

doi:10.19665/j.issn1001-2400.2022.05.009

低复杂度 LDPC 码信息瓶颈量化译码器设计

胡继文¹, 郑慧娟², 童 胜¹, 白宝明¹, 徐达人³, 王仲立³

(1. 西安电子科技大学 综合业务网理论及关键技术国家重点实验室, 陕西 西安 710071;

2. 西安邮电大学 电子工程学院, 陕西 西安 710121;

3. 阿里巴巴集团, 浙江 杭州 311121)

摘要: 近年来, 信息瓶颈方法已经被成功应用于低密度校验码量化译码器的设计当中, 所设计的量化译码器仅需 4 bit 量化位宽就能逼近双精度和积译码算法的性能。此外, 信息瓶颈译码器只需处理无符号整数, 且可使用查表来替代复杂的校验节点运算, 适宜于硬件实现。然而, 现有的低密度校验码信息瓶颈译码器所需的查表次数与节点度数的平方成正比, 不利于在含有高度数节点的低密度校验码(如有限几何低密度校验码和高码率低密度校验码)中应用。为了解决这一问题, 提出了一种基于前后向算法的低密度校验码信息瓶颈量化译码器设计方案。在所提方案中, 基于前后向算法的节点运算可以分为 3 个步骤: 前向查表, 后向查表以及输出外信息。为了降低存储空间, 可以精心地设计使得前向查表和后向查表复用同一套表格行。在输出外信息时, 节点充分利用了前向查表与后向查表时产生的中间结果, 有效地避免了消息的重复计算, 使得译码所需要的查表次数与节点度数呈线性关系。仿真结果验证了所提低密度校验码信息瓶颈量化译码器设计方案的有效性。

关键词: 低密度校验码; 量化; 信息瓶颈算法; 前后向算法; 迭代译码

中图分类号: TN911.22 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-2400(2022)05-0076-08

Design of a low complexity information bottleneck quantization decoder for LDPC codes

HU Jiwen¹, ZHENG Huijuan², TONG Sheng¹, BAI Baoming¹, XU Daren³, WANG Zhongli³

(1. State Key Laboratory of Integrated Services Networks, Xidian University, Xi'an 710071, China;

2. School of Electronic Engineering, Xi'an University of Posts and Telecommunications, Xi'an 710121, China;

3. Alibaba Group, Hangzhou 311121, China)

Abstract: Recently, the information bottleneck (IB) method has been successfully applied to the design of quantization decoders for LDPC codes. The resulting high performance quantization decoder can approach the performance of the floating-point SPA (Sum-Product Algorithm) decoder by using only 4 quantization bits. Moreover, the LDPC IB decoder deals only with unsigned integers and replaces complex check node operations by simple lookup tables, and thus is very suitable for practical implementations. However, the number of table lookups is proportional to the square of the node degrees, which is unfavorable for LDPC

收稿日期: 2021-12-13

网络出版时间: 2022-04-06

基金项目: 国家自然科学基金(61871029); 陕西省自然科学基金(2021JM-465)

作者简介: 胡继文(1997—), 男, 西安电子科技大学硕士研究生, E-mail: 19011210507@stu.xidian.edu.cn

郑慧娟(1980—), 女, 讲师, E-mail: zhj@xupt.edu.cn

白宝明(1966—), 男, 教授, E-mail: bmbai@mail.xidian.edu.cn

徐达人(1986—), 男, 硕士, E-mail: xudaren_xdr@alibaba-inc.com

王仲立(1982—), 男, 博士, E-mail: chung-li.wang@alibaba-inc.com

通信作者: 童 胜(1979—), 男, 副教授, E-mail: stong@xidian.edu.cn

网络出版地址: <https://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1076.TN.20220402.2009.012.html>

codes with large node degrees, such as the finite geometric LDPC codes and high-rate LDPC codes. To deal with this issue, an improved scheme for the design of IB decoders is proposed based on the forward-backward algorithm. In the proposed scheme, the node operations based on the forward-backward algorithm can be divided into three steps: forward table lookup pass, backward table lookup pass, and extrinsic information generation. To reduce the memory space, a careful design can be carried such that the forward and backward table look-up passes share the same set of lookup tables. When generating extrinsic information, nodes make full use of the intermediate messages generated by forward and backward table lookups, and effectively remove redundant calculations, thus resulting in a total number of table lookups linear with node degrees. Numerical results are provided to demonstrate the effectiveness of the proposed LDPC IB decoder.

Key Words: low-density parity-check codes; quantization; the information-bottleneck algorithm; the forward-backward algorithm; iterative decoding

低密度校验码(Low-Density Parity-Check, LDPC)码是一类性能优异的信道编码方案^[1]。自上世纪90年代中期被重新发现以来,低密度校验码得到了学术界和工业界的广泛关注。目前,低密度校验码已经被国内外多个通信标准采纳,包括中国移动多媒体广播标准、WiMax、DVB-S2、IEEE 802.3以及最新的5G新空口等。在低密度校验码的实用化进程中,一个关键环节是高效低密度校验码译码器的设计。特别是在高端芯片受制的场合下,可通过算法层面突破限制,研发低实现复杂度、高性能量化译码算法,这是一条值得尝试的途径。

