Nome: ______________________________ Matrícula: ________

1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Σ	

1ª Prova - MTM1039 - T 12

10 de Abril de 2015

Coloque o nome em todas as folhas. É proibido usar calculadora ou similares. Respostas sem justificativas ou que não incluam os cálculos necessários não serão consideradas. Nesta prova A^t denota sempre a transposta da matriz A.

Questão 1. *(2pts)* Considerando as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

(a) Quais estão na forma escalonada reduzida?

(b) Se for possível, calcule

$\bullet AB - BA$ $\qquad\qquad$ $\bullet\ C((AB)C)^t + 2C$

Questão 2. *(2pts)* Resolva os sistemas lineares usando o método de Gauss-Jordan (obtendo a solução após chegar na forma esc. red.)

(a) $\begin{cases} x + y + 2z & = 3 \\ x + 2y + 3z & = 5 \\ y + 2z & = 7 \end{cases}$ $\qquad$ (b) $\begin{cases} x + 4y + 5z & = 1 \\ x + 5y + 9z & = 2 \\ 2y + 8z & = 3 \end{cases}$

Questão 3. *(2.5pts)* Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

(a) Calcule, usando escalonamento, o determinante de $A - Id_4$. Com base nisto, $A - Id_4$ é invertível? Caso seja, encontre a inversa de $A - Id_4$;

(b) Determine os valores reais λ, tais que existe $X^t = \begin{bmatrix} x & y & z & w \end{bmatrix} \neq \bar{0}$ que satisfaz

$$AX = \lambda X;$$

(c) Para cada um dos valores de λ encontrados no item anterior, determinar todos $X^t = \begin{bmatrix} x & y & z & w \end{bmatrix}$ tais que

$$AX = \lambda X.$$

Questão 4. *(2.5pts)* Responda VERDADEIRO ou FALSO, com uma breve **justificativa**:

i-( ) Duas matrizes de ordem 4×4 A e B sempre satisfazem $AB = BA$;

ii-( ) Duas matrizes de ordem 4×4 A e B sempre satisfazem $\det(AB) = \det(BA)$;

iii-( ) Se $A^2 = -2A^4$, então $(Id_n + A^2)^{-1} = Id_n - 2A^2$;

iv-( ) Se A é uma matriz 3×3 e $B = A \cdot ((3A)^t \cdot A^{-1})$, então $9\det(A) = \det(B)$;

v-( ) O cofator $\widetilde{a}_{12}$ da matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ é -4.

Questão 5. *(1pt)* Se A e B são matrizes 3×2 e 2×3, respectivamente, mostre que AB não é invertível (Sugestão; analise os sistemas $BX = \bar{0}$ e $ABX = \bar{0}$)