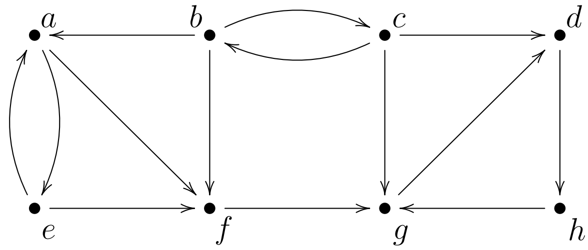
IWI Fakultät für Informatik und Wirtschaftsinformatik
Lehrgebiet für Grundlagen der Informatik
Prof. Dr. Heiko Körner

Hochschule Karlsruhe Technik und Wirtschaft
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES
Näher dran.

2. Übung zur Vorlesung Algorithmen auf Graphen

Aufgabe 1 (•): Analysieren Sie die Struktur des folgenden Graphen G:



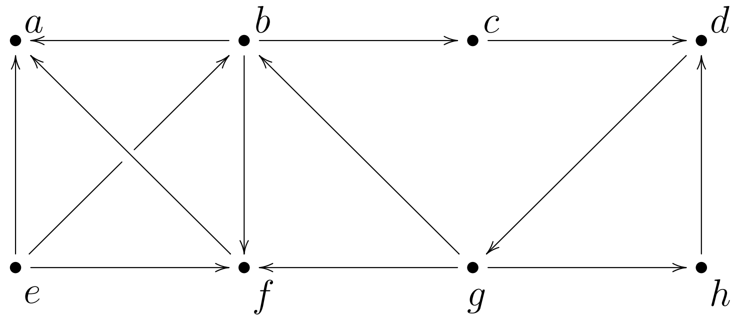
a) Bestimmen Sie für alle Knoten den Ein– und Ausgangsgrad.

b) Ermitteln Sie alle Adjazenzlisten und bestätigen Sie die Korrektheit der Formel

$$\sum_{v \in V} |\ell_v| = |E| \ .$$

c) Besitzt der Graph irgendwelche Zyklen? Falls ja, welche?

Aufgabe 2 (•): Betrachten Sie den folgenden Graph G:



Auch hier sollen Sie die Struktur analysieren:

a) Bestimmen Sie für alle Knoten den Ein– und Ausgangsgrad.

b) Ermitteln Sie alle Adjazenzlisten ℓ_v und bestätigen Sie die Korrektheit der Formel

$$\sum_{v \in V} |\ell_v| = |E| \ .$$

c) Schreiben Sie alle „einfachen" Zyklen der Form

$$v_0 \ \rightarrow \ v_1 \ \rightarrow \ \ldots \ \rightarrow \ v_k$$

mit $v_0 = v_k$ auf, d.h. kein Knoten (außer dem Start– und Endknoten) sollte doppelt vorkommen.

Aufgabe 3 (•••): Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph. Eine *Knotenüberdeckung* ist eine Menge $C \subseteq V$ („$\subseteq$“ ist das Symbol für eine Teilmenge), wenn jede Kante zu C *inzident* ist, d.h. bei jeder Kante liegt (mindestens) einer der beiden Endknoten in C. Eine *stabile Menge* ist eine Teilmenge $S \subseteq V$ mit paarweise nicht–adjazenten Knoten, d.h. für alle $u, v \in S$ gilt $\{u, v\} \notin E$.

Zeigen Sie für beliebige Mengen $X \subseteq V$:

$$X \text{ ist eine Knotenüberdeckung} \iff V \setminus X \text{ ist eine stabile Menge} .$$

($V \setminus X$ ist die Menge aller Knoten aus V, die *nicht* in X liegen.)

Aufgabe 4 (••): Sei G ein ungerichteter azyklischer Graph mit 721 Knoten und 691 Kanten. Zeigen Sie, dass es eine Zusammenhangskomponente mit mindestens 25 Knoten gibt.