1. 介绍

在无线传输中，通信质量受信道噪声影响极大，信道编码是用于恢复被干扰数据的重要手段。许多传统信道编码如LDPC码、BCH码、Turbo码等采取固定码率的设计方案，这使其在信道质量变化频繁的传输环境中综合表现较差，而具有无码率特性的喷泉码可以适应不同信道质量，从而兼容各种传输环境。

喷泉码是一种适用于删除信道的稀疏图码。在删除信道中，数据要么无差错被接收，要么被丢失，如Internet中的数据包传输便符合这一特点。喷泉码在传输过程中首先将整体数据分割为个数据包，发送端每次发送数据包的随机组合，当接收端收到个随机组合即可恢复出整体数据，其中略大于。

LT（luby transform）码是首次被提出具有应用意义的喷泉码，其具有近线性的编译码复杂度，但同时具有较高接收冗余。对于的数据包批次大小，其具有40%以上的高冗余。后续有很多学者做出关于改进LT码的工作……针对高接收冗余的问题，有学者提出新的喷泉码TC（triangular code）码。TC码在LT码的基础上对分割后的数据包做移位操作，增大了编码包之间的线性无关概率，TC码不仅保持了与LT码一致的编译码复杂度，还在各数据包批次大小下都具有近零冗余性质。

本文则继续在TC码……

本文后续部分安排如下：……

二．

本章说明TC码的编译码原理，做如下符号规定：为i号源码包，为源码包个数，为源码包数据长度，为构成的集合，为i号编码包，为编码包个数，为构成的集合；为编码器度分布；为i号源码包第j个比特，为i号编码包第j个比特，为全体构成的源码比特集合，为全体构成的编码比特集合，为定义在和之间的二分图，表明之间存在边，表明之间不存在边。

2.1 TC编码器原理：

TC编码器的编码过程可分为三步，第一步是确定作为参与第次编码的源码包集合，第二步是令偏移一定位数得到，第三步是异或得到编码包。编码流程图如图x所示。



在第一步和第二步中采取不同策略可以得到不同TC编码器，目前已有的TC编码器包括IV-TC编码器和R-TC编码器。IV-TC编码器以极高比特冗余和大幅提高复杂度为代价来保证任意编码包之间都满足线性无关；R-TC编码器则在LT编码器的基础上对源码包进行随机偏移，这大大提高了编码包间的线性无关概率，而仅带来少量比特冗余。

接下来以R-TC编码器为例说明编码过程和复杂度。R-TC编码器的编码参数包括度分布和最大偏移位数。R-TC编码器首先依据确定编码包度值，然后在中均匀随机挑选个源码包，随即为分配偏移位数，最终得到编码包。

R-TC编码器与LT编码器复杂度一致，为。相比于LT编码器，R-TC编码器的额外复杂度来自于对源码包的偏移，即R-TC编码器的源码包数据长度量级为，而合适的通常满足，因此这部分额外复杂度可忽略。

2.2 TC译码器原理：

TC译码器与LT译码器的译码原理一致，将LT码的源码包、编码包概念替换为TC码的源码比特、编码比特概念，便可由适用于LT码的BP译码算法得到适用于TC码的back-substitution译码算法。TC译码器为通用译码器，即IV-TC编码器和R-TC编码器共用相同的TC译码器。

TC码的译码过程是迭代进行的，每次迭代包括两步。第一步是更新源码比特集合与编码比特集合之间的二分图，如图x所示。



第二步是找到度为1的编码比特，然后消除与相连的源码比特的所有边，直到不存在为止。该迭代过程的触发条件为，结束条件为的所有边被消除。译码流程图如图x所示。



TC译码器复杂度与LT译码器复杂度一致，为。与编码器同理，R-TC译码器相比于LT译码器的额外复杂度可忽略，因此TC译码器复杂度为。

三．改进点

已有的变体是IV-TC和R-TC，IV-TC的比特冗余为，仅适用于较小的情形

在上一章中，R-TC编码器依据度分布产生度值后，利用均匀分布随机选择出对应数量的源码包，这在K较小时会因随机性带来一定性能损失，如图x所示。

在图x中，x号源码包的度值为1，而y号源码包的度值为5，若在传输过程中k号编码包丢失，则译码过程必然失败（5个源码包生成10个编码包）。为减少对极少数编码包高度依赖的情况，本文提出一种自适应趋稳分布来代替均匀分布，

