2^a LISTA DE EXERCÍCIOS – MTM 1020

1. Determine se a série converge e, se convergir, encontre sua soma.

a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\left(-\frac{3}{4}\right)^{k-1}$

b) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k-1}\frac{7}{6^{k-1}}$

c) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{(k+2)(k+3)}$

d) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\frac{4^{k+2}}{7^{k-1}}$

2. Expresse as dízimas periódicas $0,4444444...$ e $5,3737373737$ como uma fração.

3. Uma bola é largada de uma altura de $10m$. A cada vez que ela bate no chão, ela repica verticalmente a uma altura que é $\frac{3}{4}$ da altura precedente. Encontre a distância total que a bola percorre, supondo que ela repique indeterminadamente.

4. Utilizando as séries geométricas, mostre que

a) $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k x^k=\frac{1}{1+x},\quad se\quad -1<x<1.$

b) $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty}(x-3)^k=\frac{1}{4-x},\quad se\ \ 2<x<4.$

c) $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k x^{2k}=\frac{1}{1+x^2},\quad se\quad -1<x<1.$

5. Mostre que $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+2}\right)=\frac{3}{2}.$

6. Sabendo que $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k(k+1)}=1$ e $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{6^k}=\frac{1}{5}$, encontre o valor das seguintes séries

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{7}{6^{k-1}}\quad e\quad \sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2k(k+1)}-\frac{1}{6^k}\right).$$

7. Para cada série p, identifique p e determine se a série converge.

a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k^3},$ **b)** $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{k}}$ **c)** $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty}k^{-1},$ **d)** $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}k^{-\frac{2}{3}}$

8. Verifique se o teste da integral é aplicável e use-o para determinar se a série é convergente.

a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{5k+2},$ **b)** $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{1+9k^2}$ **c)** $\displaystyle\sum_{k=-1}^{\infty}\frac{k}{1+k^2},$ **d)** $\displaystyle\sum_{k=8}^{\infty}\frac{1}{(3+7k)^{\frac{3}{2}}}$

9. Determine se a série é convergente.

a) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{k+5}}$, **b)** $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{ln(k+1)}$ **c)** $\sum_{k=1}^{\infty} k^2 sen^2(k^{-1})$, **d)** $\sum_{k=5}^{\infty} 7k^{-1,01}$.

Sugestão para o item c) recordar que $\lim_{x\to 0} \frac{sen(x)}{x} = 1$.

10. Através do Teste de comparação, determine se a série é convergente ou divergente.

a) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{5k^2 - k}$, **b)** $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3}{k - \frac{1}{4}}$ **c)** $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{3^k + 5}$

d) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{15sen^2(k)}{k!}$ **e)** $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{ln(k)}{k}$ **f)** $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{k^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{2}}$.

11. Através de algum método, determine se a série é convergente ou divergente.

a) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3^k}{k!}$, **b)** $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{5k}$ **c)** $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k!}{k^3}$, **d)** $\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{3k+2}{2k-1}\right)^k$.

e) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{5^k}$, **f)** $\sum_{k=1}^{\infty} (2 - e^{-k})^k$ **g)** $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2}{5^k}$, **h)** $\sum_{k=1}^{\infty} k^{50} e^{-k}$.

i) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sqrt{k}}{k^3 + 1}$, **j)** $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{k(k+1)}}$ **k)** $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{ln(k)}{e^k}$, **l)** $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(k+4)!}{4!k4^k}$.

m) $\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{k}{k+1}\right)^{k^2}$, **n)** $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{4 + 2^{-k}}$ **o)** $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(k!)^2}{(2k)!}$, **p)** $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{kln(k)}$.

12. Classifique a série como absolutamente convergente, condicionalmente convergente ou divergente.

a) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{3k}$, **b)** $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-4)^k}{k^2}$ **c)** $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{cos(k\pi)}{k}$, **d)** $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{k+2}{k(k+3)}$.

e) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{kcos(k\pi)}{k^2 + 1}$, **f)** $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\sqrt{k(k+1)}}$ **g)** $\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{-1}{ln(k)}\right)^k$, **h)** $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}k!}{(2k-1)!}$.

GABARITO 2^a LISTA DE EXERCÍCIOS – MTM 1020

1.a) $\frac{4}{7}$ **b)**6 **c)**$\frac{1}{3}$ **d)**$\frac{448}{3}$

2. $\frac{4}{9}$ e $\frac{532}{99}$

3. 70

6. $\frac{42}{5}$ e $\frac{3}{10}$

7.a) $p = 3$ converge **b)**$p = \frac{1}{2}$ diverge **c)**$p = 1$ diverge **d)**$p = \frac{2}{3}$ diverge

8.a) diverge **b)**converge **c)**diverge **d)**converge

9.a) diverge **b)**diverge **c)**diverge **d)**converge

Sugestão para o item c) recordar que $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{sen(x)}{x} = 1.$

10.a) converge **b)**diverge **c)**converge **d)**converge

e) diverge **f)**diverge

11.a) converge **b)**diverge **c)**diverge **d)**diverge

e) converge **f)**diverge **g)**converge **h)**converge

i) converge **j)**diverge **k)**converge **l)**converge

m) diverge **n)**diverge **o)**converge

12.a) converge condicionalmente **b)**diverge **c)**converge condicionalmente

d) converge condicionalmente **e)**converge condicionalmente **f)**converge condicionalmente **g)**converge absolutamente **h)**converge absolutamente