低密度校验码量化译码算法的设计涉及两方面^[2]:一是对接收信号以及迭代译码过程中所传递消息的量化;二是译码算法中变量/校验节点局部运算的量化实现。消息的量化方案可以分为均匀量化和非均匀量化两种^[3];均匀量化实现简单,但是一般需要较大的量化位宽才能保证译码器的性能;相对而言,优化设计的非均匀量化方案在相同位宽条件下有望获得更好的译码性能。量化位宽是量化算法的关键因素,它极大地影响了量化译码器的译码性能。一般而言,量化位宽越大,译码性能越好。然而,文献[4]的研究表明,减少量化位宽可以带来众多好处:有效地减少存储空间,降低译码器硬件实现规模,提升运算速度,缓解现场可编程门阵列(FPGA)布线的拥塞问题等。因此,在保证可接受的译码性能前提下,低位宽量化方案的优化设计是量化译码器设计的关键问题之一。对于量化译码器设计的另一方面,即变量/校验节点的局部运算的量化实现,首先需要考虑的是译码算法的选择。通常有两种选择,即和积算法和修正最小和算法。和积算法性能优于修正最小和算法,但是它的运算复杂度也更高。特别是和积算法的校验节点运算涉及复杂的超越函数计算,不利于硬件实现。因此,许多硬件实现方案都以牺牲译码性能为代价选择计算复杂度更低的修正最小和算法^[5]。

综上所述,基于性能更优的和积算法来设计低位宽高性能的低密度校验码量化译码器是具有实际应用价值的。近年来,已有一些学者将起源于信息论和机器学习领域的信息瓶颈(Information-Bottleneck, IB)^[6]方法成功地应用于低密度校验码的量化译码器设计当中,获得了很好的效果^[7-14]。基于信息瓶颈方法的低密度校验码量化译码器设计,以互信息为度量对消息(包括接收信号和迭代译码中传递的消息)进行量化处理,将所有消息都用无符号整型数进行表示,从而便于实际硬件实现。特别是在消息的量化过程中,以互信息最大化为优化目标。从保留信息量的角度看,基于信息瓶颈方法的量化方案是最佳的。此外,在校验节点消息更新的过程中,复杂的函数运算也通过信息瓶颈方法简化为简单的查表操作,从而大大地简化了运算复杂度。需要特别说明的是,在查找表的构建过程中,信息瓶颈方法以使得查表所得无符号整型数消息和其所代表的编码比特的互信息最大化为优化目标^[7],因此所构造的查找表在信息论意义下也是最佳的。由上所述,低密度校验码的信息瓶颈量化译码器是基于最佳的和积译码算法为基础设计的,并且在消息量化和节点量化实现两个方面均以互信息最大化为优化目标,是一种信息最佳量化译码器设计方法。这也就很好地解释了其译码性能的优异性。实际上,仿真结果表明基于信息瓶颈方法的4 bit低密度校验码量化译码器能够获得比未量化和积译码0.1 dB的优异性能。

近年来,对低密度校验码的信息瓶颈量化译码器的研究逐步深入,已经基本形成一套系统的设计方案。文献[7]中由和积算法推导了信息瓶颈量化译码器,并研究了设计信噪比对信息瓶颈量化译码器性能的影响。

<http://journal.xidian.edu.cn/xdxb>

响。文献[8]中在数字信号处理器上实现了规则低密度校验码的信息瓶颈量化译码器,验证了其吞吐量优于最小和译码器。文献[9]中总结了规则低密度校验码的信息瓶颈量化译码器的设计流程,提供了一个通用的规则低密度校验码信息瓶颈量化译码器的设计框架,给出了寻找最佳设计信噪比的一种启发式方法,分析了量化位宽和码长对规则低密度校验码信息瓶颈量化译码器性能的影响。关于信息瓶颈方法在低密度校验码量化译码器中的更多应用可以进一步参考文献[10-14]。

虽然信息瓶颈量化译码器在存储空间、吞吐量以及译码性能方面都有很好的表现,但是仔细分析其译码过程,不难发现其局部节点运算中某些消息存在重复计算的现象,从而导致其查表次数与节点度数的平方成正比。为避免消息重复计算,笔者提出了一种基于前后向算法的信息瓶颈量化译码器优化设计方案。所提方案能有效地减少信息瓶颈量化译码器的查表次数,使得节点的查表次数从平方量级降低为线性量级。

1 信息瓶颈方法及其在低密度校验码量化译码器中的应用

1.1 信息瓶颈方法

信息瓶颈方法于 1999 年由 TISHBY 等^[6]学者提出,它起源于信息论和机器学习领域,是一种适用于数据压缩的通用信息理论框架。信息瓶颈方法通过引入相关变量 X ,实现对观测变量 Y 进行数据压缩,从而得到压缩变量 T ,如图 1 所示。为此,信息瓶颈方法引入了两个目标:一是使互信息 $I(T;Y)$ 最小化,即尽可能简洁地表示 Y ;二是最大化互信息 $I(T;X)$,即尽可能让压缩变量 T 保留更多关于 X 的信息。变量 X 与变量

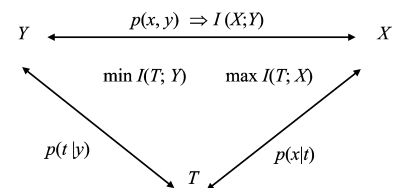


图 1 信息瓶颈方法所研究的问题^[10]

