeficientul $2\zeta\omega_n < 0$ şi, conform corolarului 1.1, rezultă că sistemul este instabil.

Reprezentări ale funcţiilor de transfer Un sistem descris de o funcţie de transfer $H(s)$ ca în (1.7), ireductibilă se poate reprezenta ca produs de factori elementari, în formă *poli-zerouri-amplificare (ZPK)* drept

$$H(s) = K\frac{1}{s^q}\frac{\prod_{i=1}^{m_1}(s + z_i)\prod_{i=1}^{m_2}\left(s^2 + 2\zeta_{zi}\omega_{0zi}s + \omega_{0zi}^2\right)}{\prod_{j=1}^{n_1}(s + p_j)\prod_{j=1}^{m_2}\left(s^2 + 2\zeta_{pj}\omega_{0pj}s + \omega_{0pj}^2\right)}, \tag{1.15}$$

unde q poate fi pozitiv, negativ sau nul, iar n_1 şi n_2 sunt numărul de zerouri reale $-z_i$, respectiv numărul perechilor de zerouri complex conjugate, iar m_1 şi m_2 sunt numărul de poli reali $-p_j$, respectiv numărul perechilor de poli complex conjugaţi. În lucrarea de faţă, este prezentată proiectarea sistemelor de reglare a roboţilor şi a proceselor asociate acestora, caracterizate prin sisteme LTI. Deseori, aceste sisteme prezintă comportamente care nu conţin poli complex-conjugaţi sau zerouri complex-conjugate. În astfel de cazuri, forma (1.15) se poate reduce la o reprezentare simplificată (în care factorii de amortizare de la numărător sau de la numitor satisfac $\zeta \geq 1$)

$$H(s) = K\frac{1}{s^q}\frac{\prod_{i=1}^{m}(s+z_i)}{\prod_{j=1}^{n}(s+p_j)}e^{-\tau s} = \widetilde{K}\frac{1}{s^q}\frac{\prod_{i=1}^{m}(T_{zi}s+1)}{\prod_{j=1}^{n}(T_{pj}s+1)}e^{-\tau s}, \tag{1.16}$$

unde K este amplificarea procesului, $\tau \geq 0$ este întârzierea (timpul mort) şi $T_{zi,pj}$, $\widetilde{K}$ sunt constante de timp, resepctiv amplificarea procesului, date de

$$T_{zi} = \frac{1}{z_i}, \quad T_{pj} = \frac{1}{p_j}, \quad \widetilde{K} = K\frac{\prod_{i=1}^{m} z_i}{\prod_{j=1}^{n} p_j},$$

cu $-z_i$ zerourile procesului, iar $-p_j$ sunt polii (stabili ai) procesului.

Forma ZPK simplificată permite o clasificare[6] facilă a proceselor care ajută la alegerea metodei de proiectare. Astfel, procesele sunt clasificate după

a) dinamică:
   - procese lente, dacă au cel puţin o constantă de timp mai mare de 10 secunde;
   - procese rapide, dacă au toate constantele de timp mai mici de 10 secunde;

b) ordinul relativ de mărime a constantelor de timp:
   - procese cu constantă de timp parazită, dacă există o constantă de timp de cel puţin un ordin de mărime mai mic decât toate celelalte constante de timp (numite constante dominante);
   - procese fără constantă parazită;

c) întârzierile pure:
   - procese cu timp mort;
   - procese fără timp mort.

Filtrare înseamnă schimbarea amplitudinilor relative ale componentelor frecvenţiale dintr-un semnal sau chiar eliminarea unor componente frecvenţiale cu totul. Sistemele LTI care lasa să treacă anumite frecvenţe esenţial nemodificate şi atenuează (sau chiar elimină) alte frecvenţe se numesc *filtre selective de frecvenţă*.

[6] În cazul în care procesul are poli complex-conjugaţi, clasificarea se face în funcţie de timpul tranzitoriu. Aceasta nu este deloc intuitivă deoarece trebuie analizate perechi de valori ale lui ω_n şi ζ.

Astfel, fie un sistem de convoluţie $y(t) = (h*u)(t)$. Deoarece $Y(s) = H(s)U(s)$, pentru $s = j\omega$, unde pulsaţia ω satisface $\omega > 0$,

$$Y(j\omega) = H(j\omega)U(j\omega), \tag{1.17}$$

unde $H(j\omega)$ este răspunsul în frecvenţă al sistemului.

Numim *bandă de trecere* a unui filtru intervalul de frecvenţe $[\omega_1 , \omega_2]$ pentru care răspunsul în frecvenţă al filtrului analogic $H(s)$ este $|H(j\omega)| \approx 1$. *Banda de oprire* (sau de stop) reprezintă intervalul de frecvenţe $[\omega_1 , \omega_2]$ pentru care $|H(j\omega)| \approx 0$).

