



# LABORATIONSRAPPORT

**Rapportskrivare:**

Erik Rönmark 910507-4414  
Rydsvägen262b.37  
SE-584 34 Linköping  
eriro331@student.liu.se

2014-12-07

**Medlaborant(er):**

Anton Rooth  
Antro937@student.liu.se

## R-laboration: Svängande Fjäder

Mekanik för D (TFYY68)



Tekniska Högskolan vid Linköpings universitet  
Institutionen för fysik, kemi och biologi (IFM)

## Sammanfattning

Laborationen gick ut på att bestämma ett uttryck för en fjäders svängningstid. Fjädern svängde vertikalt och en massa fästes under fjädern. Uttrycket bestämdes med hjälp av att variera de olika variablerna för att hitta hur de påverkar periodtiden. Tiden mättes med hjälp av en frekvensmätare och det som påverkade periodtiden var massan som hängde på fjädern, fjäderns antal varv, fjäderns tjocklek på ringarna, fjäderns diameter, skjuvmodulen samt en konstant som även den bestämdes. Slututtrycket bestämdes till

$$T = 15,35 * m^{\frac{1}{2}} * G^{-\frac{1}{2}} * b^{-2} * n^{\frac{1}{2}} * d^{\frac{3}{2}}$$

Där m är massan i kilo, G skjuvmodulen i pa, b ringarnas tjocklek i meter, n antalet varv och d diametern i meter.

## Innehållsförteckning

Experimentuppställning .....	2
Materiel .....	2
Utförande .....	3
Första anblick .....	3
Ansats .....	3
Uttrycksansats .....	3
Dimensionsanalys .....	3
Försöksutförande .....	3
Bestämning av exponenten r .....	3
Bestämning av exponenten z .....	5
Bestämning av konstanten C .....	5
Felanalys .....	6
Bestämning av $\Delta C$ .....	6
Slutsats .....	6
Bilagor .....	7

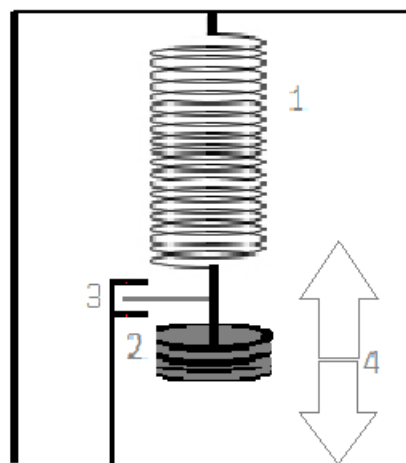
## Inledning.

Målet med laborationen var att bestämma ett uttryck för tiden det tar för en fjäder att svänga vertikalt då vikter fästs i fjädern och den sätts i gungning.

## Experimentuppställning

### Materiel

För att lösa uppgiften användes ett antal olika fjädrar i stil med bilden men med varierande tjocklek, antal varv, diameter och längd. Vikten varierades med hjälp av en ställning som hängdes i fjädern och som man kunde placera olika vikter på. På ställningen fanns även en stålbit som användes för att lättare mäta upp frekvensen. Frekvensen mättes av en frekvensmätare med sensorer som mätte när stålbiten



Figur 1, bild över uppställningen.  
1: Fjäder, 2: Vikt, 3: frekvensmätarens sensorer, 4: svängningsrörelsen

passerade dem. Frekvensmätaren mätte dock den dubbla periodtiden i Hz så den halverades innan den omvandlades till tid.

