1^a LISTA DE EXERCÍCIOS-CÁLCULO VETORIAL-MTM 1020

1. Determine o domínio das funções vetoriais.

a) $\overrightarrow{r}(t) = (t^2, \sqrt{t-1}, \sqrt{5-t})$

b) $\overrightarrow{r}(t) = \dfrac{t-2}{t+2}\overrightarrow{i} + sen(t)\overrightarrow{j} + ln(9-t^2)\overrightarrow{k}$

2. Calcule os limites

a) $\lim\limits_{t\to 0^+}(cos(t), sen(t), ln(t))$

b) $\lim\limits_{t\to 0}(e^{-3t}\overrightarrow{i} + \dfrac{t^2}{sen^2(t)}\overrightarrow{j} + cos(2t)\overrightarrow{k})$

3. Esboce o gráfico da curva cuja equação vetorial é dada. Indique com setas a direção na qual o parâmetro cresce.

a) $\overrightarrow{r}(t) = (1+t, 3t, -t)$ **b)** $\overrightarrow{r}(t) = (sen(t), 3, cos(t))$

4. Encontre uma equação vetorial e uma equação paramétrica para o segmento de reta que liga P e Q.

a) $P(0,0,0)$ e $Q(1,2,3)$. **b)** $P(1,-1,2)$ e $Q(4,1,7)$

5. Mostre que a curva com equações paramétricas $x = tcos(t)$, $y = tsen(t)$, $z = t$ está no cone $z^2 = x^2 + y^2$, e use esse fato para esboçar a curva.

6. Se dois objetos viajam pelo espaço ao longo de duas curvas diferentes, é sempre importante saber se eles vão colidir. (Um míssil vai atingir seu alvo móvel? Duas aeronaves vão colidir?)As curvas podem se interceptar, mas precisamos saber se os objetos estarão na mesma posição *no mesmo instante*. Suponha que as trajetórias de duas partículas sejam dadas pelas seguintes funções vetoriais:

$$\overrightarrow{r_1}(t) = (t^2, 7t-12, t^2) \quad \overrightarrow{r_2}(t) = (4t-3, t^2, 5t-6)$$

para $t \geq 0$. As partículas colidem?

7. Determine a derivada da função vetorial.

a) $\overrightarrow{r}(t) = (tsen(t), t^2, tcos(2t))$ **b)** $\overrightarrow{r}(t) = \overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + e^{4t}\overrightarrow{k}$

c) $\overrightarrow{r}(t) = e^{t^2}\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + ln(1+3t)\overrightarrow{k}$

8. Calcule a integral.

a) $\displaystyle\int_0^1 (16t^3\overrightarrow{i} - 9t^2\overrightarrow{j} + 25t^4\overrightarrow{k})dt$

b) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} (3sen^2(t)cos(t)\overrightarrow{i} + 3sen(t)cos^2(t)\overrightarrow{j} + 2sen(t)cos(t)\overrightarrow{k})dt$

c) $\displaystyle\int (e^t\overrightarrow{i} + 2t\overrightarrow{j} + ln(t)\overrightarrow{k})dt$

9. Se $\overrightarrow{u}(t) = (sen(t), cos(t), t)$ e $\overrightarrow{v}(t) = (t, cos(t), sen(t))$, encontre

$$\frac{d}{dt}[\overrightarrow{u}(t)\cdot\overrightarrow{v}(t)] \text{ e } \frac{d}{dt}[\overrightarrow{u}(t)\times\overrightarrow{v}(t)].$$

10. Calcule a integral de linha, onde C é a curva dada.

a) $\displaystyle\int_C y^3\,ds,\ C:\ x(t) = t^3,\ \ y(t) = t,\ \ 0 \le t \le 2$

b) $\displaystyle\int_C xy^4\,ds$, C é a metade direita do círculo $x^2 + y^2 = 16$

c) $\displaystyle\int_C (x^2y^3 - \sqrt{x})\,dy$, C é o arco da curva $y = \sqrt{x}$ de $(1,1)$ a $(4,2)$

d) $\displaystyle\int_C xy\,dx + (x-y)\,dy$, C consiste nos segmentos de reta de $(0,0)$ a $(2,0)$ e de $(2,0)$ a $(3,2)$

11. Calcule a integral de linha $\displaystyle\int_C \overrightarrow{F}\,d\overrightarrow{r}$, onde C é dada pela função vetorial $\overrightarrow{r}(t)$.

a) $\overrightarrow{F}(x,y) = xy\overrightarrow{i} + 3y^2\overrightarrow{j},\ \overrightarrow{r}(t) = 11t^4\overrightarrow{i} + t^3\overrightarrow{j},\ 0 \le t \le 1$

b) $\overrightarrow{F}(x,y,z) = sen(x)\overrightarrow{i} + cos(y)\overrightarrow{j} + xz\overrightarrow{k},\ \overrightarrow{r}(t) = t^3\overrightarrow{i} - t^2\overrightarrow{j} + t\overrightarrow{k},\ 0 \le t \le \pi$

12. Um arame fino é entortado no formato da semicircunferência $x^2 + y^2 = 4,\ x \ge 0$. Se a densidade linear for uma constante k, determine a massa do arame.

13. Determine o trabalho realizado pelo campo de força $\overrightarrow{F}(x,y) = x\overrightarrow{i} + (y+2)\overrightarrow{j}$ sobre um objeto que se move sobre um arco da ciclóide $\overrightarrow{r}(t) = (t - sen(t))\overrightarrow{i} + (1 - cos(t))\overrightarrow{j}$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

14. Determine o trabalho realizado pelo campo de força $\overrightarrow{F}(x,y,z) = (y+z)\overrightarrow{i} + (x+z)\overrightarrow{j} + (x+y)\overrightarrow{k}$ sobre uma partícula que se move sobre ao longo do segmento de reta $(1,0,0)$ a $(3,4,2)$.

Gabarito 9^a lista 09/06

1. $[1,5]$ **b)** $(-3,3)$, $t \neq 2$

2. $(1,0,0)$ **b)** $(1,1,1)$

4.

a) $\overrightarrow{t}(t) = (t, 2t, 3t)$ $x = t,\ y = 2t,\ z = 3t,\ 0 \leq t \leq 1$

b) $\overrightarrow{t}(t) = (3t+1, 2t-1, 5t+2)$ $x = 3t+1,\ y = 2t-1,\ z = 5t+2,\ 0 \leq t \leq 1$

6. Sim.

7.

a) $\overrightarrow{r'}(t) = (tcos(t) + sen(t), 2t, cos(2t) - 2tsen(2t))$

b) $\overrightarrow{r'}(t) = 4e^{4t}\overrightarrow{k}$

c) $\overrightarrow{r'}(t) = 2te^{t^2}\overrightarrow{i} + \frac{3}{(1+3t)}\overrightarrow{k}$

8.

a) $(4,-3,5)$ **b)** $(1,1,1)$ **c)** $(e^t, t^2, (tln(t) - t)) + C$

9. $\frac{d}{dt}[\overrightarrow{u}(t) \cdot \overrightarrow{v}(t)] = 2tcos(t) + 2sen(t) - 2cos(t)sen(t)\frac{d}{dt}[\overrightarrow{u}(t) \times \overrightarrow{v}(t)]$.

10.

a) $\frac{1}{54}(145^{\frac{3}{2}} - 1)$ **b)** $1638,4$ **c)** $\frac{243}{8}$ **d)** $\frac{17}{3}$

11.

a) 45 **b)** $\frac{6}{5} - cos1 - sen1$

12. $2\pi k$. **13.** $2\pi^2$. **14.** 26.