În funcţie de poziţionarea intervalului $[\omega_1 , \omega_2]$, care poate fi şi deschis la unul din capete, distingem mai multe categorii de filtre.

Menţionăm aici sistemele de ordinul I şi II, descrise de ecuaţiile (1.12) şi, respectiv, (1.13), care au o caracteristică de filtrare de tip *trece-jos* pe banda de joasă frecvenţă $[0, 1/T]$ şi, respectiv, $[0, \omega_n]$. În acest caz, T mai poartă numele de constantă de filtrare.

Răspunsul în timp al sistemelor Fie un sistem de convoluţie $y(t) = (h * u)(t)$, definit de funcţia pondere $h(t)$, care admite funcţie de transfer raţională $H(s) = \mathcal{L}\{h(t)\}(s)$. În domeniul frecvenţă (sau operaţional) relaţia din domeniul timp este echivalentă cu $Y(s) = H(s)U(s)$.

Răspunsul forţat la intrarea persistentă[7] $u(t)$ în timp al acestui sistem este $y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{Y(s)\}(t)$. Deoarece transformatele Laplace ale semnalelor de intrare standard sunt la rândul lor funcţii raţionale, reiese că şi $Y(s)$ este o funcţie raţională. Pentru calculul lui $y(t)$ este deci necesar să se determine transformata Laplace inversă a unei funcţii raţionale.

Câteva răspunsuri ale sistemelor sunt de mare interes în teoria sistemelor şi a reglării automate, precum:

- răspunsul la treaptă (unitară), $u(t) = \mathbf{1}(t)$, numit *răspuns indicial*,
- răspunsul la impuls, care este funcţia pondere a sistemului (de convoluţie[8])
- răspunul la semnale armonice în general, $u(t) = e^{j\omega t}, \omega \in \mathbb{R}$, numit *răpuns în frecvenţă*[9].

[7]Un semnal $u(t)$ are caracter permanent (sau persistent) dacă $\lim_{t\to\infty} u(t) \neq 0$ sau dacă $\lim_{t\to\infty} u(t)$ nu există. De exemplu, semnalele standard de tip treaptă, rampă sau armonic au caracter permanent (nu se „sting” după o perioadă de timp).

[8]Impulsul este element neutru la operaţia de convoluţie.

[9]În particular, de interes este răpunsul la semnale sinusoidale $u(t) = \sin \omega t$, $\omega \in [0, \infty)$.

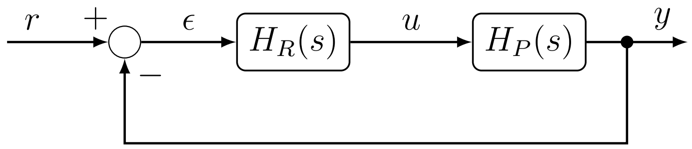


Figura 1.5: SRA cu un grad de libertate, definiţie

Structura unui sistem de reglare automată (SRA) este prezentată în figura 1.5.

Procesul P – reprezentat prin functia de transfer $H_P(s)$ – este alcătuit din instalaţia tehnologică, elemente de execuţie şi traductoare. Descrierea fizică a acestuia este un aspect central în rezolvarea problemelor de conducere. Aşadar, inginerul proiectant trebuie să fie familiarizat cu funcţionarea procesului, descrisă prin ecuaţii matematice şi fizice (conservarea energiei şi/sau a maselor, fluxul materialelor în sistem), ecuaţii diferenţiale, ecuaţii cu diferenţe, funcţii de transfer, modele în spaţiul stărilor etc.

Problema centrală a reglării este de a găsi cea mai bună cale tehnic realizabilă de a acţiona asupra unui proces astfel încât comportamentul acestuia (descris de mărimea reglată y) să se apropie, cu anumite performanţe, de un *comportament dorit, stabil*. În plus, acest comportament (stabil) aproximativ trebuie asigurat în condiţii de incertitudine (din reprezentarea procesului, de exemplu) şi în prezenţa *perturbaţiilor* sau a *zgomotelor de măsurare* care acţionează asupra procesului. Aşadar, prin *reglare* se înţelege capacitatea de a duce un proces din starea curentă într-o stare dorită. Elementul schemei standard care realizează acest lucru şi care generează comanda u pe baza semnalului de eroare ϵ, se numeşte *regulator R* – reprezentat prin funcţia de transfer $H_R(s)$.

Sintetizând, problema se poate reformula: Dat un proces LTI, cu funcţia de transfer $H_P(s)$, să se găsească un regulator (tot sistem LTI) cu funcţia de transfer $H_R(s)$, astfel încât

- SRA să fie *stabil*,
- în condiţii de stabilitate asigurată, mărimea măsurată y să aibă un comportament dorit, în prezenţa eventualelor incertitudini, perturbaţii, sau zgomote de măsură.