## Utförande

### Första anblick

De variabler som vid första anblick väntades ingå i slututtrycket var massan som hängde på fjädern, fjäderns antal varv, fjäderns tjocklek på ringarna, fjäderns diameter, skjuvmodulen och fjäderns längd. Eftersom fjädern deformeras beroende på vinkeln är det skjuvmodul och inte elasticitetsmodul som påverkar slututtrycket. Variering av variablerna och uppmätning av frekvensen gav att alla variablerna utom fjäderns längd påverkade frekvensen.<sup>1</sup>

### Ansats

#### Uttrycksansats

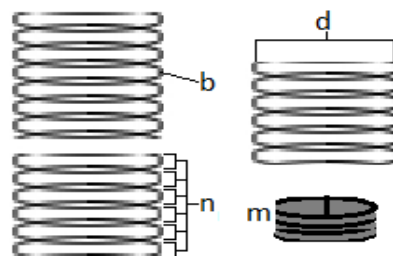
Uttrycket för tiden för en svängning ansattes som:

##### Formel 1

$$T = m^x * G^y * b^z * n^k * d^s * c$$

Där T är tiden i sekunder för en svängning, m är massan som hängs i fjädern, G är skjuvmodulen, b är tjockleken

på fjäderns ringar, n är antalet varv på fjädern, d är fjäderns diameter och c är en konstant.



Figur 2, de olika variablerna. Tjockleken b, diametern d, massan m och antalet varv n.

#### Dimensionsanalys

$$[s]: 1 = -2y \Rightarrow y = -1/2$$

$$[kg]: 0 = x + y \Rightarrow x = 1/2$$

$$[m]: 0 = -y + z + s \Rightarrow s = -1/2 - z$$

Insatt i ansatsen ger detta:

##### Formel 2

$$T = C * m^{\frac{1}{2}} * G^{-\left(\frac{1}{2}\right)} * b^z * n^r * d^{-\frac{1}{2}-z}$$

## Försöksutförande

Varje mätning av frekvensen utfördes genom att vikter fästes på fjädern och sattes i rörelse, när rörelsen blev jämn noterades frekvensen från frekvensmätaren ner. Eftersom vikten passerade frekvensmätaren två gånger under varje period så halverades frekvensen innan den omvandlades till tid.

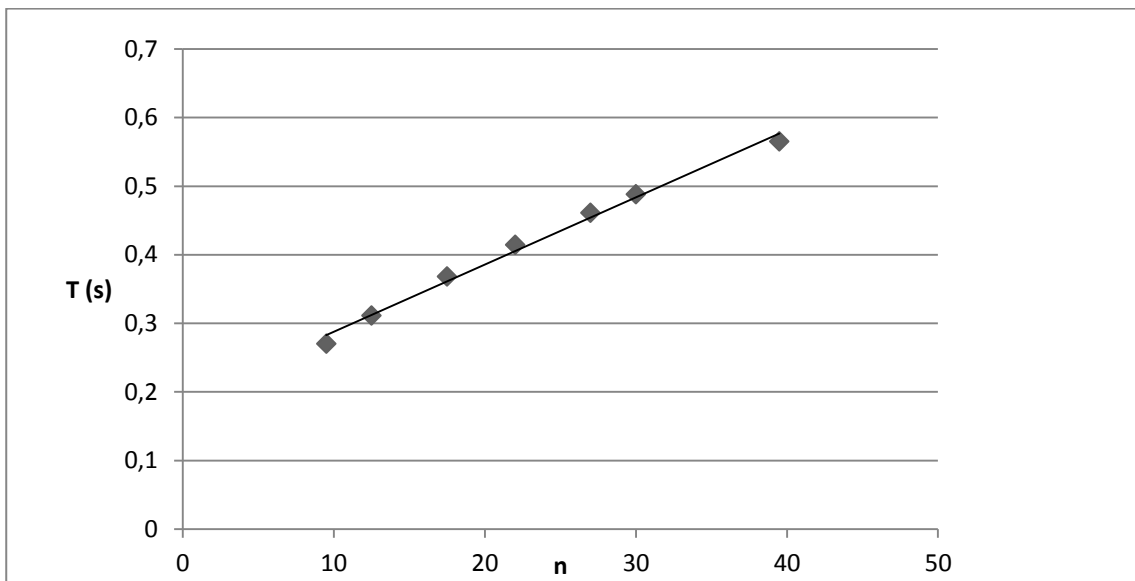
### Bestämning av exponenten r

Exponenten r bestämdes med upprepade experiment där fjädrar med olika antal varv användes. Genom att plotta antalet varv på fjädern och tiden för en period och sedan logaritmera båda leden kunde exponenten r avläsas som grafens lutning. Exponenten r antog värdet  $\frac{1}{2}$ .

