Nome: ______________________________ Matrícula: __________

1.	
2.	
3.	
4.	
Σ	

1ª Prova - MTM1018 - T 14
10 de Maio de 2018

É proibido usar calculadora ou similares. Respostas sem justificativas, que não usem os métodos indicados ou que não incluam os cálculos necessários não serão consideradas. A^t denota sempre a transposta da matriz A. Salvo menção em contrário, A, X e B denotam respectivamente a matrizes $m\times n$, $n\times 1$ e $m\times 1$; de coeficientes, de incógnitas e de termos independentes de um sistema linear $AX = B$, como usual.

Questão 1. *(5pts)*

(a) Defina, como visto em aula, o que significa dizer que $S = \{V_1, \dots, V_k\}$, um subconjunto de k vetores de $\mathbb{R}^n$, é um conjunto linearmente independente (LI).

(b) Dê um exemplo de conjunto $\{V_1, V_2, V_3\}$ de vetores em $\mathbb{R}^n$ (escolha um n para funcionar) que seja LD, mas $\{V_1, V_2\}$, $\{V_1, V_3\}$, $\{V_2, V_3\}$ sejam cada um LI; Agora dê outro exemplo de conjunto $\{V_1, V_2, V_3\}$ LD, mas que V_3 não seja combinação linear de V_1 e V_2;

(c) Considere os vetores $V_1 = (1, 2, 3, 0)$, $V_2 = (-2, -5, -8, 1)$, $V_3 = (2, 4, 6, 0)$ e $V_4 = (1, 1, 1, 1)$.

Verifique se os vetores $W_1 = (1, -2, -5, 4)$ e $W_2 = (2, -1, -3, 4)$ são combinação linear de V_1, V_2, V_3 e V_4. Detalhe o escalonamento que usar (*Sugestão*: os dois podem ser verificados simultaneamente);

(d) Observando sua solução no item (c), $\{V_1, V_2, V_3, V_4\}$ é LI? Se V_4 puder ser escrito como combinação linear dos demais, escreva uma combinação linear de V_1, V_2 e V_3 que resulta em V_4;

(e) Encontre uma base e a dimensão do subespaço de $\mathbb{R}^4$ (escreva um texto justificando a sua solução)

$$\mathbb{W} = \{(a - 2b + 2c + d, 2a - 5b + 4c + d, 3a - 8b + 6c + d, b + d) \in \mathbb{R}^4; a, b, c, d \in \mathbb{R}\}$$

Questão 2. *(2pts)* Considere a matriz $B = \left[\begin{smallmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{smallmatrix}\right]$

(a) (0pts) Calcule $A = BB^t + B^tB$.

(b) Considere a matriz A obtida no item anterior. Determine todos os valores reais λ, tais que existe $X = \left[\begin{smallmatrix} x \\ y \end{smallmatrix}\right] \neq \overline{0}$ que satisfaz

$$AX = \lambda X;$$

(c) (detalhe os conjuntos solução mas não detalhar os escalonamentos aqui)

Para cada um dos valores de λ encontrados no item anterior, determinar todos $X = \left[\begin{smallmatrix} x \\ y \end{smallmatrix}\right]$ tais que

$$AX = \lambda X.$$

Questão 3. *(2pts)* Responda VERDADEIRO ou FALSO, com uma breve **justificativa** ou **contraexemplo**:

i-( ) Se A é matriz $n\times n$ e D é uma matriz diagonal $n \times n$ (as entradas fora da diagonal de D são 0), então $DA = AD$;

ii-( ) O cálculo do determinante $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 7 & 1 \\ 1 & 3 & 3 & 9 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -4 & 1 & 11 & 1 \end{vmatrix}$ dá -3.

iii-( ) Pode-se fazer operações elementares nas linhas da matriz $\left[\begin{array}{ccc:ccc} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$

até chegar na matriz $\left[\begin{array}{ccc:ccc} 1 & 0 & 0 & 1/3 & -1/3 & 1/3 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1/6 & 1/6 & 1/6 \end{array}\right]$.

iv-( ) Um conjunto de dois vetores do $\mathbb{R}^2$ que é conjunto LI gera o $\mathbb{R}^2$;

Questão 4. *(1pt)* Mostre que se um sistema linear com coeficientes reais $AX = B$ possui duas soluções distintas X_0 e X_1, então o sistema linear $AX = B$ possui infinitas soluções. (*Sugestão*: Tente encontrar uma "reta de soluções")