Nome: ______________________________ Matrícula: __________

1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Σ	

1ª Prova - MTM1039 - T 10
07 de Abril de 2017

Coloque o nome em todas as folhas. É proibido usar calculadora ou similares. Respostas sem justificativas ou que não incluam os cálculos necessários não serão consideradas. Nesta prova A^t denota sempre a transposta da matriz A.

Questão 1. *(2pts)* Considerando as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

(a) Para **cada uma** das matrizes acima diga todas as entradas (i, j) nas quais aparece um pivô;

(b) Se for possível, calcule

•[i] $AB - C$ • [ii] $A^tB^t + C$

Questão 2. *(2pts)* Para o sistema linear dado, encontre os valores de $a \in \mathbb{R}$ para os quais o sistema (i)não tem solução, (ii)tem infinitas soluções (e apenas neste caso descreva todos os exemplares de soluções) ou (iii)tem uma única solução.

$$\begin{cases} x + y - z = 2 \\ x + 2y + z = 3 \\ x + y + (a^2 - 5)z = a \end{cases}$$

Questão 3. *(2.5pts)* Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -1 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

(a) Calcule, usando escalonamento, o cofator $\widetilde{a}_{1,2}$. Com base nisto, a matriz $\widetilde{A}_{1,2}$, que representa o menor do elemento a_{12}, é invertível? Caso seja, encontre a inversa de $\widetilde{A}_{1,2}$;

(b) Volte para a matriz A. Determine os valores reais λ, tais que existe $X^t = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \end{bmatrix} \neq \bar{0}$ que satisfaz

$$AX = \lambda X;$$

(c) Para cada um dos valores de λ encontrados no item anterior, determinar todos $X^t = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \end{bmatrix}$ tais que

$$AX = \lambda X.$$

Questão 4. *(2.5pts)* Responda VERDADEIRO ou FALSO, com uma breve **justificativa**:

i-( ) Se A e B são duas matrizes 2×2, então $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$;

ii-( ) Se A e B são duas matrizes 2×2 invertíveis, então $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$;

iii-( ) Se $B = AA^t$, então $B^t = B$;

iv-( ) Se A é uma matriz 2×2, então $\det(3A) = 9 \det(A)$;

v-( ) Se A e B são matrizes 3×3, então $\det(A + B) = \det A + \det B$.

Questão 5. *(1pt)* (i)Mostre que se A é uma matriz 2×3, então o sistema $AX = \overline{0}$ tem um exemplar de solução não trivial.

E sabe-se que a quantidade de pivôs depende da matriz A dada, assim como a quantidade de variáveis livres. No entanto pode-se determinar a soma da quantidade de pivôs na forma esc. red. com a quantidade de variáveis livres, independentemente das entradas de A. (ii)Qual é essa soma se A é uma matriz 2×3?