Utilizând schema din figura 1.5, se obţin un set de funcţii de transfer de interes,

- funcţia de transfer *în buclă deschisă/pe calea directă*

$$H_d(s) = H_P(s)H_R(s), \tag{1.18}$$

- funcţia de transfer *în buclă închisă*

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1 + H_d(s)} = \frac{H_P(s)H_R(s)}{1 + H_P(s)H_R(s)}. \tag{1.19}$$

Regim permanent/staţionar şi regim tranzitoriu Din punct de vedere al reglării ne interesează răspunsul unui SRA *stabil*, i.e., la o intrare mărginită să obţinem o ieşire mărginită. Prin urmare, răspunsul forţat al unui sistem *stabil* are componentă:

– staţionară (permanentă) $y_{st}(t)$[10], atunci când mărimile exogene (intrări, referinţe sau perturbaţii) îşi păstrează forma de variaţie suficient de mult timp, iar răspunsul în timp al sistemului devine persistent şi se va numi *regim permanent sau staţionar*;
– tranzitorie $y_t(t)$ atunci când o mărime exogenă îşi modifică forma de variaţie în timp, sistemul trece dintr-un regim staţionar în altul, iar această perioadă de tranziţie se numeşte *regim tranzitoriu*[11].

Prin urmare, răspunsul unui sistem *stabil* la un semnal de intrare persistent se poate scrie ca

$$y(t) = y_{st}(t) + y_t(t).$$

Să notăm că $\lim_{t\to\infty} y_t(t) = 0$ şi că $y_{st}(t)$ ($y_p(t)$) reproduce forma de variaţie a semnalului de intrare.

Indicatori de performanţă de regim staţionar şi tranzitoriu la intrare treaptă Fiind dat un sistem *stabil* caracterizat de o funcţie de transfer $H(s)$ cu polii *în semiplanul complex stâng*, răspunsul *staţionar* al acestuia la intrare $u(t) = \mathbf{1}(t)$ este[12]

$$y_{st}(t) = H(0)\mathbf{1}(t),$$

un de $H(0)$ se numeşte *amplificarea staţionară* a sistemului stabil $H(s)$. Mai mult, $\exists\, y(\infty) = H(0)$, care reprezintă valoarea de regim staţionar a semnalului y.

În practică, pentru răspunsul indicial, valorile iniţială şi, respectiv, cea de regim staţionar ale semnalelor se notează cu

- u_0 şi, respectiv, u_{st} pentru semnalul de intrare,
- y_0[13] şi, respectiv, y_{st} pentru răspuns (semnalul de ieşire).

[10] Termenul staţionar va fi folosit cu preponderenţă atunci când semnalele exogene au componenta persistentă constantă, i.e, semnal treaptă. Atunci când mărimile exogene sunt semnale care au o componentă persistentă care nu e constantă, e.g., un semnal rampă sau sinusoidal, se va folosit termenul de regim permanent şi se va adopta notaţia $y_p(t)$.

[11] Între două regimuri tranzitorii se găseşte, de obicei, un regim staţionar.

[12] Rezultatul se demosntrează folosind Teorema valorii finale a transformatei Laplace.

[13] În cazul sistemelor fizice, $y(0)$ reprezintă valoarea de regim staţionar al semnalului y înainte de aplicarea variaţiei semnalului de intrare $u(t)$ (sau $r(t)$).

În simulare, se practică utilizarea de trepte cu $u_0 = 0$ şi $u_{st} = 1$ (trepte unitare). Prin urmare, $y_0 = 0$ şi $y_{st} = H(0)$ (amplificarea staţionară a sistemului). Totuşi, pentru procesele reale, aceste valori depind de domeniile de funcţionare a componentelor sale (elemente de acţionare, transferuri de energie, componente mecanice şi mecatronice, senzori şi traductoare etc.).

Criteriile de performanţă se impun în timpul proiectării.

Stabilitatea în buclă închisă a SRA este prima şi cea mai importantă cerinţă.

Definiţia 1.2. SRA din figura 1.5 este stabil (intern) dacă şi numai dacă *toate* funcţiile de transfer care se pot determina din această schemă sunt stabile BIBO.

Astfel, pentru un proces stabil, se va impune ca SRA să păstreze stabilitatea în buclă închisă. Pentru un proces instabil, se va impune ca SRA să asigure stabilitatea în buclă închisă. Pentru un SRA ca în figura 1.5, este suficient ca stabilitatea internă să fie analizată utilizând funcţia de transfer în buclă închisă $H_0(s)$[14]. În acest caz, polii SRA în buclă închisă depind de polii şi de zerourile procesului şi ai regulatorului care formează împreună componentele de pe calea directă şi/sau inversă. Aşadar, este absolut necesar ca regulatorul să nu conţină poli/zerouri instabile (situate în jumătatea dreaptă a planului complex, sau pe axa imaginară eventual cu multiplicităţi mai mari de unu). După ce a fost asigurată stabilitatea în buclă închisă, se impun cele două obiective majore ale SRA:

- urmărirea referinţei;
- rejecţia perturbaţiilor.

