Nome: ______________________________ Matrícula: __________

1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Σ	

1ª Prova - MTM1049 - T 10

14 de Setembro de 2016

Coloque o nome em todas as folhas. É proibido usar calculadora ou similares. Respostas sem justificativas ou que não incluam os cálculos necessários não serão consideradas. Nesta prova A^t denota sempre a transposta da matriz A.

Questão 1. *(1.6pts)*

(a) Quais são os três tipos de *operações elementares sobre as linhas de uma matriz* que foram desenvolvidos em aula? Aproveite e coloque a notação que usará para cada uma delas em sua prova (principalmente se for diferente daquela dada em aula).

(b) Mostre que toda operação elementar sobre as linhas possui inversa, ou seja, para cada operação elementar sobre as linhas há uma operação elementar que desfaz o que a operação anterior fez.

Questão 2. *(2pts)* Mostre que se A e B são matrizes $n \times n$ e invertíveis, então AB é invertível. (*Sugestão*: diga um candidato para a inversa de AB).

Questão 3. *(2pts)* Resolva os sistemas lineares usando o método de Gauss-Jordan (obtendo a solução após chegar na forma esc. red.) (Sugestão: os dois sistemas podem ser resolvidos simultaneamente)

(a) $\begin{cases} x - 2y + z & = 1 \\ 2x - 5y + z & = -2 \\ 3x - 7y + 2z & = -1 \end{cases}$ (b) $\begin{cases} x - 2y + z & = 2 \\ 2x - 5y + z & = -1 \\ 3x - 7y + 2z & = 2 \end{cases}$

Questão 4. *(2.4pts)* Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

(a) Calcule, usando escalonamento, o determinante de $A + A^t$. Com base nisto, $A + A^t$ é invertível? Caso seja, encontre a inversa de $A + A^t$;

(b) Volte para a matriz A. Determine os valores reais λ, tais que existe $X^t = \begin{bmatrix} x & y & z & w \end{bmatrix} \neq \bar{0}$ que satisfaz
$$AX = \lambda X;$$

(c) Para cada um dos valores de λ encontrados no item anterior, determinar todos $X^t = \begin{bmatrix} x & y & z & w \end{bmatrix}$ tais que
$$AX = \lambda X.$$

Questão 5. *(2pts)* Responda VERDADEIRO ou FALSO, com uma breve **justificativa** ou **contraexemplo**:

i-( ) Se D é uma matriz diagonal $n \times n$ (as entradas fora da diagonal de D são 0), então $DA = AD$ para toda matriz $n \times n$ A;

ii-( ) Se A é uma matriz 2×3, então o sistema linear $AX = B$, tem infinitas soluções;

iii-( ) Se $A^3 = \bar{0}$, então $(Id_n - A)^{-1} = Id_n + A + A^2$;

iv-( ) O cofator $\widetilde{a}_{12}$ da matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ é -4;

v-( ) Se A é uma matriz invertível tal que $A^t = -(A^2)$, então $\det(A) = -1$.