Y 通常是相关的,比如可以将 Y 看成是 X 经过信道传输后得到的观测值,它们的联合概率密度记为 $p(x, y)$ 。变量 T 是由 Y 压缩而来的,即 $X \rightarrow Y \rightarrow T$ 构成马尔可夫链。变量 Y 和 T 之间的压缩关系可以描述为 Y 到 T 的某种映射^[9],用概率论语言描述,这种映射可以表示为 T 与 Y 之间的条件概率分布 $p(t|y)$ 。注意,上述压缩问题是一个双目标优化问题。为了便于求解,可以固定 T 取值空间的基数 $|T|$,从而将所考虑的问题转化为单目标优化问题,即在给定 $|T|$ 的前提下,寻找可以使得互信息 $I(T;X)$ 最大化的映射 $p(t|y)$ ^[9]:

$$\max_{p(t|y)} I(T;X) \quad (1)$$

为了便于量化器实现,一个自然的要求就是给定一个观测值 y ,可以找到与之对应的惟一的压缩值 t ,即 $p(t|y)$ 是一个确定性映射。这就意味着 $p(t|y)$ 可以用某个函数 $t = f(y)$ 来描述。

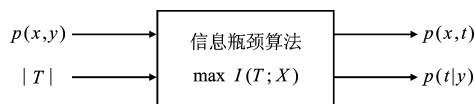


图 2 信息瓶颈算法^[9]

信息瓶颈算法是信息瓶颈方法的具体实现。如图 2 所示,在输入联合概率分布 $p(x, y)$ 和 T 取值空间的基数 $|T|$ 时,信息瓶颈算法会优化出确定性映射 $p(t|y)$,以使互信息 $I(T;X)$ 最大化^[9]。自信息瓶颈方法提出之后,出现了适用于不同应用的多种信息瓶颈算法^[9]。文献[9]给出了一种低复杂度的信息瓶颈算法,称为专用序贯信息瓶颈算法。由于该算法只优化量化区间的边界,其计算复杂度很低。在下面的信道输出量化和低密度校验码信息瓶颈量化译码器的构造过程中,都采用了该算法。由于篇幅受限,这里就不再赘述,有兴趣的读者可参考文献[9]。

下面将简要回顾文献[9]中原信息瓶颈量化译码器涉及的两个环节:信道输出信号的量化以及节点处局部运算的量化实现。

1.2 AWGN 信道输出信号的信息瓶颈量化处理

这里考虑 BPSK 调制以及 AWGN 信道。编码比特 $b \in \{0, 1\}$ 经过 BPSK 调制后,映射成符号 $x = -2b + 1$,然后将 x 在 AWGN 信道上传递,在接收端得到接收信号 $y = x + n, n \sim N(0, \sigma^2)$ 。接收信号 y 和发送信号 x 的联合概率分布为

<http://journal.xidian.edu.cn/xdxb>

$$p(x, y) = \frac{1}{2(2\pi\sigma^2)^{1/2}} \exp\left(-\frac{|y-x|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2)$$

由于专用序贯信息瓶颈算法只适用于离散随机变量的压缩,在文献[9]中首先对信道输出信号 y 做了离散化处理。具体做法如下:将输出信号限幅于 $[-2, 2]$, 然后等分为 2 000 个均匀的量化区间, 每个区间对应一个离散值 \hat{y} , $\hat{y} = 0, 1, 2, \dots, 1\,999$ 。根据量化区间的范围, 对式(2)中的联合分布 $p(x, y)$ 做积分, 求得相应的离散化的联合分布 $p(x, \hat{y})$ 。采用量化位宽为 4 bit, 即 $|T| = 16$, 将 $p(x, \hat{y})$ 和 $|T| = 16$ 作为专用序贯信息瓶颈算法的输入, 即可优化得到压缩映射 $p(t|\hat{y})$ (见图 2)。

1.3 LDPC 码 IB 量化译码器设计

本节简要回顾文献[9]中的信息瓶颈量化译码器设计方法。信息瓶颈量化译码器只涉及无符号整数, 它以信道输出信号的量化值为输入, 并以查表操作替代校验和变量节点的局部运算。

首先, 考虑校验节点处查找表的生成。记校验节点度数为 d_c 。为了便于实现, 先将该校验节点拆分成 $d_c - 2$ 个度 3 的校验节点的串联。图 3 给出了 $d_c = 5$ 的一个实例。当该校验节点从与之相连的 5 条边上得到输入消息 $y_i^c \in T, i = 0, 1, 2, 3, 4$ 后, 需要为每条边计算相应的输出外信息。例如计算第 4 条边上的输出外消息 y_4^{c2v} , 需要使用前 4 个输入消息 y_0^c, y_1^c, y_2^c 和 y_3^c 。由图 3 所示, 这样的计算可以逐步完成: 先由 y_0^c 和 y_1^c 计算得到 $t_0^c = f_0^c(y_0^c, y_1^c)$, 然后由 t_0^c 和 y_2^c 计算得到 $t_1^c = f_1^c(t_0^c, y_2^c)$, 最后计算 $y_4^{c2v} = f_2^c(t_1^c, y_3^c)$ 。这里 $f_i^c(u, v) (i = 0, 1, 2)$ 为二维查找, $f_i^c(u, v)$ 代表当输入的两个离散消息是 u 和 v 时对应的输出消息。不难看出, 所有 $f_i^c(u, v)$ 的构造过程是一样的。