În practică, aceste cerinţe de performanţă comportă diverse formulări. În cele ce urmează, se vor folosi o serie de indicatori de performanţă definiţi în domeniul timp.

Definiţia 1.3. Eroarea de reglare ϵ reprezintă semnalul obţinut din diferenţa între semnalul de referinţă şi cel de ieşire măsurat,

$$\epsilon(t) = r(t) - y(t).$$

Indicatorii de regim staţionar sunt aceia la a căror precizie se referă performanţa SRA. Aceştia reprezintă capacitatea SRA de a asigura erori de reglare cât mai mici în regimurile staţionare ale sistemului.

[14]Pentru schema SRA din figura 1.5, toate funcţiile de transfer din buclă au numitorul identic cu al lui $H_0(s)$. Prin urmare, dacă H_0 este stabilă, conform definiţiei 1.2, SRA este stabil intern.

Analitic, *în condiţii de stabilitate internă* asigurate, eroarea de reglare în regim staţionar se caracterizează[15] ca

$$\epsilon_{st} = \lim_{s\to 0} sS(s)R(s),$$

unde $R(s)$ este referinţa şi $S(s)$ reprezintă funcţia de sensibilitate a buclei SRA,

$$S(s) = \frac{1}{1 + H_d(s)} = 1 - H_0(s).$$

Uzual, două dintre cele mai comune tipuri de referinţe sunt semnalul treaptă (unitară) şi semnalul rampă. Pentru acestea, se pot defini două tipuri de erori relevante regimurilor staţionare, i.e.,

- **eroarea staţionară de poziţie** ϵ_{st}, valoarea de regim staţionar a erorii de reglare la referinţă treaptă ($R(s) = 1/s$)

$$\epsilon_{st} = \lim_{s\to 0} sS(s)\frac{1}{s} = S(0), \tag{1.20}$$

- **eroarea staţionară de viteză** ϵ_v, valoarea de regim staţionar a erorii de reglare la referinţă rampă ($R(s) = 1/s^2$)

$$\epsilon_v = \lim_{s\to 0} sS(s)\frac{1}{s^2} = \lim_{s\to 0} \frac{S(s)}{s}. \tag{1.21}$$

Observaţia 1.6. În mod uzual, formularea „eroare staţionară" se referă la eroarea de reglare în regim staţionar pentru referinţa treaptă, adică la eroarea de poziţie. Aceasta oferă cele mai multe informaţii despre SRA, ţinând cont şi de faptul că cele mai multe tipuri de referinţă în industrie sunt de tip treaptă.

Observaţia 1.7. i) Referinţa treaptă este urmărită (asimptotic) dacă şi numai dacă $S(0) = 0$ [16], în (1.20).
ii) Din relaţia (1.21), se observă că pentru $S(0) \neq 0$ rezultă că $\epsilon_v \to \infty$. Prin urmare, eroarea de viteză există şi este finită dacă eroarea de poziţie este nulă, i.e., $S(0) = 0$. Prin urmare, dacă SRA urmăreşte o referinţă de tip treaptă, eroarea de viteză este finită şi, mai mult,

$$\epsilon_v = \left.\frac{\mathrm{d}S(s)}{\mathrm{d}s}\right|_{s=0}.$$

[15] Folosind teorema valorii finale a transformatei Laplace

[16] Această condiţie este un caz particular al principiului modelului intern din teoria sistemelor, potrivit căruia, un SRA urmăreşte (asimptotic) un semnal de referinţă persistent dacă şi numai dacă polii (instabili) ai acestuia se află printre zerourile funcţiei de sensibilitate S. Prin urmare, pentru urmărirea unei referinţe treaptă, trebuie ca polul din origine al acesteia să fie zerou al funcţiei de sensibilitate S.

Dacă se doreşte ca rampa de referinţă să fie urmărită exact ($\epsilon_v = 0$), atunci trebuie să impunem condiţia ca zerourile în origine ale rampei să fie zerourile lui S şi, respectiv ale lui $\mathrm{d}S/\mathrm{d}s$ [17], i.e.,

$$\epsilon_v = 0 \Leftrightarrow S(0) = 0, \quad \text{şi} \quad \left.\frac{\mathrm{d}S(s)}{\mathrm{d}s}\right|_{s=0} = 0.$$

Indicatori de regim tranzitoriu

Definiţia 1.4. Următoarele afirmaţii definesc principalii indicatori de performanţă ai regimului tranzitoriu al răspunsului indicial al SRA.

