5. Übung zur Vorlesung Modellierung und Simulation im WS 2019/2020

Aufgabe 1: Numerische Integration

Gegeben ist die Funktion $h(x) = -2x^3 + 3x^2 - 1$.

a) Bestimmen Sie den exakten (analytischen) Wert des Integrals der Funktion h(x) im Intervall I=[1,2], d.h.

$$\int_{1}^{2} h(x) dx.$$

b) Teilen Sie das Intervall I in zwei gleiche Teilintervalle I_1 und I_2 und berechnen Sie den numerischen Wert des Integrals mit der Rechteckformel (für den Zwischenwert $\xi_i = x_i$ (linke Intervallgrenze)) und mit der Trapezformel.

Aufgabe 2: Numerische Integration

Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = \frac{2x}{x+1}.$$

Gesucht ist ein Näherungswert des Integrals über die Funktion f(x) im Intervall I = [1, 3], d.h. für $\int_1^3 f(x)dx$. Teilen Sie das Intervall I in zwei gleiche Teilintervalle I_1 und I_2 . Berechnen Sie den numerischen Wert des Integrals

- a) mit der Trapezformel und
- b) mit der Simpsonformel.

Aufgabe 3: Numerisches Integrieren

Gesucht sind Näherungswerte für das Integral

$$I = \int_{1}^{3} f(x)dx \quad \text{mit} \quad f(x) = \frac{1}{x}.$$

Zerlegen Sie das Intervall [1, 3] in zwei Teilintervalle.

- a) Berechnen Sie den Wert des Integrals über Anwendung der Formel für die Mittelsumme I_M .
- b) Bestimmen Sie den Wert des Integrals über die Trapezformel I_T und:
- c) über die Simpsonformel I_S .