



1. Übung zur Vorlesung Algorithmen auf Graphen

Musterlösungen

Aufgabe 1: Die Analyse ergibt die folgenden Ergebnisse.

a) Die Ein- und Ausgangsgrade sind aus der nachfolgenden Tabelle ersichtlich:

Knoten	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>h</i>
Eingangsgrad	2	0	2	1	2	3	1	2
Ausgangsgrad	0	4	1	2	2	1	2	1

b) Die Adjazenzlisten lauten:

$$\begin{aligned} \ell_a &= \emptyset, & \ell_b &= \{a, c, e, f\}, & \ell_c &= \{g\}, & \ell_d &= \{c, h\} \\ \ell_e &= \{a, f\}, & \ell_f &= \{e\}, & \ell_g &= \{f, h\}, & \ell_h &= \{d\}. \end{aligned}$$

Der Graph besitzt $|E| = 13$ Kanten. Die Formel ist also wegen

$$\sum_{v \in V} |\ell_v| = 0 + 4 + 1 + 2 + 2 + 1 + 2 + 1 = 13$$

korrekt.

c) Der Graph besitzt drei Zyklen, nämlich

$$e \rightarrow f \rightarrow e$$

sowie

$$d \rightarrow h \rightarrow d$$

und

$$d \rightarrow c \rightarrow g \rightarrow h \rightarrow d.$$

Aufgabe 2: Die Analyse ergibt beim zweiten Graph die folgenden Ergebnisse:

a) Die Ein- und Ausgangsgrade sind aus der nachfolgenden Tabelle ersichtlich:

Knoten	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>h</i>
Eingangsgrad	1	2	3	1	2	1	0	2
Ausgangsgrad	1	1	2	1	1	2	3	1

b) Die Adjazenzlisten lauten:

$$\begin{aligned} \ell_a &= \{e\}, & \ell_b &= \{a\}, & \ell_c &= \{b, h\}, & \ell_d &= \{c\} \\ \ell_e &= \{c\}, & \ell_f &= \{b, e\}, & \ell_g &= \{c, f, h\}, & \ell_h &= \{d\}. \end{aligned}$$

Der Graph besitzt $|E| = 12$ Kanten. Die Formel ist also wegen

$$\sum_{v \in V} |\ell_v| = 1 + 1 + 2 + 1 + 1 + 2 + 3 + 1 = 12$$

korrekt.

c) Der Graph besitzt zwei „einfache“ Zyklen, nämlich

$$c \rightarrow b \rightarrow a \rightarrow e \rightarrow c$$

und

$$d \rightarrow c \rightarrow h \rightarrow d .$$