• **Suprareglajul** σ reprezintă depăşirea maximă y_{max} a ieşirii faţă de valoarea sa finală de regim staţionar $y(\infty)$, exprimată în procente raportat la diferenţa dintre $y(\infty)$ şi valoarea sa iniţială $y(0)$,

$$\sigma[\%] = \frac{y_{max} - y(\infty)}{y(\infty) - y(0)} \cdot 100 = \frac{y_{max} - y_{st}}{y_{st} - y_0} \cdot 100.$$

• **Timpul tranzitoriu** t_t reprezintă intervalul de timp măsurat de la aplicarea unei variaţii la intrare şi până când semnalul de ieşire y al sistemului intră şi rămâne într-o bandă de $\pm 2 \div 5\%$ din valoarea sa de regim staţionar $y(\infty)$.

Pentru urmărirea referinţei, cerinţele de perfomanţă reprezintă condiţiile impuse asupra indicatorilor de perfomanţă în momentul proiectării. De exemplu, în domeniul timp, un set de cerinţe de perfomanţă poate să arate astfel:

- $\epsilon_{st} \leq \epsilon_{st0}$,
- $\epsilon_v \leq \epsilon_{v0}$;
- $\sigma \leq \sigma_0[\%]$,
- $t_t \leq t_{t0}[\text{sec.}]$.

Condiţia de *rejecţie a perturbaţiilor* presupune ca sistemul *să revină la punctul de funcţionare* în care s-a aflat înainte de apariţia unei pertubaţii în sistem. De exemplu, în cazul perturbaţiilor de tip treaptă, acestea modifică în mod permanent valoarea semnalelor afectate din proces. O lege de reglare ar trebui să ajusteze comanda în aşa fel încât să se ţină cont de efectul perturbaţiei.

Efectul perturbaţiilor se observă cel mai adesea în valoarea de regim staţionar a ieşirii procesului (mărimea reglată), conducând la depărtarea valorii ieşirii faţă de valoarea dorită a referinţei, afectând astfel valoarea erorii de reglare în regim staţionar ϵ_{st} ca în figura 1.6.

[17] Conform aceluiaşi principiu al modelului intern menţionat în nota anterioară.

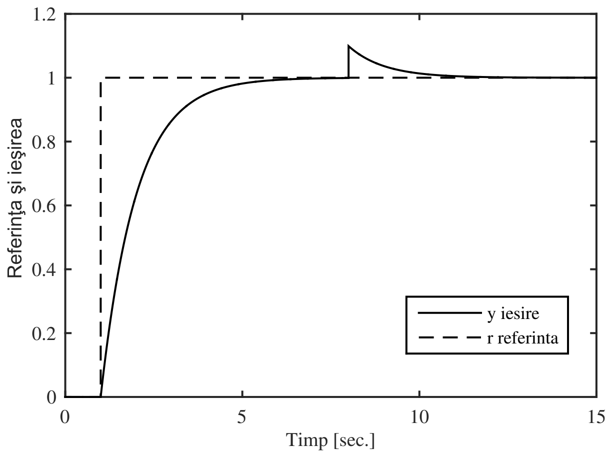


Figura 1.6: Urmărirea referinţei treaptă şi rejecţia perturbaţiei treaptă

Observaţia 1.8. Stabilitatea buclei poate fi intuită prin simularea răspunsului indicial al SRA, verificând dacă acesta este finit sau nu după un timp şi selectând valori mai ridicate ale timpului de simulare.

În cele ce urmează prezentăm succint răspunsul *indicial*, i.e., la intrare treaptă unitară şi răspunsul la intrare rampă ale sistemelor elementare de ordinul I şi II.

Răspunsul sistemului de ordin I la intrare de tip treaptă şi de tip rampă Fie sistemul de ordinul I, caracterizat de funcţia de transfer $H(s)$ din relaţia (1.12).

Răspunsul indicial, pentru $u(t) = \mathbf{1}(t)$, este

$$Y(s) = \frac{K}{s(Ts+1)} = \frac{H(0)}{s} - \frac{K}{s+(1/T)},$$

care conduce la

$$y_1(t) = (K - Ke^{-\frac{t}{T}})\mathbf{1}(t). \tag{1.22}$$

Răspunsul are (vezi figura 1.7):

• regim staţionar $K \cdot \mathbf{1}(t)$, care are întotdeauna aceeaşi formă de variaţie ca şi intrarea, fiind identic cu aceasta doar pentru $K = 1$;
• suprareglajul $\sigma = 0$;
• timpul tranzitoriu $t_t \approx (3 \div 4)T$ (deoarece $\left|-Ke^{-\frac{t}{T}}\right| < 0.05K$ sau $0.02K$, $\forall t \geq (3 \div 4T)$ pentru benzile de regim staţionar de $\pm 5\%$, respectiv $\pm 2\%$.