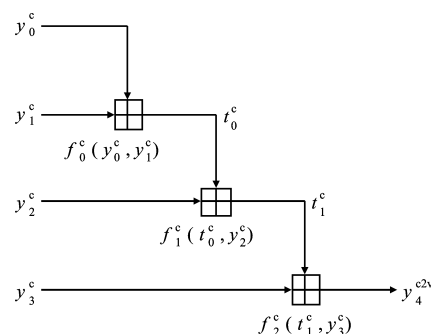


图3 度5校验节点拆分为3个度3校验节点的串联

下面以 $f_0^c(u, v)$ 的构造为例介绍如何用信息瓶颈方法构造校验节点的查找表。记与输入消息 y_i^c 对应的比特为 b_i^c , 与 t_0^c 对应的比特为 x_0^c , 消息 y_i^c 和 b_i^c 的联合概率分布为 $p(b_i^c, y_i^c)$ 。由图 3 可知, $x_0^c = b_0^c \oplus b_1^c$, 则有^[7]

$$p(x_0^c, y_0^c, y_1^c) = \sum_{(b_0^c, b_1^c): x_0^c = b_0^c \oplus b_1^c} p(b_0^c, y_0^c) p(b_1^c, y_1^c) \quad (3)$$

其中, 组合消息 $[y_0^c, y_1^c]$ 有 $|T|^2$ 种取值。为了保持事件空间大小不变, 需要将组合消息 $[y_0^c, y_1^c]$ 压缩成 t_0^c , 其取值空间大小也为 $|T|$ 。这样, 可以使用专用序贯信息瓶颈算法对组合消息进行压缩, 其输入为联合概率分布 $p(x_0^c, y_0^c, y_1^c)$ 和 $|T|$, 输出为组合消息 $[y_0^c, y_1^c]$ 到 t_0^c 的映射 $p(t_0^c | [y_0^c, y_1^c])$, 即查找表 $f_0^c(y_0^c, y_1^c)$ 以及联合分布 $p(x_0^c, t_0^c)$ 。注意, 联合分布 $p(x_0^c, t_0^c)$ 将在产生 $f_1^c(u, v)$ 的输入联合概率分布 $p(x_1^c, t_0^c, y_2^c)$ 中使用, 其具体计算公式与式(3)类似。其他查找表可以类似地产生。需要注意的是, 构造最后一张表格 $f_2^c(u, v)$ 时, 专用序贯信息瓶颈算法输出的 $p(x_2^c, y_4^{c2v})$ 需要保留, 以用于变量节点查找表的产生。

综上所述, 在每轮迭代中, 一个度为 d_c 的校验节点需要的查找表数目为 $(d_c - 2)$ 。与之相连的 d_c 条边都需要产生外信息, 每条边涉及 $(d_c - 2)$ 次查表操作, 该节点共需要进行的查表次数为 $d_c(d_c - 2)$ 。这意味着查表次数与校验节点度数的平方成正比。这对于 d_c 取值较大的 LDPC 码而言是不利的。

类似校验节点的信息瓶颈量化实现, 变量节点的消息更新也可以利用信息瓶颈方法构造查找表来完成。具体实现方法不再赘述, 可以参考文献[9]。度为 d_v 的变量节点每轮迭代需要进行 $d_v(d_v - 1) + 1$ 次查表。

值得一提的是, 每轮迭代后, 可以对变量节点取值做硬判决。由于对数似然比的分布是对称的, 且其排序和离散消息取值的排序是一致的, 只需要将变量节点的后验离散消息与 $|T|/2$ 比较即可。

2 基于前后向算法的低密度校验码信息瓶颈量化译码器设计

在原低密度校验码信息瓶颈量化译码器中, 校验和变量节点消息更新都存在冗余查表操作。举个例子, 参考图 3, 在计算第 3 条边和第 4 条边上的外信息时, 都对 y_0^c 和 y_1^c 进行了一次查表, 即 $t_0^c = f_0^c(y_0^c, y_1^c)$ 。为避免重复查表, 笔者基于前后向算法 (Forward-Backward, FB) 提出了一种低复杂度信息瓶颈量化译码器。前

后向算法是一种适用于隐马尔可夫模型的推断算法^[15],可以用于根据观测数据来计算每个状态的后验概率。该算法根据动态规划原理依次进行前向递归计算和后向递归计算,最后实现后验概率的计算,因而命名为前后向算法。文献[2]指出利用前后向算法可以有效地降低和积算法校验节点核心运算的计算复杂度。鉴于低密度校验码的信息瓶颈量化译码本质上是和积算法的一种非均匀量化实现,同样可以采用前后向算法来有效地降低计算复杂度。

2.1 基于前后向算法的信息瓶颈校验节点操作

基于前后向算法,信息瓶颈译码器的校验节点操作可以分为 3 个步骤:前向查表,后向查表以及输出外信息。下面以一个度 d_c 的校验节点为例介绍所提的 FB-IB 校验节点消息的更新过程。记该校验节点 d_c 条边上接收到的量化消息为 $[y_0^c, y_1^c, \dots, y_{d_c-1}^c]$ 。

