Nome: ______________________________ Matrícula: __________

1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Σ	

3ª Prova - MTM1039 - T 11

6 de Julho de 2016

Coloque o nome em todas as folhas. É proibido usar calculadora ou similares. Respostas sem justificativas ou que não incluam os cálculos necessários não serão consideradas.

Questão 1. *(2pts)* Encontre uma base ortonormal para o subespaço do $\mathbb{R}^4$ dos vetores (a, b, c, d) tais que

$$a + 3b - c + d = 0.$$

Questão 2. *(2pts)* A matriz

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -16 \\ -1 & 4 & -12 \\ 0 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

é diagonalizável? Para tanto encontre todos os autovalores e para cada um encontre uma base para o autoespaço. Se A for diagonalizável, encontre as matrizes P invertível e D diagonal tais que $P^{-1}AP = D$.

Questão 3. *(2pts)* Considere o vetor $U_1 = (\frac{5}{7}, -\frac{2\sqrt{6}}{7})$.

(a) Escolha U_2 de forma que $\mathcal{S} = \{U_1, U_2\}$ seja base ortonormal de $\mathbb{R}^2$. Mostre que $\mathcal{S}$ é base;

(b) Escreva a matriz mudança de base $[M]_{SCC \leftarrow SCO}$ que realiza a mudança de coordenadas do novo sist. de coord. ortogonais (que manteve a origem O) $SCO_1 = (O, \{U_1, U_2\})$ para o sist. de coord. cartesianas usual $SCC = (O, \{E_1, E_2\})$;

(c) Considere $P = (1, 1)$. Encontre $[P]_{SCO_1}$, as coordenadas de P no novo sistema de coordenadas SCO_1.

Questão 4. *(2pts)* Responda VERDADEIRO ou FALSO, com uma breve **justificativa**:

i-( ) Se A é uma matriz 2×2 com somente um autovalor, então A é diagonalizável;

ii-( ) Os vetores $W_1 = (1, 1, 0)$, $W_2 = (0, 1, 1)$ geram o espaço $\mathbb{R}^3$;

iii-( ) Os vetores $W_1 = (1, 1, 0)$, $W_2 = (0, 1, 1)$ e $W_3 = (2, 3, 1)$ de $\mathbb{R}^3$ são LI;

iv-( ) O conjunto de pontos $(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4$ que satisfaz a equação

$$x + y + z + w = 0$$

é um espaço vetorial que tem dimensão 2.

Questão 5. *(2pts)*

(a) Encontre matrizes P ortogonal ($P^{-1} = P^t$) e D diagonal tais que $D = P^tAP$, onde

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -8 \\ -8 & 8 \end{bmatrix}$$

(b) Identifique a cônica de equação

$$8x^2 - 16xy + 8y^2 + 33\sqrt{2}x - 31\sqrt{2}y + 70 = 0$$

e reescreva a equação num novo sistema de coordenadas ortogonais que torne a equação mais simples de reconhecer.