Nome: ______________________________ Matrícula: _______

1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Σ	

2ª Prova - MTM1049 - T 10

27 de Outubro de 2016

Coloque o nome em todas as folhas. É proibido usar calculadora ou similares. Respostas sem justificativas ou que não incluam os cálculos necessários não serão consideradas.

Questão 1. *(2pts)*

(i) Defina (de modo geral) independência linear (LI) para um conjunto $\{V_1, V_2, \ldots, V_k\}$ de k vetores do $\mathbb{R}^n$.

(ii) Para quais valores de $a \in \mathbb{R}$ os vetores $V_1 = (1,2,2)$, $V_2 = (1,3,3)$ e $V_3 = (1,3,a^2-1)$ formam um conjunto LI do $\mathbb{R}^3$?

Questão 2. *(1,5pts)* Encontre vetores W_1 e W_2 no $\mathbb{R}^3$, com W_1 múltiplo do vetor $U = (0,1,2)$ e W_2 ortogonal a U, tais que $W_1 + W_2 = (5,10,-10)$.
(*Sugestão*: faça um desenho para visualizar a situação. Use projeção ortogonal.)

Questão 3. *(3pts)* Responda VERDADEIRO ou FALSO, com uma breve **justificativa**:

i-( ) Se $\{V_1, V_2, V_3\} \subseteq \mathbb{R}^n$ é LD, então V_2 é combinação linear de V_1 e V_3;

ii-( ) Se $\{V_1, V_2, V_3\} \subseteq \mathbb{R}^n$ é **LD**, então $\{V_1, V_2\}$ é **LD**;

iii-( ) Se $\{V_1, V_2, V_3\} \subseteq \mathbb{R}^n$ é **LI**, então $\{V_1, V_2\}$ é **LI**;

iv-( ) Se V e W são dois vetores de $\mathbb{R}^n$ satisfazendo $V \cdot W = 0$, então $V = \bar{0}$ ou $W = \bar{0}$;

v-( ) Se existe um subconjunto com 3 vetores LI em um subespaço $\mathbb{W} \leqslant \mathbb{R}^{10}$, então $\dim \mathbb{W} \neq 2$.

Questão 4. *(1,5pts)* Mostre que o conjunto de todos os vetores do $\mathbb{R}^n$ ortogonais a um dado vetor $V = (a_1, a_2, \ldots, a_n) \in \mathbb{R}^n$ fixado,

$$\mathbb{W} = \{X = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n | X \cdot V = 0\}$$

é um subespaço do $\mathbb{R}^n$.

Questão 5. *(2pts)* Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(a) Determine os valores reais λ, tais que existe $X^t = \begin{bmatrix} x & y & z & w \end{bmatrix} \neq \bar{0}$ que satisfaz

$$AX = \lambda X;$$

(b) Para cada um dos valores de λ encontrados no item anterior, determine uma base para o subespaço $\mathbb{S}_\lambda$ de $\mathbb{R}^4$ dos $X^t = \begin{bmatrix} x & y & z & w \end{bmatrix}$ tais que

$$(A - \lambda \, \mathrm{Id})X = \bar{0};$$

(c) Use o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt na base de cada $\mathbb{S}_\lambda$ encontrada no item (b) anterior para obter uma base ortogonal.