1^a LISTA DE EXERCÍCIOS – MTM 1020 – 12/08

1. Em cada ítem, encontre a fórmula para o termo geral da sequência, começando a partir de $n = 1$.

a) $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, ...$

b) $\frac{1}{\sqrt{\pi}}, \frac{4}{\sqrt[3]{\pi}}, \frac{9}{\sqrt[4]{\pi}}, \frac{16}{\sqrt[5]{\pi}}, ...$

c) $\frac{1}{2}, -\frac{3}{4}, \frac{5}{6}, -\frac{7}{8}, ...$

d) $1, 1, \frac{6}{8}, \frac{8}{16}, \frac{10}{32}, \frac{12}{64}, ...$

2. Em cada ítem, encontre duas fórmulas para o termo geral da sequência, uma começando a partir de $n = 1$ e a outra a partir de $n = 0$.

a) $1, -r, r^2, -r^3, ...$

b) $r, -r^2, r^3, -r^4, ...$

3. Escreva os cinco primeiros termos da sequência, determine se ela converge, e se isso acontecer, encontre o limite.

a) $\left(\frac{n}{n+2}\right)_{n=1}^{\infty}$

b) $(2)_{n=1}^{\infty}$

c) $\left(\frac{\ln n}{n}\right)_{n=1}^{\infty}$

d) $\left(\frac{(-1)^{n+1}}{n^2}\right)_{n=1}^{\infty}$

e) $\left(\frac{(n+1)(n+2)}{2n^2}\right)_{n=1}^{\infty}$

f) $(n^2 e^{-n})_{n=1}^{\infty}$

g) $\left(1 - \frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right), \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{4}\right), ...$

h) $x_1 = 1, \ x_{n+1} = 1 + \sqrt{x_n}$

i) $\left(\frac{n^2+1}{n^3+1}\right)_{n=1}^{\infty}$

j) $\left(n \ ln(1 + \frac{1}{n})\right)_{n=1}^{\infty}$

4. Seja

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & se \quad 0 \leq x < 0,5 \\ 2x - 1 & se \quad 0,5 \leq x < 1 \end{cases}$$

A sequência $f(3/10), f(f(3/10)), f(f(f(3/10))), ...$ converge? Justifique sua resposta.

5. Mostre, através da definição, que $(\frac{n}{3n+1})_{n=1}^{\infty}$ converge a $\frac{1}{3}$ quando $n \to +\infty$.

6. Analise se a sequência (a_n) dada é crescente ou decrescente a partir de um termo.

a) $\left(\dfrac{n}{2n+1}\right)_{n=1}^{\infty}$ **b)** $(n-2^n)_{n=1}^{\infty}$

c) $(ne^{-n})_{n=1}^{\infty}$ **d)** $\left(\dfrac{n^n}{n!}\right)_{n=1}^{\infty}$

7. Mostre que a sequência $a_n = \displaystyle\int_1^n \frac{sen^2(x)}{x^2}dx$ é convergente.

8. Considere a sequência $a_n = \displaystyle\int_1^n \frac{1}{x^p}dx$.

a) Mostre que a sequência (a_n) não é limitada se $p \leq 1$.

b) Mostre que $a_n \to \frac{1}{p-1}$ se $p > 1$.

9.a) Suponha que (a_n) seja uma sequência monótona tal que $1 \leq a_n \leq 2$ para cada n. A sequência deve necessariamente convergir? Caso afirmativo, o que pode ser dito sobre o limite?

b) Suponha que $\{a_n\}$ seja uma sequência monótona tal que $a_n \leq 2$ para cada n. A sequência deve necessariamente convergir? Caso afirmativo, o que pode ser dito sobre o limite?

10. Seja $a_n = \frac{|x|^n}{n!}$

a) Mostre que a sequência $\{a_n\}$ é estritamente decrescente a partir de um certo termo.

b) Mostre que a sequência $\{a_n\}$ converge.

c) Use os resultados das partes *a*) e *b*) para mostrar que $a_n \to 0$ quando $n \to +\infty$.