(1) 前向查表过程,从左到右依次查表 $(d_c - 2)$ 次得到前向消息 $\{t_i^F\}_{i=0}^{d_c-4}$ 和外信息 $y_{d_c-1}^{c2v}$,即

$$t_0^F = f_0^c(y_0^c, y_1^c), \quad t_i^F = f_i^c(t_{i-1}^F, y_{i+1}^c), \quad i = 1, 2, \dots, d_c - 4, \quad y_{d_c-1}^{c2v} = f_{d_c-3}^c(t_{d_c-4}^F, y_{d_c-2}^c) \quad (4)$$

(2) 由于消息概率分布的对称性,后向查表过程与前向查表过程可以复用同一套表格。后向查表过程从右到左依次查表 $(d_c - 2)$ 次,得到后向消息 $\{t_i^B\}_{i=0}^{d_c-4}$ 和外信息 y_0^{c2v} ,即

$$t_0^B = f_0^c(y_{d_c-1}^c, y_{d_c-2}^c), \quad t_i^B = f_i^c(t_{i-1}^B, y_{d_c-2-i}^c), \quad i = 1, 2, \dots, d_c - 4, \quad y_0^{c2v} = f_{d_c-3}^c(t_{d_c-4}^B, y_1^c) \quad (5)$$

(3) 外信息的计算:注意到第 0 条和第 $(d_c - 1)$ 条边上已经产生外信息 y_0^{c2v} 和 $y_{d_c-1}^{c2v}$,下面只需为剩余边产生外信息即可。由于输入串联系统的消息概率分布满足对称性, y_1^{c2v} 和 $y_{d_c-2}^{c2v}$ 可以复用表格 $f_{d_c-3}^c(u, v)$,即 $y_1^{c2v} = f_{d_c-3}^c(t_{d_c-4}^B, y_0^c)$, $y_{d_c-2}^{c2v} = f_{d_c-3}^c(t_{d_c-4}^F, y_{d_c-1}^c)$ 。变量节点生成外信息 $\{y_i^{c2v}\}_{i=2}^{d_c-4}$ 需要额外构造 $\lceil (d_c - 4)/2 \rceil (d_c \geq 3)$ 张表格,其中 $\lceil \cdot \rceil$ 为向上取整,具体计算如下:

$$y_{i-4+i}^{c2v} = f_{d_c-4+i}^c(t_{i-2}^F, t_{d_c-3-i}^B), \quad y_{d_c-5+i}^{c2v} = f_{d_c-4+i}^c(t_{i-2}^B, t_{d_c-3-i}^F), \quad i = 2, 3, \dots, \lceil d_c/2 \rceil \quad (6)$$

为便于读者理解算法,下面以度 7 的校验节点为例进行说明,如图 4 所示。

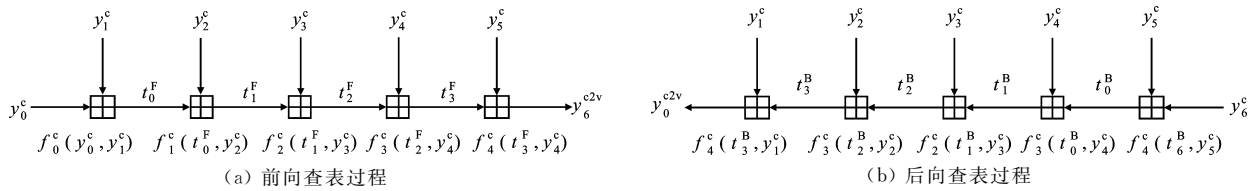


图 4 LDPC 码 FB-IB 量化译码器校验节点前向和后向查表

对于度 7 的校验节点,前、后向过程涉及 5 张两输入查找表,分别对应图 4(a) 和图 4(b) 中的函数 $f_0^c(u, v) \sim f_4^c(u, v)$ 。从图 4(a) 和图 4(b) 可以看出,由于输入到串联系统的消息概率分布满足对称性,因此前向和后向查表过程可以复用同一套表格 $f_0^c(u, v) \sim f_4^c(u, v)$ 。

输出外信息 $\{y_i^{c2v}\}_{i=2}^{d_c-4}$ 的过程如图 5 所示。由于消息 $[y_0^c, t_3^B]$ 与 $[y_6^c, t_3^F]$ 的消息分布满足对称性,因此 y_1^{c2v} 和 y_5^{c2v} 的生成复用了表格 $f_4^c(u, v)$ 。需要注意的是,表格 $f_1^c(u, v)$ 在前后向过程中已经生成,而表格 $f_5^c(u, v)$ 和 $f_6^c(u, v)$ 并未生成,需要额外构造。以此类推, $[t_0^F, t_2^B]$ 和 $[t_0^B, t_2^F]$ 满足对称性,从而 y_2^{c2v} 和 y_4^{c2v} 的生成复用了表格 $f_5^c(u, v)$ 。