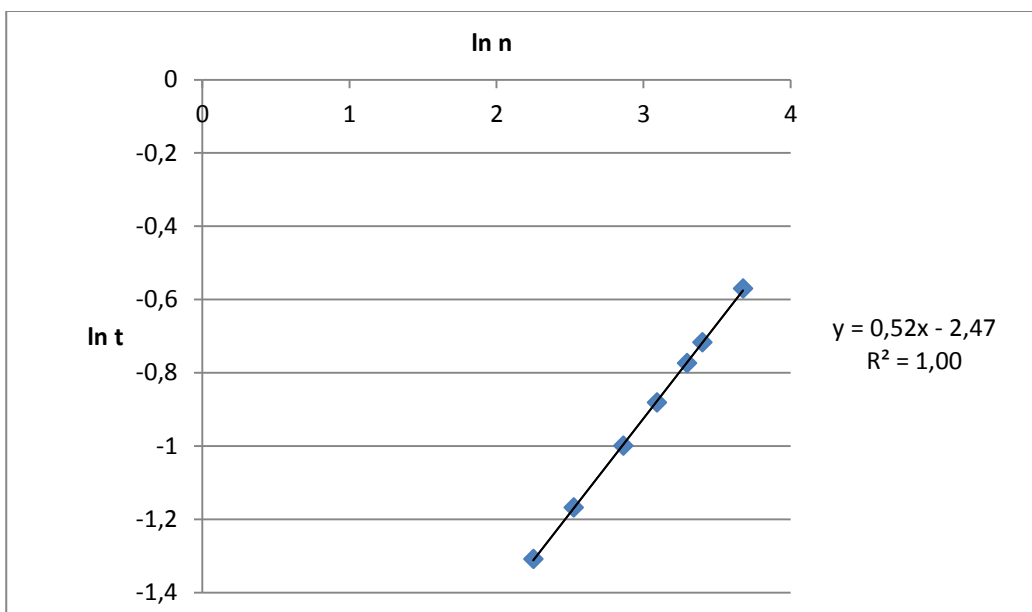
<sup>1</sup> Bilaga 1: Tabel med första mätvärden

Tabell 1: Bestämning av exponenten r

Tjocklek m	Diameter m	Skjuvmodul pa	Massa kg	Varv	Tid s	ln n	ln T
0,005	0,07	7,70E+10	2,537	12,5	0,311	2,5257286	-1,16796237
0,005	0,07	7,70E+10	2,537	17,5	0,368	2,8622009	-0,99967234
0,005	0,07	7,70E+10	2,537	9,5	0,27	2,2512918	-1,30933332
0,005	0,07	7,70E+10	2,537	30	0,488	3,4011974	-0,71743987
0,005	0,07	7,70E+10	2,537	27	0,461	3,2958369	-0,77435724
0,005	0,07	7,70E+10	2,537	22	0,414	3,0910425	-0,88188931
0,005	0,07	7,70E+10	2,537	39,5	0,565	3,6763007	-0,57092955



Figur 3 Periodtidens(T) beroende på antalet varv(n)



Figur 4. Logaritmering av figur 3 för bestämning av exponenten r

## Bestämning av exponenten z

För att bestämma z sattes  $r = \frac{1}{2}$  i formel 2 och uttrycket skrevs om:

### Formel 3

$$T = c * m^{\frac{1}{2}} * G^{-\frac{1}{2}} * n^{\frac{1}{2}} * b^z * d^{-\frac{1}{2}-z} \Leftrightarrow$$

$$\frac{T * m^{-\frac{1}{2}} * G^{\frac{1}{2}} * n^{-\frac{1}{2}}}{c} = b^z * d^{-\frac{1}{2}-z} \Leftrightarrow$$

$$\ln\left(\frac{T * m^{-\frac{1}{2}} * G^{\frac{1}{2}} * n^{-\frac{1}{2}}}{c}\right) = z * \ln b + \left(-\frac{1}{2} - z\right) * \ln d \Leftrightarrow$$

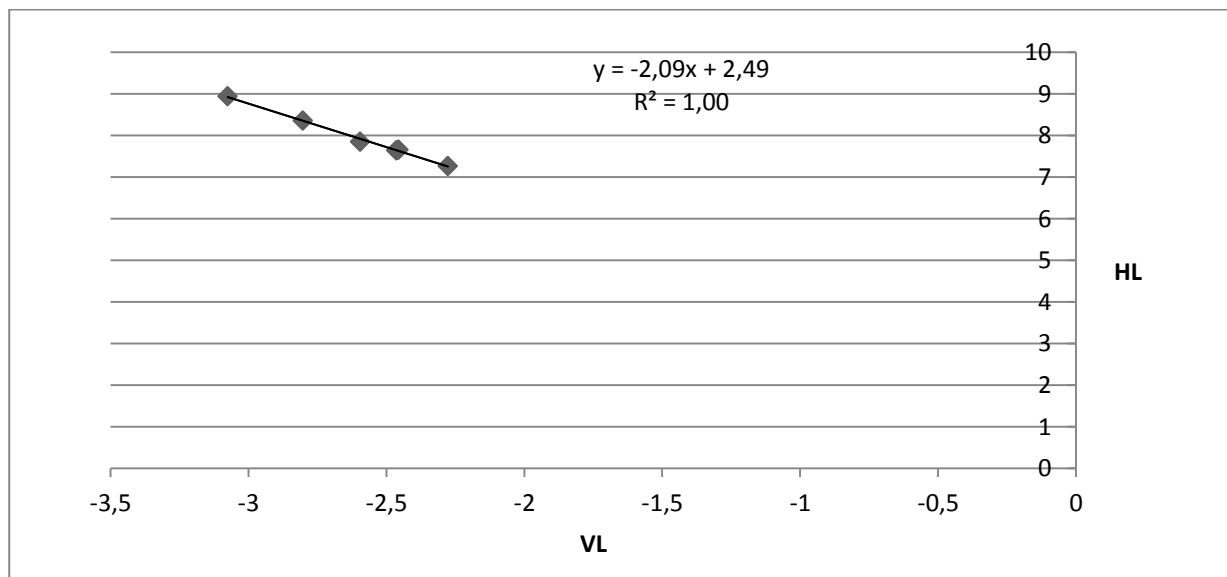
$$z = \left(\ln\left(\frac{T * m^{-\frac{1}{2}} * G^{\frac{1}{2}} * n^{-\frac{1}{2}}}{c}\right) + \frac{1}{2} \ln d\right) / (\ln b - \ln d) \Leftrightarrow$$

$$z \ln\left(\frac{b}{d}\right) + \ln c = T * \sqrt{\left(G * \frac{d}{m * n}\right)}$$

Plottning av VL mot HL ger z eftersom z blir grafens riktningskoefficient. Z bestämdes till -2

**Tabell 2. Bestämning av exponenten Z**

Tid T s	Tjocklek b m	Diameter d m	Skjuvmodul G pa	Massa m kg	Varv n	Vänsterledet VL	Högerledet HL
0,31104199	0,005	0,067	7,70E+10	6,067	12,5	-2,59525471	7,8498805
0,29761905	0,004	0,047	7,70E+10	7,028	10,5	-2,46385324	7,6421521
0,28985507	0,006	0,07	7,70E+10	6,053	16,5	-2,45673577	7,6635742
0,51948052	0,004	0,066	7,70E+10	6,053	12,5	-2,80336038	8,3564181
0,26490066	0,004	0,039	7,70E+10	7,051	14,5	-2,27726729	7,2693794
0,42372881	0,003	0,065	7,70E+10	2,043	7,5	-3,07577498	8,9435288



