Nome: ______________________________ Matrícula: _______

1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Σ	

2ª Prova - MTM1018 - T 15

03 de Dezembro de 2015

Coloque o nome em todas as folhas. É proibido usar calculadora ou similares. Respostas sem justificativas ou que não incluam os cálculos necessários não serão consideradas.

Questão 1. *(2pts)* Seja $T\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dada por $T(x,y) = (x-y, x+y)$. Encontre uma matriz que represente T (escolha a base que quiser). T é invertível? Se sim, encontre a matriz que representa T^{-1}.

Questão 2. *(2pts)* Sejam $B = \{(0,2),\ (2,-1)\}$ e $C = \{(1,1,0),\ (0,0,-1),\ (1,0,1)\}$ bases de $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}^3$, respectivamente. Seja $S\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ tal que

$$[S]_{C\leftarrow B} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 4 & 0 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}$$

(a) Encontre $[S]_{\tilde{E}\leftarrow E}$ (onde E e $\tilde{E}$ são as bases canônicas de $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}^3$) e expresse as 3 coordenadas de $S(x,y)$ na base $\tilde{E}$;

(b) Determine $\ker(S)$ e $\operatorname{Im}(S)$ encontrando bases para estes subespaços;

(c) Poderia existir uma transformação $T\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ sobrejetiva? Justifique.

Questão 3. *(2pts)* Para $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ e uma base B tal que

$$[T]_B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 12 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

encontre os autovalores de T e para cada autovalor determine a base para o autoespaço correspondente. T é diagonalizável? Se sim, quais são as matrizes P invertível e D diagonal tais que $P^{-1}[T]_B P = D$?

Questão 4. *(2pts)* Responda VERDADEIRO ou FALSO, com uma breve **justificativa**:

i-( ) A aplicação $h\colon M_2 \to \mathbb{R}$ dada por $h\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right) = \det\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ é uma transformação linear;

ii-( ) As matrizes $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ e $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ são semelhantes;

iii-( ) Se $T\colon V \to \mathbb{R}^3$ é uma transformação linear sobrejetiva e $\dim V = 5$, então $\dim(\ker(T)) = 2$;

iv-( ) A transformação $T\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dada por $T(x,y) = (-y,x)$ possui dois autovalores distintos.

Questão 5. *(2pts)* Para o operador linear $T\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dado por $T(x,y) = (2x-2y, -2x-y)$ encontre uma base **ortonormal** de autovetores que diagonalize este operador. Quais são as matrizes P invertível e D diagonal tais que $P^{-1}[T]P = D$?