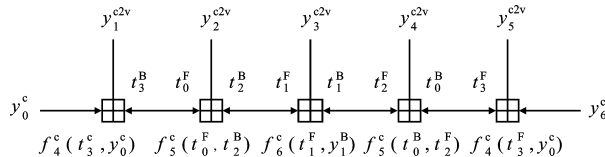


图 5 低密度校验码 FB-IB 量化译码器校验节点输出外信息

由式(4)和式(5)可知,前向和后向查表共需要 $2(d_c - 2)$ 次。为剩余 $(d_c - 2)$ 条边生成外信息时,每生成一个外信息需要一次查表,所以输出外信息的过程需要 $(d_c - 2)$ 次查表。因此,基于前后向算法的校验节点操作需要的查表次数为 $3(d_c - 2)$,而原信息瓶颈量化译码器中一个度 d_c 的校验节点需要 $d_c(d_c - 2)$ 次查表操作^[9],即查表次数从度数的平方量级降低到线性量级。显然,校验节点度数越大,降低的查表次数越可观。因此,该方法在高码率低密度校验码上具有较好的实用价值。

2.2 基于前后向算法的信息瓶颈变量节点操作

基于前后向算法的变量节点 FB-IB 操作可以借鉴节 2.1 中关于校验节点的操作。需要特别注意的是,信道量化消息 y_0^{ch} 的放置。一般而言, y_0^{ch} 与来自校验节点的量化消息 y_i^{v} 的概率分布并不相同。因此,如果 y_0^{ch} 放置位置不合理的话,前后向操作将无法复用同一套表格。经过仔细分析发现,在前向过程中,将 y_0^{ch} 放置在串联系统的第 $\lfloor d_v/2 \rfloor$ 条边上, $\lfloor \cdot \rfloor$ 为向下取整符号;而在反向过程中,将 y_0^{ch} 放置在第 $\lceil d_v/2 \rceil$ 条边上,就可以使前后向过程中产生的量化消息的概率分布具有对称性,从而实现表格的复用。对于偶度数的变量节点,只需要将 y_0^{ch} 作为正中间那条边,即第 $(d_v/2)$ 条边上的输入即可。对于奇度数变量节点, y_0^{ch} 的放置需要特别处理:在前向过程中, y_0^{ch} 作为第 $((d_v - 1)/2)$ 条边上的输入;而在后向过程中, y_0^{ch} 作为第 $((d_v + 1)/2)$ 边上的输入。图 6 给出了一个度为 5 的变量节点的例子。由图 6 可知,前后向过程中,输入消息的分布是对称的,从而可以复用同一套查找表。

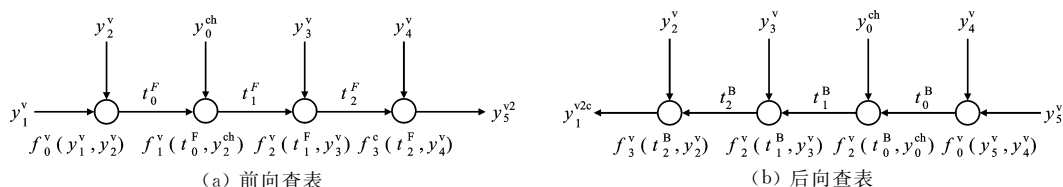


图 6 奇度数($d_v = 5$)时 FB-IB 变量节点操作

FB-IB 变量节点操作类似 FB-IB 校验节点操作,具体查表步骤不再赘述。结合图 6 的例子可看出,度 d_v 的变量节点前向和后向查表共需要 $2(d_v - 1)$ 次,为剩余 $(d_v - 2)$ 条边生成外信息需要 $(d_v - 2)$ 次查表,生成译码判决消息需要 1 次查表。因此,FB-IB 变量节点操作需要的查表次数为 $3(d_v - 1)$ 。与校验节点类似,变量节点生成外信息额外需要的表格数目为 $\lceil (d_v - 4)/2 \rceil$ 。

3 复杂度分析及仿真结果

考虑一个规则低密度校验码,记其校验节点度为 d_c ,变量节点度为 d_v 。表 1 对比了笔者提出的方案和文献[9]的方案在一轮迭代过程中,局部运算各自需要的表格数目和查表次数。需要说明的是,两种方案所用单张表格的大小相同,且只与译码器的量化位宽相关。当采用量化位宽为 q 比特时,无符号整数 T 取值空间的基数 $|T| = 2^q$ 。

表 1 每轮迭代两种方案各自需要的表格数目和查表次数

算法	CN 表格数目	CN 查表次数	VN 表格数目	VN 查表次数
文献[9]	$d_c - 2$	$N_c d_c (d_c - 2)$	d_v	$N_v d_v (d_v - 1) + N_v$
所提方案	$d_c - 2 + \lceil (d_c - 4)/2 \rceil$	$3N_c (d_c - 2)$	$d_v + \lceil (d_v - 4)/2 \rceil$	$3N_v (d_v - 1)$