**Figur 5. Bestämning av exponenten z.**

## Bestämning av konstanten C

Bestämning av konstanten c möjliggjordes via insättning av de bestämda exponenterna i slututtrycket enligt följande:

#### Formel 4

$$T = C * m^{\frac{1}{2}} * G^{-\frac{1}{2}} * b^{-2} * n^{\frac{1}{2}} * d^{\frac{3}{2}} < = >$$
$$C = T * m^{-\frac{1}{2}} * G^{\frac{1}{2}} * b^2 * n^{-\frac{1}{2}} * d^{-\frac{3}{2}}$$

Insättning av tidigare mätvärden i formel 4 gav medelvärde på konstanten C till att vara 15,35.

Tabell 3. Bestämning av konstanten C.

C	2*Frekvens 2*f Hz	Frekvens f Hz	Tid T S	Tjocklek b m	Diameter d m	Skjuvmodul G Pa	Massa m kg	Varv n
14,287	6,43	3,215	0,311	0,005	0,067	7,70E+10	6,067	12,5
15,096	6,72	3,36	0,298	0,004	0,047	7,70E+10	7,028	10,5
15,644	6,9	3,45	0,29	0,006	0,07	7,70E+10	6,053	16,5
15,638	3,85	1,925	0,519	0,004	0,066	7,70E+10	6,053	12,5
15,102	7,55	3,775	0,265	0,004	0,039	7,70E+10	7,051	14,5
16,313	4,72	2,36	0,424	0,003	0,065	7,70E+10	2,043	7,5

## Felanalys

#### Bestämning av ΔC

Felet ΔC bestämdes genom att ta max av  $\begin{cases} C_{max} - C_{medel} \\ C_{medel} - C_{min} \end{cases}$ . ΔC fick då värdet 1,0595.

Den noggrannhet som vi mätt variabler med uppskattas till följande:

ΔT: 0,01 s, Δm: 0,01 kg, ΔG: 0 Pa, Δb: 0,0005 m, Δn: 0,05 m, Δd: 0,001 m.

Mätfelen motiveras av att frekvensmätaren hade en liten variation på värdena, vikterna inte mättes upp helt exakt, tjockleken mättes noggrannare, antalet varv var inte alltid hela varv utan fjädern kunde bestå av halva varv och att diametern mättes noggrant.

## Slutsats.

Slututtrycket för periodtiden för den svängande fjädern bestämdes till:

#### Formel 5

$$T = 15,35 * m^{\frac{1}{2}} * G^{-\frac{1}{2}} * b^{-2} * n^{\frac{1}{2}} * d^{\frac{3}{2}}$$

Detta slututtryck är rimligt men för grovt för att kunna bestämma periodtiden när det behöver vara exakt. För att uppnå detta skulle man behöva förbättra undersökningen. Formeln klarar inte fjädrar som har inre variation av diameter, tjocklek eller material. En stor felkälla är att fjädrarna som användes inte är tillräckligt exakta, för att förbättra undersökningen skulle tillräckligt många och tillräckligt exakta fjädrar behöva användas. Man skulle även kunna mäta antalet varv mer exakt för att förbättra undersökningen ytterligare då antalet varv idealiserades i den här mätningen.

## Bilagor.

Tabell 4. Första test för gissning av variable I uttrycket.

2*frekvens	frekvens	tid	tjocklek	diameter	skuvmodul	massa	varv	längd	
4,39	2,195	0,456	0,004	0,07	7,70E+10	2,043	7		5,8
4,27	2,135	0,468	0,004	0,07	7,70E+10	2,043	7		13,6
5,9	2,95	0,339	0,004	0,065	7,70E+10	2,537	12		7,5
8,9	4,45	0,225	0,005	0,065	7,70E+10	2,537	12		7,5
Ej stabil	-	-	0,004	0,04	7,70E+10	2,537	12	-	