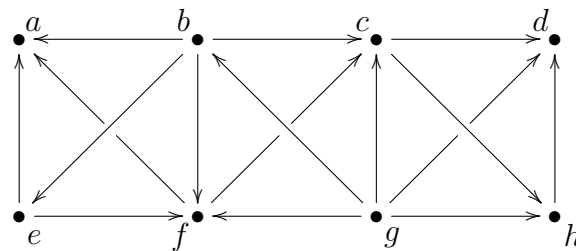


8. Übung zur Vorlesung Algorithmen auf Graphen

Aufgabe 1 (•••): Der Algorithmus STARKE ZUSAMMENHANGSKOMPONENTEN lässt sich (überraschenderweise) auch zum topologischen Sortieren von gerichteten Graphen einsetzen.

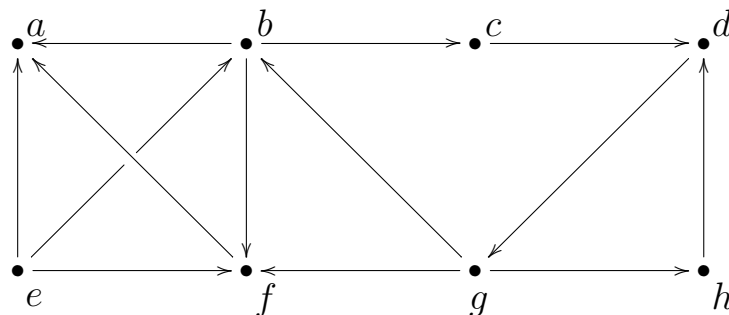
- Zeigen Sie, dass in einem topologisch sortierbaren Graph alle starken Zusammenhangskomponenten trivial sind, d.h. die Komponenten bestehen nur aus einzelnen Knoten.
- Zeigen Sie, dass umgekehrt ein Graph mit trivialen starken Zusammenhangskomponenten immer topologisch sortiert werden kann.
- Die ausgegebenen Komponenten des Algorithmus STARKE ZUSAMMENHANGSKOMPONENTEN bestehen also genau dann aus einzelnen Knoten, wenn der Graph topologisch sortierbar ist. Es gilt aber noch mehr: Zeigen Sie, dass die Knoten in korrekter topologischer Reihenfolge ausgegeben werden.

Aufgabe 2 (•): Es sei der folgende gerichtete Graph gegeben:



- Führen Sie den Algorithmus TOPOLOGISCHE SORTIERUNG durch. Geben Sie vor jedem Durchlauf der Hauptschleife den Inhalt von Q , die bislang erfolgte Ausgabe sowie die *indeg*-Markierungen von jedem Knoten an.
- Listen Sie alle möglichen topologischen Sortierungen auf.

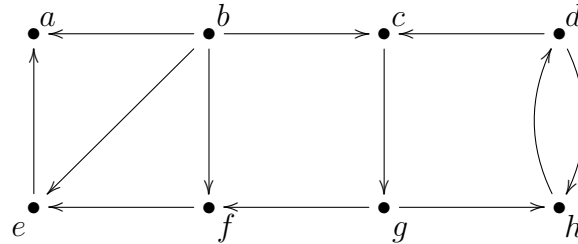
Aufgabe 3 (••): Der nächste Graph ist wieder altbekannt:



Analysieren Sie die topologischen Struktur des Graphen nach diesen Maßgaben:

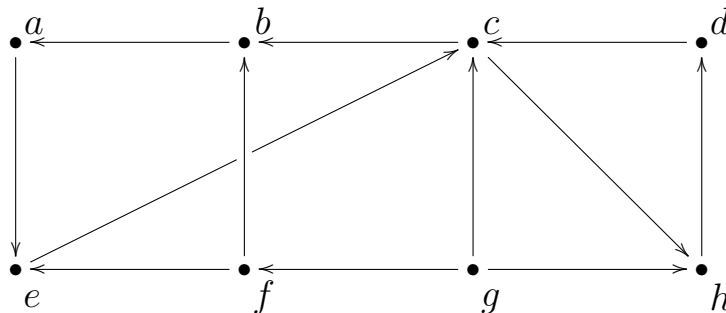
- Begründen Sie, warum man G nicht topologisch sortieren kann.
- Führen Sie trotzdem in Gedanken den Algorithmus TOPOLOGISCHE SORTIERUNG durch. Welche Knotenreihenfolge erzeugt das Verfahren?
- Wenn man aus G eine bestimmte Kante entfernt, so ist eine topologische Sortierung möglich. Um welche Kante handelt es sich? Begründen Sie Ihre Antwort.
- Entfernen Sie die in c) genannten Kante und geben Sie eine topologische Sortierung an.

Aufgabe 4 (•): Diese Aufgabe befasst sich mit der topologischen Struktur des folgenden Graphen G :



- Welche Kante muss für eine topologische Sortierbarkeit von G entfernt werden?
- Entfernen Sie die in a) ermittelte Kante und geben Sie eine topologische Sortierung an.

Aufgabe 5 (••): Auch diesen bekannten Graph sollen Sie jetzt noch untersuchen:



Analysieren Sie die topologischen Struktur des Graphen nach diesen Maßgaben:

- Begründen Sie, warum man G nicht topologisch sortieren kann.
- Führen Sie trotzdem in Gedanken den Algorithmus TOPOLOGISCHE SORTIERUNG durch. Welche Knotenreihenfolge erzeugt das Verfahren?
- Wenn man aus G alle ausgehenden Kanten eines bestimmten Knotens entfernt, so ist eine topologische Sortierung möglich. Um welchen Knoten handelt es sich?
- Entfernen Sie die in c) genannten Kanten und geben Sie eine nunmehr mögliche topologische Sortierung an.