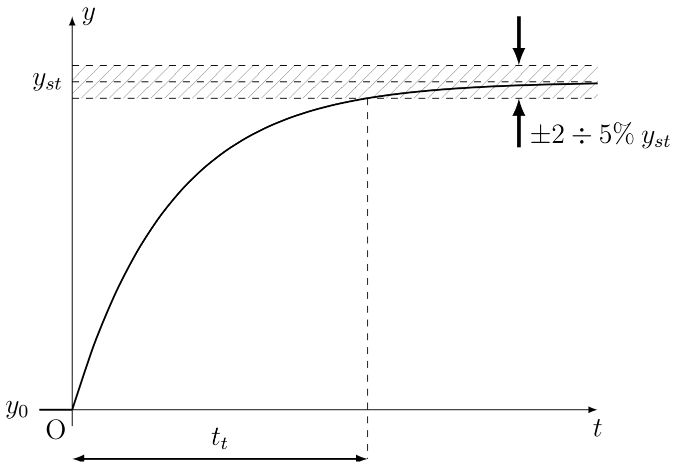


Figura 1.7: Răpunsul indicial al sistemului de ordin I

Răspunsul la intrare rampă, $u(t) = t\mathbf{1}(t)$, este (vezi figura 1.8)

$$Y(s) = \frac{K}{s^2(Ts+1)} = \frac{KT}{s+(1/T)} + \frac{H(0)}{s^2} + \frac{H'(0)}{s},$$

care conduce la

$$y_{ramp}(t) = KTe^{-\frac{t}{T}}\mathbf{1}(t) + K(t-T)\mathbf{1}(t). \quad (1.23)$$

Prin urmare, răspunsul comportă regimul staţionar $K(t-T)\cdot\mathbf{1}(t)$, care are întotdeauna aceeaşi formă de variaţie ca şi intrarea, neputând fi identic cu aceasta nici pentru $K = 1$.

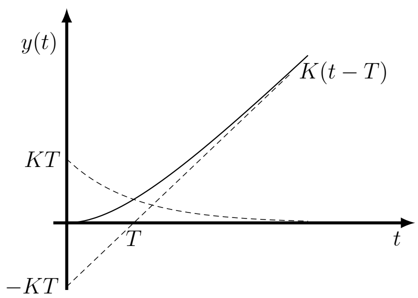


Figura 1.8: Răpunsul la intrare rampă al sistemului de ordin I

Răspunsul indicial al sistemului de ordin II Fie sistemul de ordinul II, cu funcţia de transfer $H(s)$ definită de (1.13), cu polii descrişi de relaţia (1.14).

Răspunsul la intrare treaptă, în domeniul s, este

$$Y(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2)} = \frac{H(0)}{s} - \frac{s-\sigma_d}{(s-\sigma_d)^2+\omega_d^2} - \frac{\omega_d}{(s-\sigma_d)^2+\omega_d^2}\cdot\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}.$$

Deducem că

$$y(t) = \left(1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}}\sin(\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}t+\varphi)\right)\mathbf{1}(t), \quad \cos\varphi = \zeta \qquad (1.24)$$

prezentat în figura 1.9. În funcţie de ζ avem următoarele cazuri (vezi figura 1.10):

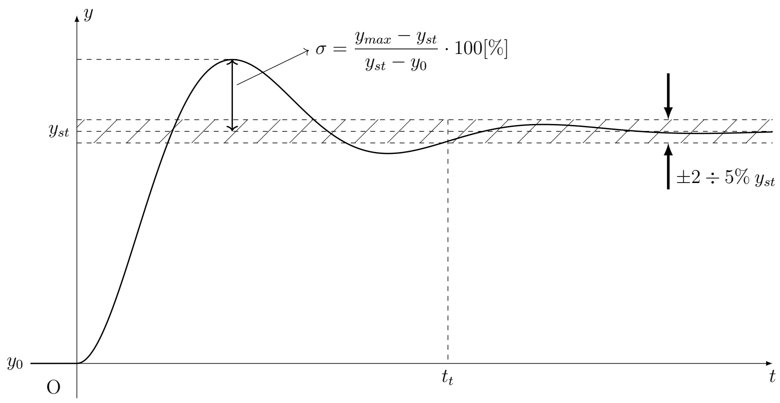


Figura 1.9: Răspunsul indicial al sistemului de ordin II

• $\zeta = 0 \rightarrow y_1(t) = (1 - \cos\omega_n t)\,\mathbf{1}(t)$, regim oscilant întreţinut prin oscilaţii de amplitudine egală (neamortizat) vezi figura 1.10b;
• $\zeta < 1$, oscilaţii amortizate (sistemul are o pereche de poli complex conjugaţi) vezi figura 1.10a;
• $\zeta = 1 \rightarrow y_1(t) = \left(1 - \omega_n t e^{-\omega_n t} - e^{-\omega_n t}\right)\mathbf{1}(t)$, regim aperiodic critic, vezi figura 1.10c;
• $\zeta > 1$, regim supra-amortizat (sistemul are doi poli reali simpli), vezi figura 1.10d.