除此之外，R-TC编码器同样利用均匀分布来确定每个源码包的偏移位数，这容易导致源码包相对偏移的重复率增高，如图x所示。（偏移位数的先放一放）

在图x中，

3.1 var与redundancy

给定矩阵，记，为第行第列元素，为的行，为的列，假设可逆。当要求新列与线性无关时，则，为的线性组合。

记为的行重，，，，现在考虑中任意元素在位置上的取值，是由取自的部分元素和取自的部分元素异或得到，当来自中的元素个数为奇数时，，反之。则：

考虑到如下组合数性质：

当时，

当时，

可得：

这表明与的线性无关性和无关，即

但是注意到TC码存在移位机制，这导致同一源码包集合在不同移位组合下可以形成多个彼此线性无关的编码包。

下面说明由移位导致的线性无关性与的关系。以R-TC为例，R-TC编码器设定最大移位数，每个源码包的移位数通过均匀分布确定。矩阵元素，的线性组合为：。

规定上的异或操作如下：

1. 当且仅当i==j时，

记的异或和为0，为种数，；的异或和剩余两项，为种数，。可由和转移得到：

可由和转移得到：

结合式x、x可得：

记，则：

下面将左右同乘，累加得到：

此时，参考式x、x可得：

记，有。所以，

记，则：

记，

对于TC码常用而言，满足：

则：

因此，

即

又因为，所以，

考虑矩阵，规定的非0元素个数固定，为的行，为的列，下面分析的线性无关性与方差的关系。

定义操作为：交换某一列中一个0元素和一个非0元素位置，使得两元素所在列的度值之差减小。记为的一种非0元素分布，为经过一次操作后的非0元素分布，被操作的元素为，为去掉第j行的矩阵形式，为所有列的线性组合，可以知道：

则：

已知，所以，即。记经过有限次操作后最终变为，此时，

同时亦满足：

可知，当彼此线性无关概率最大时，的方差最小。

3.2 B-TC(Balanced TC)编码器设计

由3.1节可知，源码包度值方差的减小有利于增大编码包之间的线性无关性，因此本节提出B-TC编码器，B-TC编码器在R-TC编码器的基础上均衡化源码包的使用频率，利用概率分布代替均匀分布来确定源码包选择。

假设如下传输过程：发送方发送编码包个数为，接收至第个编码包源码包使用次数为，第个编码包度值为，第个编码包的源码包概率分布为。需要解决如下问题：

约束为：

令

则有：

由于存在约束，考虑通过对做如下映射调整：

且满足

则：

记为近似解，

将作为B-TC编码器的源码包概率分布，则B-TC编码器流程图如图x所示。



四．仿真结果

本节首先通过仿真实验验证3.1节结论，然后确定B-TC编码器的平均比特冗余，并与各类优化LT编码器和R-TC编码器进行性能对比。

4.1

本节利用R-TC编码器对3.1节结论进行实验验证，R-TC编码器设置如下：源码包总数，源码包数据长度，最大偏移位数，编码包度分布为鲁棒孤子分布，源码包概率分布为均匀分布。所记录译码成功时的比特冗余和源码包度值方差如图x所示，其中，，为i号编码包数据长度；，为i号源码包度值。



1. (b)

图x

由于随机性，图x中和的关系不明显，下面对所有样本点进行离散化，比特冗余的量化间隔定为0.1，将样本点全集分割为多个样本点子集，然后对内部样本点平均，即，因此离散化结果为，与关系如图x所示。从图x中可以看出比特冗余和源码包度值方差呈正相关，由于R-TC满足，因此比特冗余和包冗余近似为线性关系，即包冗余和源码包度值方差呈正相关。而3.1节结论表明：源码包度值方差越大，编码包间线性无关概率越小。因此需要接收更多编码包以得到大小为的线性无关分量，即导致更高的包冗余。因此，图x中所示正相关关系与3.1节结论相符。

4.2 对比R-TC，和几种好一点的LT变体

本节通过仿真实验确定B-TC编码器的平均比特冗余。在internet中40字节的数据包使用占比为40%左右（文献），具有较高代表性，因此仿真所使用数据包长度为40字节；传输信道为擦除概率为的二进制擦除信道；编码包度分布采用鲁棒孤子分布。在不同源码包总数和最大偏移位数下B-TC编码器的变化如图x所示。

图x……

从图x中可得到不同下B-TC编码器的最佳表现性能，表x展示了B-TC编码器在不同下与其他优化LT编码器及R-TC编码器的性能对比。

表x……

五．总结