

A decorative graphic on the left side of the slide, consisting of a network of yellow lines and circles that resemble a circuit board or a neural network. The lines are of varying thickness and connect to small circles at various points.

# MÉTODOS NÚMERICOS

INTEGRAÇÃO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

# INTEGRAÇÃO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

**EULER** 
$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + h \\ y_{n+1} = y_n + y'(x_n, y_n) \times h \end{cases}$$

$$QC = 2$$

**RK2** 
$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + h \\ y_{n+1} = y_n + h \times y' \left( x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2} \times y'(x_n, y_n) \right) \end{cases}$$

$$QC = 4$$

**RK4** 
$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + h \\ y_{n+1} = y_n + \left( \frac{\delta_1}{6} + \frac{\delta_2}{3} + \frac{\delta_3}{3} + \frac{\delta_4}{6} \right) \end{cases}$$

$$\delta_1 = h \times y'(x_n, y_n)$$
$$\delta_2 = h \times y' \left( x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{\delta_1}{2} \right)$$
$$\delta_3 = h \times y' \left( x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{\delta_2}{2} \right)$$
$$\delta_4 = h \times y'(x_n + h, y_n + \delta_3)$$

$$QC = 16$$

# INTEGRAÇÃO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DE ORDEM SUPERIOR

$$\frac{\partial^2 y}{\partial^2 x} + 3 \frac{\partial y}{\partial x} - 2y = x$$

Fazer mudança de variável de forma a transformar a equação diferencial de segunda ordem num sistema de equações de 1ª ordem

Se  $\frac{\partial y}{\partial x} = z$ , então derivando  $z$  em ordem a  $x$ , obtemos  $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial^2 y}{\partial^2 x}$

Logo podemos escrever o nosso sistema:

$$\begin{cases} \frac{\partial z}{\partial x} + 3z - 2y = x \\ \frac{dy}{dz} = z \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{\partial z}{\partial x} = x - 3z + 2y \\ \frac{dy}{dz} = z \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} z' = x - 3z + 2y \\ y' = z \end{cases}$$

**EULER**

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + h \\ y_{n+1} = y_n + y'(x_n, y_n, z_n) \times h \\ z_{n+1} = z_n + z'(x_n, y_n, z_n) \times h \end{cases}$$

# INTEGRAÇÃO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DE ORDEM SUPERIOR

$$\text{RK4} \quad \begin{cases} x_{n+1} = x_n + h \\ y_{n+1} = y_n + \left( \frac{\delta y_1}{6} + \frac{\delta y_2}{3} + \frac{\delta y_3}{3} + \frac{\delta y_4}{6} \right) \\ z_{n+1} = z_n + \left( \frac{\delta z_1}{6} + \frac{\delta z_2}{3} + \frac{\delta z_3}{3} + \frac{\delta z_4}{6} \right) \end{cases}$$

$$\delta y_1 = h \times y'(x_n, y_n, z_n)$$

$$\delta y_2 = h \times y' \left( x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{\delta y_1}{2}, z_n + \frac{\delta z_1}{2} \right)$$

$$\delta y_3 = h \times y' \left( x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{\delta y_2}{2}, z_n + \frac{\delta z_2}{2} \right)$$

$$\delta y_4 = h \times y'(x_n + h, y_n + \delta y_3, z_n + \delta z_3)$$

$$\delta z_1 = h \times z'(x_n, y_n, z_n)$$

$$\delta z_2 = h \times z' \left( x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{\delta y_1}{2}, z_n + \frac{\delta z_1}{2} \right)$$

$$\delta z_3 = h \times z' \left( x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{\delta y_2}{2}, z_n + \frac{\delta z_2}{2} \right)$$

$$\delta z_4 = h \times z'(x_n + h, y_n + \delta y_3, z_n + \delta z_3)$$

# QUOCIENTE DE CONVERGÊNCIA

$$QC = \frac{S' - S}{S'' - S'}$$

$S$  – Solução com  $h=h$

$S'$  – Solução com  $h'=h/2$

$S''$  – Solução com  $h''=h'/2=h/4$

$$\varepsilon = \frac{S'' - S'}{2^{\text{ordem do método}} - 1}$$