Răspunsul $y(t)$ din (1.24) are

• regim staţionar $K\mathbf{1}(t)$, unde $K = 1$ pentru sistemul definit de $H(s)$ ca în (1.13)[18]
• suprareglaj

$$\sigma = e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}};$$

• timp tranzitoiru

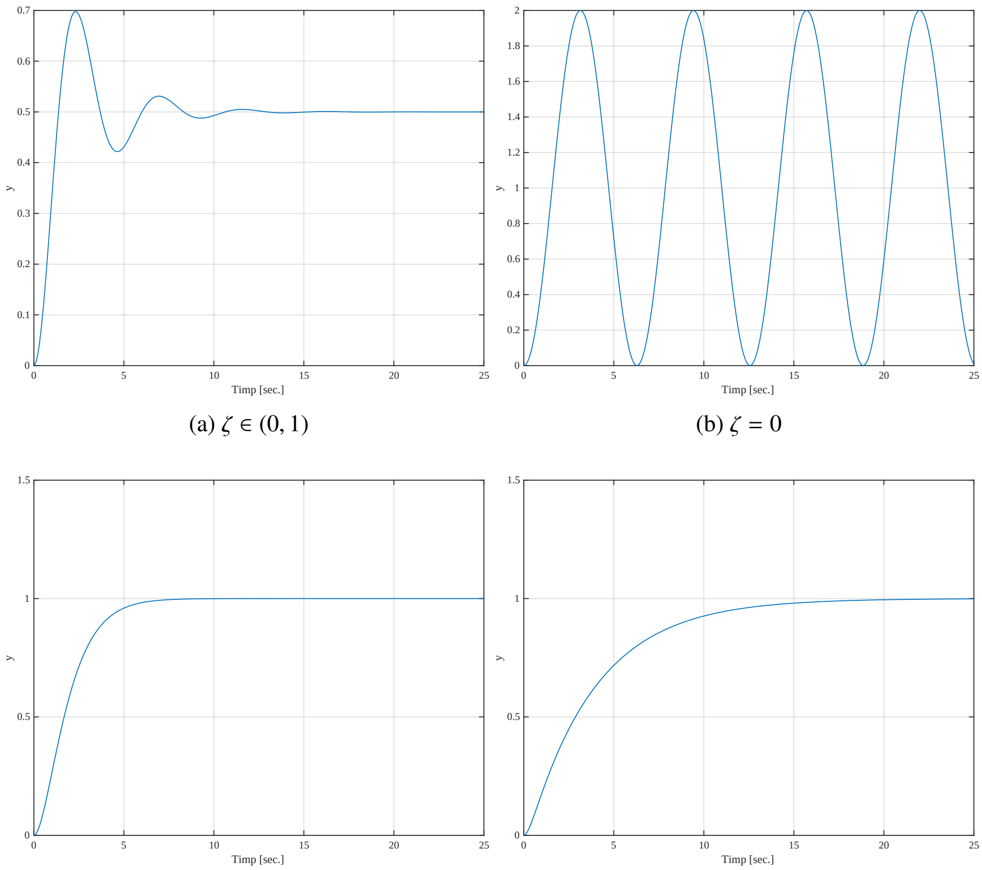
$$t_t = \frac{\ln\left(\beta\sqrt{1-\zeta^2}\right)}{-\zeta\omega_n},$$

cu $\beta = 0.05$, sau 0.02 pentru benzile de $\pm 5\%$ sau, respectiv, $\pm 2\%$.

1.2 Sarcini de lucru

1. Se realizează modelul de simulare pentru validare al unui proces liniar cu o intrare şi o ieşire (SISO).
   1.1. Se realizează schema Simulink din exemplul 1.1, considerând valorile numerice $m = 4kg$ şi $b = 0.2N\text{sec.}/m$.

[18] În practică, procesele de ordin II au forma (1.13) care poate fi amplificată cu $K > 0$, $K \neq 1$.



(a) $\zeta \in (0, 1)$ (b) $\zeta = 0$

(c) $\zeta = 1$ (d) $\zeta > 1$

Figura 1.10: Răspunsul indicial al sistemului de ordin II

1.2. Se adaugă un bloc treaptă la intrare (*Step* din categoria *Sources*) şi un bloc osciloscop la ieşire (*Scope* din categoria *Sinks*). Se rulează modelul în buclă deschisă şi se notează observaţii asupra răspunsului din punct de vedere al regimului tranzitoriu şi al celui staţionar.
   - Se verifică (grafic) stabilitatea sistemului în buclă închisă.
   - Se determină (grafic) indicatorii de performanţă: timpul tranzitoriu t_t şi suprareglajul σ.

   Apoi se elimină blocurile treaptă şi cel osciloscop.

1.3. Se încastrează modelul obţinut într-un subsistem, utilizându-se porturi de intrare şi de ieşire pentru variabilele de intrare şi de ieşire (meniul *Ports & Subsystems*).
   - Se deschide un model nou şi se creează un subsistem în acesta (meniul

Ports & Subsystems).
– Se deschide subsistemul nou creat (dublu-click) şi se copiază în schema realizată la pasul 1.1.

