Universidade Federal de Santa Maria

Centro de Ciências Naturais e Exatas

Departamento de Matemática

MTM 1020 - T. 14 – Primeira avaliação – 12 de setembro de 2018.

Nome:..

1. Determine se as seguintes sequências são convergentes. Em caso afirmativo, determine seu limite. Justifique suas respostas.

a) (0,5) $\{ne^{-n}\}_{n=1}^{\infty}$. **b) (0,5)** $\left\{(-1)^n \dfrac{n}{2n+1}\right\}_{n=1}^{\infty}$.

c) (0,5) $\left\{\dfrac{2^n}{n!}\right\}_{n=1}^{\infty}$.

2. Através de algum método, justifique se a série é convergente ou divergente.

a) (0,5) $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k \frac{k}{6k-5}$. **b) (0,5)** $\displaystyle\sum_{k=7}^{\infty}\frac{1}{2k+1}$.

c) (0,5) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\frac{2}{(k+1)(k+3)}$. **d) (0,5)** $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\frac{cos(\frac{1}{k})}{k^2}$.

e) (0,5) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1+2^k}{3^k}$. **f) (0,5)** $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\frac{k}{k^{\frac{5}{4}}-3}$.

3. $(\mathbf{1},\mathbf{0})$ Dada uma série $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$, suponhamos que a sequência das somas parciais tenha termo geral $s_n = \frac{n-1}{n+1}$. Determine o valor de a_n e da soma $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$.

4. $(\mathbf{2},\mathbf{0})$ Determine o raio e o intervalo de convergência da série de potências $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty}\frac{2^k}{k^2}(x+1)^k$. O que significa o intervalo de convergência?

5. a) (1,0) Encontre a série de Maclaurin gerada pela função $f(x) = \frac{1}{1-x}$.

5. b) (1,0) Para que valores de x a série obtida converge? Justifique.

5. c) (0,5) Diferencie a série de Maclaurin de $f(x) = \frac{1}{1-x}$ e use o resultado para mostrar que para todos os valores de x para os quais a série obtida converge, temos

$$\sum_{k=1}^{\infty} kx^k = \frac{x}{(1-x)^2}.$$

Boa Prova!