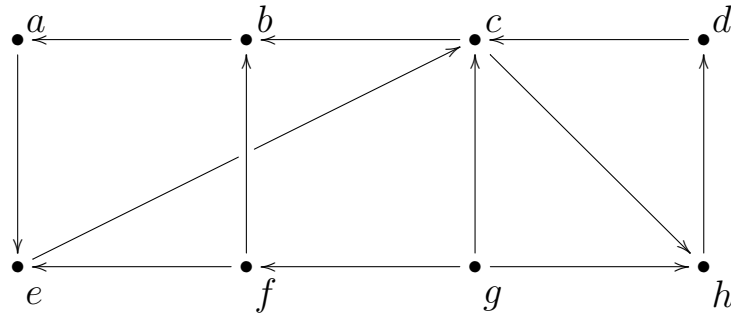


4. Übung zur Vorlesung Algorithmen auf Graphen

Aufgabe 1 (•): Aus dem zweiten Aufgabenblatt ist Ihnen der nachfolgende Graph bekannt:



Bekanntlicherweise arbeitet der Algorithmus DFS mit einem Keller, auf dem bestimmte Knoten zwischengespeichert werden.

- Wenn DFS mit einem bestimmten Knoten des obigen Graphen gestartet wird, so kann es sein, dass sich zwischenzeitlich alle acht Knoten gleichzeitig in dem Keller befinden. Um welchen Startknoten handelt es sich?
- Wie lautet bei vollem Keller die zugehörige Knotenreihenfolge im Keller (beginnend mit dem untersten Element am Kellerboden)?

Aufgabe 2 (••): Sei $G = (V, E)$ ein beliebiger Graph, der von einem Startknoten $s \in V$ mittels DFS durchmustert wird. Bekanntlicherweise wird dabei jeder von s aus erreichbare Knoten $v \in V$ mit einer Pushzeit $d[v]$ sowie einer Popzeit $f[v]$ versehen.

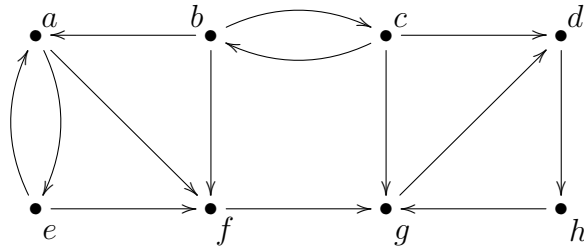
Zeigen Sie, dass für jeden erreichbaren Knoten v die Differenz $f[v] - d[v]$ immer ungerade ist.

Aufgabe 3 (•••): Bekanntlicherweise ist das Durchmusterungsergebnis von DFS nicht unbedingt eindeutig, da sich die vergebenen Push- und Pop-Zeiten unterscheiden können.

- Geben Sie einen gerichteten Graph und einen passenden Startknoten s an, so dass von s aus genau zwei verschiedene DFS-Durchmusterungen möglich sind.
- Geben Sie einen gerichteten Graph und einen passenden Startknoten s an, so dass von s aus genau drei verschiedene DFS-Durchmusterungen möglich sind.
- Geben Sie einen gerichteten Graph und einen passenden Startknoten s an, so dass von s aus genau vier verschiedene DFS-Durchmusterungen möglich sind.

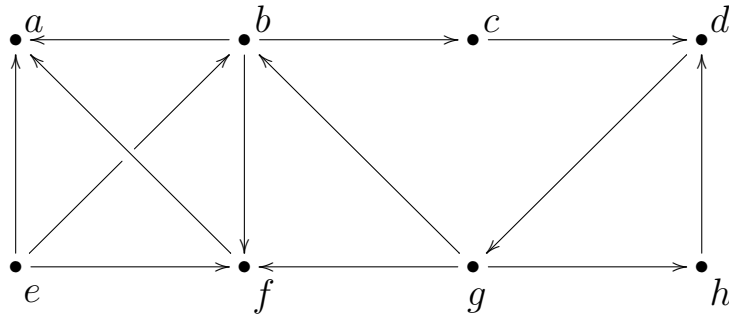
Notieren Sie jeweils alle möglichen DFS-Durchmusterungen, indem Sie die ermittelten Push- und Pop-Zeiten angeben.

Aufgabe 4 (•): Der nachfolgende Graph wurde von Ihnen bereits mit DFS durchmustert:



Durchmustern Sie den Graph nun mit BFS und a als Startknoten. Geben Sie dazu vor jedem Durchlauf der Hauptschleife den Inhalt der Queue Q sowie die Restbestände der Listen $N[v]$ für alle markierten Knoten v an. Ist am Ende für alle Knotenattribute die Distanzeigenschaft erfüllt?

Aufgabe 5 (••): Auch diesen Graph haben Sie schon mehrmals analysiert. Untersuchen Sie nun noch die Auswirkungen von BFS:



- Angenommen, BFS wird für den obigen Graph G mit dem Startknoten e ausgeführt. Schreiben Sie für jeden von e aus erreichbaren Knoten $v \in V$ das Endergebnis $d[v]$ auf.
- Es gibt drei bestimmte Startknoten $s \in V$, so dass nach der jeweiligen Ausführung von BFS der Maximalwert aller Attributierungen

$$\max\{d[v] \mid v \text{ ist von } s \text{ aus erreichbar}\}$$

einmal 0, einmal 1 und einmal 2 beträgt. Um welche drei Startknoten handelt es sich?