1.4. În noul model se adaugă un regulator reprezentat printr-o funcţie de transfer (*Transfer Fcn.* din categoria *Continuous*). Se dă acestei funcţii de transfer valoarea $(10s + 2)/(5s)$ prin setarea corespunzătoare a parametrilor *Num* (numărător) şi *Den* (numitor) accesaţi prin dublu-click pe caseta funcţiei de transfer. Cei doi vectori conţin parametrii polinoamelor începând de la puterea cea mai mare,

```
Num [10 2]
Den [5 0].
```

1.5. Se adaugă un bloc treaptă la intrare (*Step* din categoria *Sources*) şi un bloc osciloscop (*Scope* din categoria *Sinks*) la ieşire. Se adaugă un comparator şi se închide bucla (figura 1.11).

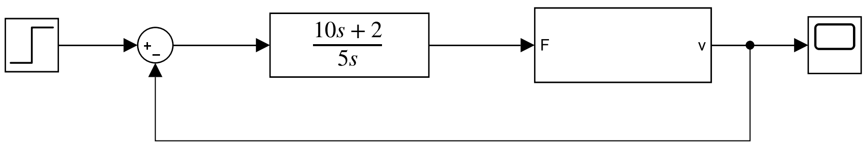


Figura 1.11: Schema Simulink pentru subpunctul 1.5

1.6. Se rulează modelul în buclă înschisă şi se notează observaţii asupra răspunsului, comparându-se cu modelul obţinut la pasul 1.2. din punct de vedere al regimului tranzitoriu şi al celui staţionar.
– Se verifică (grafic) stabilitatea sistemului în buclă închisă.
– Se determină (grafic) valoarea erorii de poziţie ϵ_{st}.
– Se determină (grafic) indicatorii de performanţă: timpul tranzitoriu t_t şi suprareglajul σ. Se compară valorile obţinute cu cele determinate la pasul 1.2.

2. Se realizează schema Simulink a modelului procesului neliniar din exemplul 1.2 parcurgând paşii următori, cu valorile numerice

$$m = 4000g, \quad g = 9.8m/\text{sec.}^2, \quad \theta = 40^\circ, \quad b = 0.2N\text{sec.}/m.$$

2.1. Se transformă valorile numerice în unităţi SI (ale sistemului internaţional de unităţi).

2.2. Se identifică variabilele de intrare şi de ieşire din model.

2.3. Se izolează variabila/variabilele de ieşire prin rescrierea corespunzătoare a ecuaţiilor (1.4).

2.4. Se construieşte schema Simulink a noilor ecuaţii.

2.5. Se vor utiliza porturi de intrare şi de ieşire pentru variabilele de intrare şi de ieşire (meniul *Ports & Subsystems*).

2.6. Se încastrează modelul obţinut într-un subsistem.

– Se deschide un model nou şi se creează un subsistem în acesta (meniul *Ports & Subsystems*).

– Se deschide subsistemul nou creat (dublu-click) şi se copiază în acesta schema realizată la pasul 2.4.

2.7. Prin analiza numelor adăugate implicit blocului subsistem, se poate observa dacă porturile de intrare şi de ieşire din model au fost corect atribuite.

2.8. Se testează modelul obţinut prin adăugarea unui bloc de tip treaptă (*Step*) şi observarea răspunsului sistemului (*Scope*). Se compară rezultatele obţinute în buclă deschisă cu cele ale modelului anterior.

– Se verifică (grafic) stabilitatea sistemului în buclă închisă.

– Se determină (grafic) indicatorii de performanţă: timpul tranzitoriu t_t şi suprareglajul σ. Se compară valorile obţinute cu cele determinate la punctele 1.2 şi 1.6.

2.9. Se repetă paşii 1.4-1.6 pentru modelul curent. Se analizează diferenţele dintre rezultate şi cauzele acestora.

– Se verifică (grafic) stabilitatea sistemului în buclă închisă.

– Se determină (grafic) valoarea erorii de poziţie ϵ_{st}.

– Se determină (grafic) indicatorii de performanţă: timpul tranzitoriu t_t şi suprareglajul σ. Se compară valorile obţinute cu cele determinate la punctele 1.2, 1.6 şi 2.8.

3. Se analizează sistemul de conducere pentru unghiul θ variabil prin înlocuirea acestuia în modelul Simulink cu un generator de semnal sinusoidal (blocul *Sine* în categoria *Sources*) cu frecvenţa convenabil aleasă şi amplitudine de maxim un radian.

– Se verifică (grafic) stabilitatea sistemului în buclă închisă.

– Se determină (grafic) valoarea erorii de poziţie ϵ_{st}.

– Se determină (grafic) indicatorii de performanţă: timpul tranzitoriu t_t şi suprareglajul σ. Se compară valorile obţinute cu cele determinate la punctele 1.2, 1.6, 2.8 şi 2.9.