

1ª LISTA DE EXERCÍCIOS – INTEGRAIS MÚLTIPLAS

1. Calcule a integral iterada.

a) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{sen}(x)\cos(y)dydx.$

b) $\int_0^2 \int_0^1 (2x - y)^8 dx dy.$

c) $\int_1^4 \int_1^2 \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) dy dx.$

d) $\int_0^1 \int_{-3}^3 \frac{xy^2}{x^2 + 1} dy dx.$

e) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \int_0^{\frac{\pi}{3}} x \operatorname{sen}(x + y) dx dy$

f) $\int_0^1 \int_0^2 xy e^{x^2 y} dx dy.$

2. Determine o volume do sólido que se encontra abaixo da região τ e acima do retângulo R , onde:

a) $\tau = \{(x, y, z) : 3x + 2y + z = 12\}, R = [0, 1] \times [-2, 3].$

b) $\tau = \{(x, y, z) : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + z = 1\}, R = [-1, 1] \times [-2, 2].$

3. Calcule as integrais iteradas.

a) $\int_0^1 \int_0^{x^2} (x + 2y) dy dx.$

b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\cos(\theta)} e^{\operatorname{sen}(\theta)} dr d\theta.$

4. Calcule a integral dupla.

a) $\iint_D x \cos(y) dA$, onde D é delimitada por $y = 0$, $y = x^2$ e $x = 1$.

b) $\iint_D y^3 dA$, onde D é a região triangular delimitada pelos vértices $(0, 2)$, $(1, 1)$ e $(3, 2)$.

c) $\iint_D 2x - y dA$, onde D é a região delimitada pelo círculo de centro na origem e raio 2.

5. Determine o volume do sólido dado.

a) Abaixo do parabolóide $z = x^2 + y^2$ e acima da região delimitada por $y = x^2$ e $x = y^2$.

b) Limitada pelos planos coordenados e pelo plano $3x + 2y + z = 6$.

c) Delimitada pelos cilindros $z = x^2$, $z = y^2$ e pelos planos $y = 4$ e $z = 0$.

6. Calcule a integral dada, colocando-a em coordenadas polares.

- a) $\iint_D xy dA$, onde D é o círculo de centro na origem e raio 3.
- b) $\iint_D \cos(x^2 + y^2) dA$, onde D é a região acima do eixo x e dentro da circunferência $x^2 + y^2 = 9$.
- c) $\iint_D e^{-x^2 - y^2} dA$, onde D é a região delimitada pelo semicírculo $x = \sqrt{4 - y^2}$ e o eixo y .

7. Utilize coordenadas polares para determinar o volume do sólido dado.

- a) Abaixo do cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ e acima do disco $x^2 + y^2 \leq 4$.
- b) Uma esfera de raio a .

GABARITO

1.

$$\text{a)} \ 1. \quad \text{b)} -\frac{4^9}{45}. \quad \text{c)} \frac{21}{2} \ln(2).$$

$$\text{d)} \ 9 \ln(2). \quad \text{e)} \frac{\sqrt{3}-1}{2} - \frac{\pi}{12}. \quad \text{f)} \frac{1}{2}(e^2 - 3).$$

2.

$$\text{a)} \ \frac{95}{2}. \quad \text{b)} \ \frac{166}{27}.$$

3.

$$\text{a)} \ \frac{9}{20}. \quad \text{b)} e - 1.$$

4.

$$\text{a)} \ \frac{1}{2}(1 - \cos(1)). \quad \text{b)} \ \frac{147}{20}. \quad \text{c)} 0.$$

$$5. \ \text{a)} \ \frac{6}{35}.$$

6.

$$\text{a)} \ 0. \quad \text{b)} \ \frac{\pi \operatorname{sen}(9)}{2}. \quad \text{c)} \ \frac{\pi}{2}(1 - e^{-4}).$$

7.

$$\text{a)} \ \frac{16\pi}{3}. \quad \text{b)} \ \frac{4}{3}\pi a^3.$$