

3ª LISTA DE EXERCÍCIOS – MTM 1020 –

1. Determine o raio de convergência e o intervalo de convergência:

a) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k+1}$

b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{5^k}{k^2} x^k$

c) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{k(k+1)}$

d) $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{(x+1)^k}{k}$

e) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3}{4} (x+5)^k$

f) $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \frac{(x)^k}{\sqrt{k}}$

2. Encontre os polinômios de Maclaurin de ordens $n = 0, 1, 2, 3, 4$ e então obtenha o enésimo polinômio de Maclaurin para a função:

a) $f(x) = \cos(\pi x)$

b) $f(x) = x \operatorname{sen}(x)$

3. Suponha que os valores de uma função f e de suas três primeiras derivadas em $x = 1$ sejam

$$f(1) = 2, \quad f'(1) = -3, \quad f''(1) = 0, \quad f'''(1) = 6.$$

Obtenha tantos polinômios de Taylor para f quantos puder em torno de $x = 1$.

4. Escreva a série de Maclaurin para a função dada:

a) $f(x) = e^{-x}$

b) $f(x) = \ln(x+1)$

5. Escreva a série de Taylor em torno de $x = \frac{1}{2}$ para a função $f(x) = \operatorname{sen}(\pi x)$.

6. Suponha que a função f esteja representada pela série de potências

$$f(x) = 1 - \frac{x}{2} + \frac{x^2}{4} - \frac{x^3}{8} + \dots + (-1)^k \frac{x^k}{2^k} + \dots$$

a) Encontre o domínio de $f(x)$.

b) Encontre $f(0)$ e $f(1)$.

GABARITO DA TERCEIRA LISTA

1.1.

a) $R = 1, [-1, 1)$ **b)** $R = \frac{1}{5}, [-\frac{1}{5}, \frac{1}{5}]$ **c)** $R = 1, [-1, 1]$

d) $R = 1, (-2, 0]$ **e)** $R = 1, [-6, -4)$ **f)** $R = 1, (-1, 1]$

2.

a) $f^{(2k+1)}(0) = 0, f^{(2k)}(0) = (-1)^k \pi^{2k}, p_n(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(0)}{k!} x^k.$

b) $f^{(2k+1)}(0) = 0, f^{(2k)}(0) = (-1)^{k+1} 2k, p_n(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(0)}{k!} x^k.$

3. $p_1(x) = 2 - 3(x - 1), p_2(x) = 2 - 3(x - 1), p_3(x) = 2 - 3(x - 1) + (x - 1)^3.$

4.

a) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} x^k$ **b)** $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} x^k.$

5. $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \pi^{2k}}{(2k)!} (x - \frac{1}{2})^{2k}.$

6.

a) $D(f) = (-2, 2).$ **b)** $f(0) = 1$ e $f(1) = \frac{1}{2}.$