Nome: ______________________________ Matrícula: __________

1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Σ	

3ª Prova - MTM1039 - T 12

8 de Julho de 2015

Coloque o nome em todas as folhas. É proibido usar calculadora ou similares. Respostas sem justificativas ou que não incluam os cálculos necessários não serão consideradas.

Questão 1. *(2pts)*

(a) Encontre uma base para o espaço solução do sistema homogêneo $AX = \bar{0}$, em que:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

(b) Para a base encontrada no item (a) use o processo de ortogonalização de Gram-Scmidt para obter uma base ortogonal (não é necessário normalizar).

Questão 2. *(2pts)* A matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 6 \\ 1 & 1 & 7 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

é diagonalizável? Se sim, encontre as matrizes P invertível e D diagonal tais que $P^{-1}AP = D$.

Questão 3. *(2pts)* Considere o vetor $U_1 = (\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$.

(a) Escolha U_2 de forma que $\mathcal{S} = \{U_1, U_2\}$ seja base ortonormal de $\mathbb{R}^2$. Mostre que $\mathcal{S}$ é base;

(b) Escreva a matriz mudança de base $[M]_{SCC \leftarrow SCO}$ que realiza a mudança de coordenadas do novo sist. de coord. ortogonais (que manteve a origem O) $SCO = \{O, U_1, U_2\}$ para o sist. de coord. cartesianas usual $SCC = \{O, e_1, e_2\}$;

(c) Considere $P = (\sqrt{3}, 3)$. Encontre $[P]_{SCO}$, as coordenadas de P no novo sistema de coordenadas SCO.

Questão 4. *(2pts)* Responda VERDADEIRO ou FALSO, com uma breve **justificativa**:

i-( ) Existem quatro vetores de $\mathbb{R}^3$, V_1, V_2, V_3 e V_4, sendo $\{V_1, V_2\}$ LI, $\{V_3, V_4\}$ LI, V_3 e V_4 não são combinação linear de V_1 e V_2, V_1 e V_2 não são combinação linear de V_3 e V_4;

ii-( ) Os vetores $W_1 = (1, 1, 0)$, $W_2 = (0, 1, 1)$ geram o espaço $\mathbb{R}^3$;

iii-( ) Os vetores $W_1 = (1, 1, 0)$, $W_2 = (0, 1, 1)$ e $W_3 = (2, 3, 1)$ geram o espaço $\mathbb{R}^{3,}$

iv-( ) O plano de equação

$$\pi : x + y + z = 0$$

tem dimensão 1.

Questão 5. *(2pts)*

(a) Encontre matrizes P ortogonal ($P^{-1} = P^t$) e D diagonal tais que $D = P^tAP$, onde

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

(b) Identifique a cônica de equação

$$3x^2 + 2xy + 3y^2 + 2\sqrt{2}x + 6\sqrt{2}y + 2 = 0$$

e reescreva a equação num novo sistema de coordenadas ortogonais que torne a equação uma soma (ou diferença) de quadrados.