



Klausur zur Vorlesung Algorithmen auf Graphen

Sommersemester 2017

Name: _____ Vorname: _____

Matrikelnr.: _____ Studiengang: ☐ BACHELOR I ☐ BACHELOR MKI ☐ MASTER

**Lesen Sie sich als erstes die Probeklausur vollständig durch,
also den folgenden einführenden Text sowie alle Aufgaben.**

Zu dieser Probeklausur dürfen Sie als einziges Hilfsmittel ein DIN A4-Blatt (Vorder- und Rückseite) mit von Ihnen **handgeschrieben** Notizen verwenden — keine Handys, keine Taschenrechner, usw. Ausländische Studierende dürfen außerdem ein Wörterbuch benutzen. Ein „illegales“ (also z.B. kopiertes) Merkblatt müssten Sie bei der „echten“ Klausur am Anfang abgeben, ansonsten würde die Prüfung als **nicht bestanden** gewertet.

Ich empfehle Ihnen, zunächst diejenigen Aufgaben zu bearbeiten, die Ihnen am einfachsten erscheinen. Lösen Sie erst dann die für Sie schwierigeren Aufgaben. Kennzeichnen Sie deutlich den Beginn jeder neuen Aufgabe.

Am Ende der „echten“ Klausur müssten Sie noch alles markieren, was **nicht** gewertet werden soll, d.h. streichen Sie Entwürfe usw. einmal diagonal durch. Am besten verwenden Sie für Schmierzettel und Reinschrift unterschiedliche Papierbögen. Bemühen Sie sich bitte um eine **sehr ordentliche saubere Schrift**.

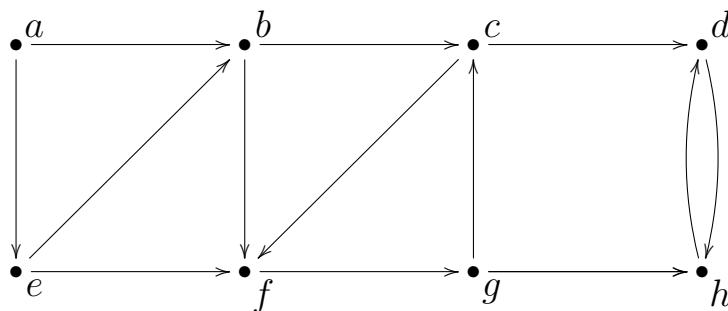
Hätten Sie bestanden? Es gibt bei dieser Probeklausur zwei Aufgaben mit insgesamt 40 Punkten (s.u.). Vergleichen Sie am Ende Ihre Ergebnisse mit der vorne bei mir ausliegenden Musterlösung und geben Sie sich für jede korrekte Lösung die volle Punktzahl, für jede „halbwegs“ richtige Lösung (z.B. Ansatz richtig, aber zwischendurch verrechnet, usw.) die halbe Punktzahl und ansonsten keine Punkte. Zum Bestehen würden Sie etwa 50% aller Punkte benötigen (also ca. 20).

Ich wünsche Ihnen viel Erfolg!

Aufgabe:	1	2	Σ
Punkte:	22	18	40
Erreicht:			

Aufgabe 1: (3 + 4 + 3 + 6 + 2 + 4 = 22 Punkte) Wir wollen zunächst die Konnektivität eines Digraphen analysieren.

Gegeben sei der folgende Digraph G :



Berücksichtigen Sie für die Analyse die folgende Knotenreihenfolge:

b, f, h, a, e, c, d, g

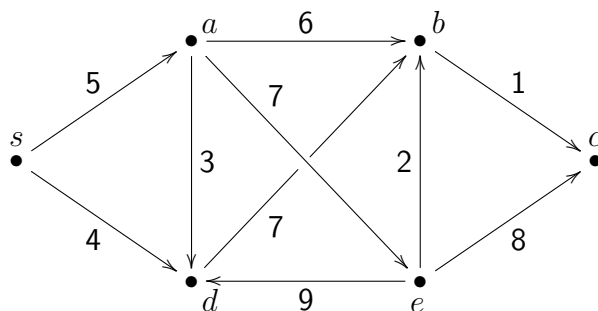
- Wenden Sie das BFS-Verfahren auf den Graph G mit dem Startknoten $s = a$ an und bestimmen die $d[v]$ -Werte für alle Knoten.
- Bestimmen Sie alle starken Zusammenhangskomponenten (SCCs) von G mithilfe des Algorithmus STARKE ZUSAMMENHANGSKOMPONENTEN. Geben Sie zusätzlich folgende Zwischenergebnisse an:
 - G direkt nach der ersten Phase (inklusive der d - und f -Werte)
 - Stapelspeicher L nach der ersten Phase
 - G nachdem das Verfahren terminiert ist (inklusive der d - und f -Werte).
- Welche Kanten müssten minimal im originalen Graph G gedreht werden, damit der Graph genau eine SSC enthält und ist diese Menge eindeutig? Begründen Sie ihre Antwort.
- In der Vorlesung haben wir gezeigt, dass folgender Satz gilt:

$$\text{Graph } G = (V, E) \text{ ist ungerichtet und kreisfrei} \implies n = m + p$$

mit $n = |V|$, $m = |E|$ und $p = \text{Anzahl der Zusammenhangskomponenten in } G$. Wie können wir damit einen Test auf Zyklen in ungerichteten Graphen implementieren? Beschreiben Sie ein Verfahren in Pseudocode und begründen Sie dessen Korrektheit.

- Begründen Sie, warum G nicht topologisch sortiert werden kann.
- Geben Sie die Kanten an, die minimal entfernt werden müssen, um eine topologische Sortierung berechnen zu können. Ist die Lösung eindeutig? Geben Sie zusätzlich die von Ihnen gefundene topologische Sortierung an.

Aufgabe 2: ($5 + 5 + 3 + 5 = 18$ Punkte) Jetzt wollen wir die kürzesten Pfade in G mithilfe des Algorithmus von DIJKSTRA finden. Zur Ermittlung von kürzesten Pfaden in dem folgenden Graph (dabei sei s der Startknoten):



- Der Algorithmus verarbeitet die Knoten des Graphen in einer bestimmten Reihenfolge. Schreiben Sie diese Reihenfolge auf.
- Nennen Sie alle k - und p -Werte zum Zeitpunkt nach der Verarbeitung des Knotens b (**nicht** nach der Verarbeitung aller Knoten!). Notieren Sie die bis dahin ermittelten korrespondierenden Pfade von s zu jedem anderen Knoten $v \in V \setminus \{s\}$.
- Leider kann der Algorithmus von DIJKSTRA nicht mit negativen Kanten arbeiten. Begründen Sie warum dies so ist?
- Geben Sie bitte ein kleines Gegenbeispiel (ohne negative Kreise) an, bei dem die Berechnung zu falschen Ergebnissen führt. (Tipp: 4 Knoten reichen aus)