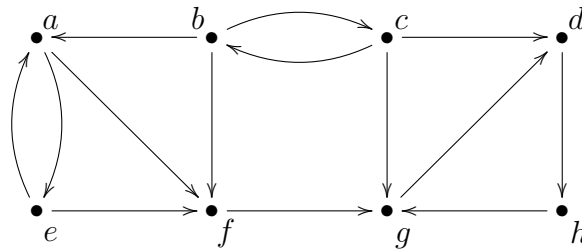


6. Übung zur Vorlesung Algorithmen auf Graphen

Aufgabe 1 (•): Testen Sie den Algorithmus GEGENSEITIGE ERREICHBARKEIT an dem wohl-bekannten Graph G



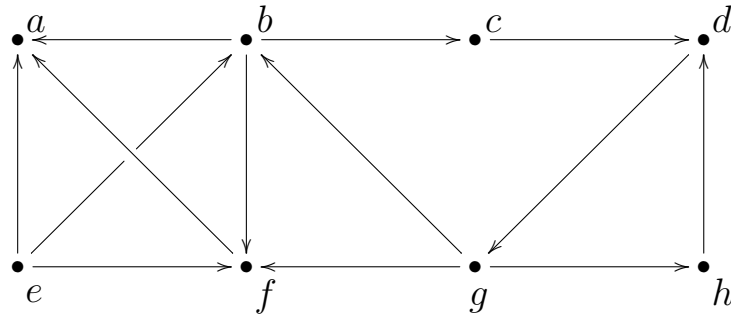
mit den folgenden Schritten aus:

- Ermitteln Sie zunächst per Hand alle starken Zusammenhangskomponenten von G .
- Geben Sie anschließend alle *Reach*-Mengen an.
- Führen Sie nun den Algorithmus aus, und geben Sie vor jedem Durchlauf der Hauptschleife die restliche Knotenmenge V' an. Durch die Wahl des ersten Knotens der jeweils nächsten Komponente können Sie unterschiedliche Durchläufe erzeugen. Geben Sie drei verschiedene Programmausführungen an. Stimmen die ermittelten Komponenten mit Ihrem Ergebnis aus dem ersten Schritt überein?

Aufgabe 2 (•): Führen Sie den Algorithmus STARKE ZUSAMMENHANGSKOMPONENTEN an dem Graph G aus der vorherigen Aufgabe aus und gehen Sie dazu wie folgt vor:

- Benutzen Sie während der ersten Phase des Verfahrens für die **for**-Schleife die Knotenreihenfolge f, c, a, b, d, e, g, h und dokumentieren Sie nach jedem erfolgten DFS-Aufruf den Zustand aller *Push*- und *Pop*-Zeiten sowie den Inhalt des Kellers L .
- Skizzieren Sie den Graph G' mit den umorientierten Kanten. Bestimmen Sie auch dort testweise die starken Zusammenhangskomponenten per Hand. Sind sie mit den ursprünglichen Komponenten identisch?
- Durchlaufen Sie nun den zweiten Teil des Verfahrens. Geben Sie nach jedem DFS-Aufruf eine Kopie von G' mit allen bis dahin erreichten Markierungen an und umranden Sie die jeweils neu ermittelte Komponente. Stimmt am Ende das Ergebnis?

Aufgabe 3 (•): Auch der zweite Graph des ersten Übungsblattes wird jetzt auf starke Zusammenhangskomponenten hin untersucht:



Führen Sie den Algorithmus STARKE ZUSAMMENHANGSKOMPONENTEN nach den folgenden Vorgaben aus:

- Geben Sie zunächst „durch scharfes Hinsehen“ direkt alle starken Zusammenhangskomponenten von G an, so dass Sie später das Ergebnis des Verfahrens verifizieren können.
- Nehmen Sie an, dass in der ersten Phase des Verfahrens die Knoten in der Reihenfolge

$$f, h, c, a, d, e, g, b$$

durchlaufen und — sofern notwendig — von dort aus die entsprechenden DFS–Aufrufe gestartet werden. Dokumentieren Sie nach dem Ende dieser ersten Phase den Zustand aller *Push*– und *Pop*–Zeiten sowie den Inhalt des Kellers L (markieren Sie dabei das oberste Element des Kellers, welches als erstes wieder entnommen wird).

- Skizzieren Sie den Graph G' , der aus G durch die Umorientierung aller Kanten hervorgeht.
- Dokumentieren Sie nun den Ablauf der Verarbeitung des Inhalts von L (in der richtigen Reihenfolge). Geben Sie dazu an, welche Knoten einen DFS–Aufruf auslösen und welche starke Zusammenhangskomponenten dabei jeweils berechnet werden.

Aufgabe 4 (••): Sei $G = (V, E)$ ein gerichteter Graph und $C \subseteq V$ eine starke Zusammenhangskomponente. Seien ferner $v, w \in C$ zwei Knoten in dieser Komponente.

Zeigen Sie: jeder Pfad, der v und w verbindet, liegt komplett in C , d.h. jeder Knoten auf dem Pfad ist in C enthalten.

Aufgabe 5 (••): Darf man in der letzten Phase von dem Algorithmus STARKE ZUSAMMENHANGSKOMPONENTEN statt DFS auch BFS verwenden? Begründen Sie Ihre Antwort.