8^a LISTA DE EXERCÍCIOS – MTM 1020

1. Calcule a integral tripla.

a) $\displaystyle\iiint_E 6xy\,dV$, onde $E = \{(x, y, z); 0 \leq y \leq 2, 0 \leq x \leq \sqrt{4 - y^2}, 0 \leq z \leq y\}$.

b) $\displaystyle\iint_E 2x dV$, onde E está abaixo do plano $z = 1 + x + y$ e acima da região do plano xy limitada pelas curvas $y = \sqrt{x}$, $y = 0$ e $x = 1$.

c) $\displaystyle\iiint_T x^2\,dV$, onde T é o tetraedro sólido com vértices $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ e $(0, 0, 1)$.

d) $\displaystyle\iiint_E x\,dV$, onde E é limitado pelo parabolóide $x = 4y^2 + 4z^2$ e pelo plano $x = 4$.

2. Use a integral tripla para determinar o volume do sólido dado.

a) O tetraedro limitado pelos planos coordenados e o plano $2x + y + z = 4$.

b) O sólido delimitado pelo cilindro $x = y^2$ e pelos planos $z = 0$ e $x + z = 1$.

3. Utilize coordenadas cilíndricas.

a) Calcule $\displaystyle\iiint_E \sqrt{x^2 + y^2}\,dV$, onde E é a região que está dentro do cilindro $x^2 + y^2 = 16$ e entre os planos $z = 4$ e $z = -5$.

b) Calcule $\displaystyle\iiint_E y\,dV$, onde E é o sólido que está entre os cilindros $x^2 + y^2 = 1$ e $x^2 + y^2 = 4$, acima do plano xy e abaixo do plano $z = x + 2$.

c) Calcule $\displaystyle\iiint_E x^2\,dV$, onde E é o sólido que está dentro do cilindro $x^2 + y^2 = 1$, acima do plano $z = 0$ e abaixo do cone $z^2 = 4x^2 + 4y^2$.

4. Utilize coordenadas esféricas.

a) Calcule $\displaystyle\iiint_B (x^2 + y^2 + z^2)^2\,dV$, onde B é a esfera com centro na origem e raio 5.

b) Calcule $\displaystyle\iiint_E z\,dV$, onde E está entre as esferas $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ e $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, no primeiro octante.

c) Calcule $\displaystyle\iiint_E x^2\,dV$, onde E é limitado pelos planos xz e pelos hemisférios $y = \sqrt{9 - x^2 - z^2}$ e $y = \sqrt{16 - x^2 - z^2}$.

d) Encontre o volume da bola $\rho \leq a$ que está entre os cones $\phi = \frac{\pi}{6}$ e $\phi = \frac{\pi}{3}$.

5. Encontre a massa e o centro de gravidade da lâmina.

a) Uma lâmina com densidade $\delta(x, y) = x + y$, limitada pelo eixo x, a reta $x = 1$ e a curva $y = \sqrt{x}$.

b) Uma lâmina com densidade $\delta(x, y) = xy$, localizada no primeiro quadrante e limitada pelo círculo $x^2 + y^2 = a^2$ e os eixos de coordenadas.

6. Encontre o centróide do sólido dado.

a) O tetraedro do primeiro octante compreendido pelos planos coordenados e o plano $x + y + z = 1$.

b) O sólido limitado pela superfície $z = y^2$ e os planos $x = 0$, $x = 1$ e $z = 1$.

7. Encontre a massa e o centro de gravidade do sólido.

a) O cubo com densidade $\delta(x, y) = a - x$, definido pelas desigualdades $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq a$, $0 \leq z \leq a$.

b) O sólido com densidade $\delta(x, y) = yz$, envolvido por $z = 1 - y^2$(para $y \geq 0$), $z = 0$, $x = -1$ e $x = 1$.

GABARITO 8^a LISTA

1.a) 4 **b)** $\frac{65}{28}$ **c)** $\frac{1}{60}$ **d)** $\frac{16\pi}{3}$.

2.a) $\frac{16}{3}$ **b)** $\frac{8}{15}$.

3.a) 384π **b)** 0 **c)** $\frac{2\pi}{5}$.

4.a) $\frac{312500\pi}{7}$ **b)** $\frac{15\pi}{16}$ **c)** $\frac{1562\pi}{15}$ **d)** $\frac{(\sqrt{3}-1)\pi a^3}{3}$.

5.a) $M = \frac{13}{20}$, centro de gravidade $(\frac{190}{273}, \frac{6}{13})$ **b)** $M = \frac{a^4}{8}$, centro de gravidade $(\frac{8a}{15}, \frac{8a}{15})$.

6.a) $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$ **b)** $(\frac{1}{2}, 0, \frac{3}{5})$.

7.a) $M = \frac{a^4}{2}$, centro de gravidade $(\frac{a}{3}, \frac{a}{2}, \frac{a}{2})$ **b)** $M = \frac{1}{6}$, centro de gravidade $(0, \frac{16}{35}, \frac{1}{2})$.