注:CN 表示校验节点,VN 表示变量节点。

由于表格是两维的(代表输入的两个消息),单张表格占用的存储空间大小为 $q|T|^2$ 比特。从表 1 可以看出,相比于文献[9],按照所提方案设计的消息瓶颈译码器以增加少量表格为代价,将校验、变量节点查表操作的次数分别从 $O(d_c^2)$ 和 $O(d_v^2)$ 降低到 $O(d_c)$ 和 $O(d_v)$ 。显然,对于校验节点度数大的高码率 LDPC 码,所提方案能更有效地降低查表操作的复杂度。特别是在某些信道条件良好的应用中,倾向采用高码率大行重低密度校验码,比如文献[16]中针对闪存信道设计了一种高码率有限几何低密度校验码,其行重高达 272。对于该码而言,采用所提方法能够使校验节点查表次数减少近 90%。

笔者考查了 802.3 an 标准中的码率约为 0.84 的(2 048, 1 723)低密度校验码^[17]来验证所提方案。该码的校验节点度数 $d_c = 32$,变量节点度数 $d_v = 6$ 。按照表 1 的结论对比了该码使用文献[9]方案和所提方案设计的消息瓶颈译码器在单个节点更新消息时需要进行的查表次数,见图 7(a)。从理论分析的角度可以看出,笔者所提的 FB-IB 量化译码器的查表次数远远低于原始图 7 两种 IB 译码器的性能对比方案。图 7(b)比较了软件仿真 5 000 帧码字所需译码时间,验证了所提方案的有效性,其中仿真软件为 Visual Studio 2017,编程语言为 C 语言。

<http://journal.xidian.edu.cn/xdxh>

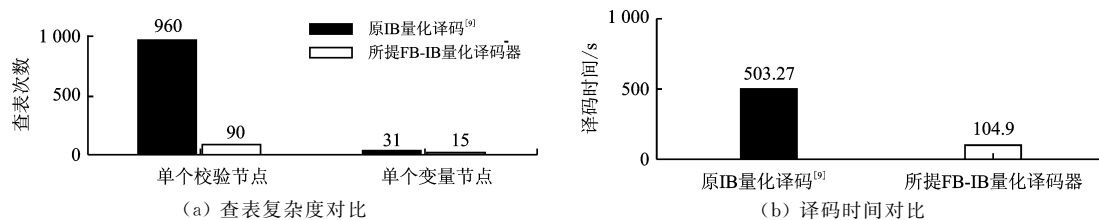
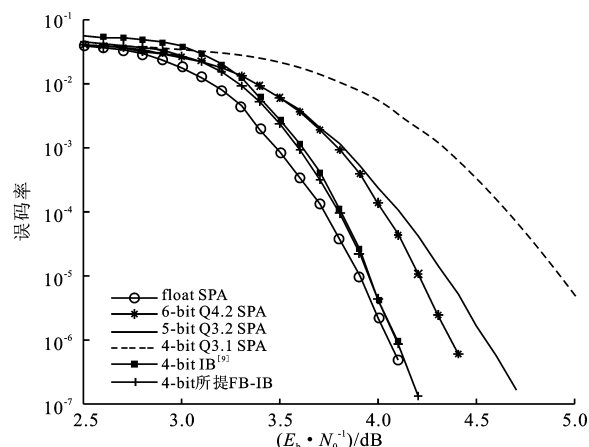


图 7 两种 IB 译码器的性能对比

图 8 对比了 $(2\ 048, 1\ 723)$ 低密度校验码在不同量化译码算法下的性能。这里的仿真条件如下: BPSK 调制下的 AWGN 信道, 最大迭代次数为 50。图 8 中 floatSPA 为双精度和积译码器, $Qm.f$ 量化 SPA 译码器使用的是来自文献[3]的均匀量化方案, 其中 m 表示消息整数位使用的比特数, f 表示消息小数位使用的比特数。信息瓶颈为文献[9]的方案, FB-IB 为笔者所提方案。由图 8 可知, 所提的 4 bit FB-IB 译码器与原 4 bit 信息瓶颈译码器的性能大致相当, 且都明显优于 6 bit 均匀量化低密度校验译码器。当误码率为 10^{-6} 时, 所提 4 bit FB-IB 译码器以及原 4 bit 信息瓶颈译码器与双精度 SPA 译码器的译码性能差距不到 0.1 dB。

图 8 $(2\ 048, 1\ 723)$ LDPC 码在不同译码算法下的性能比较

4 结束语

笔者提出了一种基于前后向算法的低复杂度 LDPC 码信息瓶颈量化译码器设计方案。该方案充分地利用了前向查表和向后查表产生的中间结果, 有效地减少了查表次数。笔者以增加少量的空间复杂度为代价, 所提设计方案可以将译码器的查表次数从平方量级降低到线性量级, 更加适用于校验节点度数较大的高码率 LDPC 码。仿真结果表明, 所提前后向信息瓶颈量化译码器的性能与原信息瓶颈量化译码器的性能相当, 量化位宽为 4 bit 就可逼近未量化译码器的性能, 验证了所提前后向信息瓶颈译码器的有效性。

参考文献:

- [1] 白宝明, 孙韶辉, 王加庆. 5G 移动通信中的信道编码[M]. 北京: 电子工业出版社, 2020: 99.
- [2] 童胜, 王鹏, 王单, 等. LDPC 码量化和积译码的高效实现[J]. 西安电子科技大学学报, 2004, 31(5): 709-713.
TONG Sheng, WANG Peng, WANG Dan, et al. Efficient Implementation of the Sum-Product Algorithm for Quantized Decoding of LDPC Codes[J]. Journal of Xidian University, 2004, 31(5): 709-713.
- [3] HATAMI H, MITCHELL D G M, COSTELLO D J, et al. Performance Bounds and Estimates for Quantized LDPC Decoders[J]. IEEE Transactions on Communications, 2020, 68(2): 683-696.
- [4] GHANAATIAN R, BALATSOUKAS-STIMMING A, MULLER T C, et al. A 588-Gb/s LDPC Decoder Based on Finite-Alphabet Message Passing[J]. IEEE Transactions on Very Large Scale Integration (VLSI) Systems, 2018, 26(2): 329-340.
- [5] COCHACHIN F, BOUTILLON E, DECLERCQ D. Sign-Preserving Min-Sum Decoders[J]. IEEE Transactions on

- Communications, 2021, 69(10):6439-6454.
- [6] TISHBY N, PEREIRA F C, BIALEK W. The Information Bottleneck Method[C]//Proceedings of Allerton Conference on Communications. Monticello: Comput, 1999:368-377.
- [7] LEWANDOWSKY J, STARK M, BAUCH G. Optimum Message Mapping LDPC Decoders Derived from the Sum-Product Algorithm[C]//IEEE International Conference on Communications. Piscataway: IEEE, 2016:1-6.
- [8] LEWANDOWSKY J, BAUCH G, TSCHAUNER M, et al. Design and Evaluation of Information Bottleneck LDPC Decoders for Software Defined Radios[C/OL]. [2021-12-01]. DOI:10.1109/ICSPCS.2018.8631719.
- [9] LEWANDOWSKY J, BAUCH G. Information-Optimum LDPC Decoders Based on the Information Bottleneck Method[J]. IEEE Access, 2018, 6(17):4054-4071.
- [10] STARK M, LEWANDOWSKY J, BAUCH G. Information-Bottleneck Decoding of High-Rate Irregular LDPC Codes for Optical Communication Using Message Alignment[J/OL]. [2021-12-02]. DOI:10.3390/app8101884.
- [11] STARK M, BAUCH G, LEWANDOWSKY J, et al. Decoding of Non-Binary LDPC Codes Using the Information Bottleneck Method[C]//2019 IEEE International Conference on Communications. Piscataway: IEEE, 2019:1-6.
- [12] STARK M, WANG L, BAUCH G, et al. Decoding Rate-Compatible 5G-LDPC Codes With Coarse Quantization Using the Information Bottleneck Method[J]. IEEE Open Journal of the Communications Society, 2020, 1:646-660.
- [13] SUN W, ZHENG J. A Discrete Detection and Decoding of MLC NAND Flash Memory with Retention Noise[J/OL]. [2021-11-22]. DOI:10.1109/ACCESS.2020.2983433.
- [14] MOHR P, BAUCH G, YU F, et al. Coarsely Quantized Layered Decoding Using the Information Bottleneck Method[C]//2021 IEEE International Conference on Communications. Piscataway: IEEE, 2021:1-6.
- [15] RABINER L R. A Tutorial on Hidden Markov Models and Selected Applications in Speech Recognition[J]. Proceedings of IEEE, 1989, 77(2):257-286.
- [16] KIM J, SUNG W. Rate-0.96 LDPC Decoding VLSI for Soft-Decision Error Correction of NAND Flash Memory[J]. IEEE Transactions on Very Large Scale Integration Systems, 2014, 22(5):1004-1015.
- [17] ZHANG Z, ANANTHARAM V, WAINWRIGHT M J, et al. An Efficient 10GB ASE-T Ethernet LDPC Decoder Design with Low Error Floors[J]. IEEE Journal of Solid-State Circuits, 2010, 45(4):843-855.

(编辑:郭 华)

(上接第75页)

- [17] WU Z, HUANG N E. Ensemble Empirical Mode Decomposition: A Noise-Assisted Data Analysis Method[J]. Advances in Adaptive Data Analysis, 2009, 1(1):1-41.
- [18] YE H J, SHIEH J S, HUANG N E. Complementary Ensemble Empirical Mode Decomposition: A Novel Noise Enhanced Data Analysis Method[J]. Advances in Adaptive Data Analysis, 2010, 2(2):135-156.
- [19] TORRES M E, COLOMINAS M A, SCHLOTTHAUER G, et al. A Complete Ensemble Empirical Mode Decomposition with Adaptive Noise[C]//Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Piscataway: IEEE, 2011:4144-4147.
- [20] 张宁, 刘友文. 基于 CEEMDAN 改进阈值滤波的机电陀螺信号去噪模型[J]. 中国惯性技术学报, 2018, 26(5):665-669.
- ZHANG Ning, LIU Youwen. Signal De-Noiseing Model for MEMS Gyro Based on CEEMDAN Improved Threshold Filtering[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2018, 26(5):665-669.
- [21] 徐朗, 蔡德所. 基于最小二乘平滑滤波与 CEEMDAN 的光纤陀螺信号处理研究[J]. 振动与冲击, 2020, 39(10):269-278.
- XU Lang, CAI Desuo. Research on Signal Processing of Fiber Optic Gyroscope Based on Least Square Smooth Filtering and CEEMDAN[J]. Journal of Vibration and Shock, 2020, 39(10):269-278.

(编辑:牛姗姗)