Nome: ______________________________ Matrícula: __________

1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Σ	

1ª Prova - MTM1018 - T 15
15 de Outubro de 2015

Coloque o nome em todas as folhas. É proibido usar calculadora ou similares. Respostas sem justificativas ou que não incluam os cálculos necessários não serão consideradas. A^t denota a matriz transposta.

Questão 1. *(1.5pts)* Encontre todas as soluções do sistema, se existirem

$$\begin{cases} x+4y+5z &= 1 \\ x+5y+9z &= 2 \\ 2y+8z &= 3 \end{cases}$$

Questão 2. *(1.5pts)* Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$

(a) Calcule, usando escalonamento, o determinante de $A+A^t$. Com base nisto, $A+A^t$ é invertível? Caso seja, encontre a inversa de $A+A^t$;

(b) Determine os valores reais λ, tais que existe $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{bmatrix} \neq \bar{0}$ que satisfaz $AX = \lambda X$;

(c) Para cada um dos valores de λ encontrados no item anterior, determinar todos X tais que

$$AX = \lambda X.$$

Questão 3. *(3pts)* Responda VERDADEIRO ou FALSO, com uma breve **justificativa**:

i-( ) Se $\det A = 1$, então $A^{-1} = A$.

ii-( ) Pode-se mostrar que "se AB é invertível e A e B são matrizes quadradas, então A e B são invertíveis" sem usar determinantes;

iii-( ) Se V e W são subespaços de $\mathbb{R}^3$, então $\dim(V+W) = \dim V + \dim W$;

iv-( ) Se $v \in V$ um vetor não nulo de um e.v.p.i., então $W = \{w \in V; \langle w, v\rangle = 0\}$ é subespaço de V;

v-( ) Se $v, w \in V$ são vetores ortogonais de um e.v.p.i, então $\|v+w\|^2 = \|v\|^2 + \|w\|^2$.

Questão 4. *(2pts)* Sejam $v_1 = (2,1,3)$, $v_2 = (3,-1,4)$ e $v_3 = (2,6,4)$ vetores de $\mathbb{R}^3$.

(a) Mostre que v_1, v_2 e v_3 são LD.

(b) Mostre que v_1 e v_2 são LI.

(c) Qual a dimensão de $[v_1, v_2, v_3]$, o subespaço gerado por v_1, v_2 e v_3?

Questão 5. *(2pts)* Seja $\mathcal{P}_2$ o espaço dos polinômios com grau menor ou igual a 2 equipado com o produto interno dado por $\langle f, g\rangle = \int_0^1 f(t)g(t)\,dt$.

(a) Para $B = \{1, t, t^2\}$ use o processo de Gram-Schmidt e obtenha uma base ortogonal B_{OG} para $\mathcal{P}_2$;

(b) Escreva o polinômio $p(t) = t^2 + 5t + 6$ como combinação linear de B_{OG}.