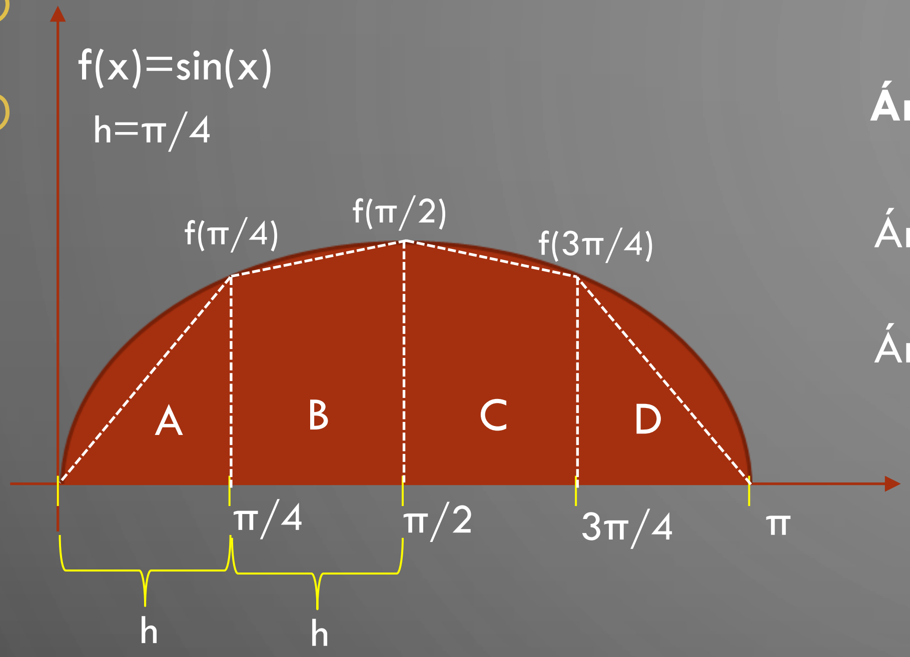
MÉTODOS NÚMERICOS

QUADRATURA E CUBATURA

REGRA DOS TRAPÉZIOS



Área do Trapézio = $\frac{h}{2} \times [Y_0 + Y_1]$

Área Total= $\frac{h}{2} \times [Y_0 + Y_1] + \frac{h}{2} \times [Y_1 + Y_2] + \frac{h}{2} \times [Y_2 + Y_3] + \frac{h}{2} \times [Y_3 + Y_4]$

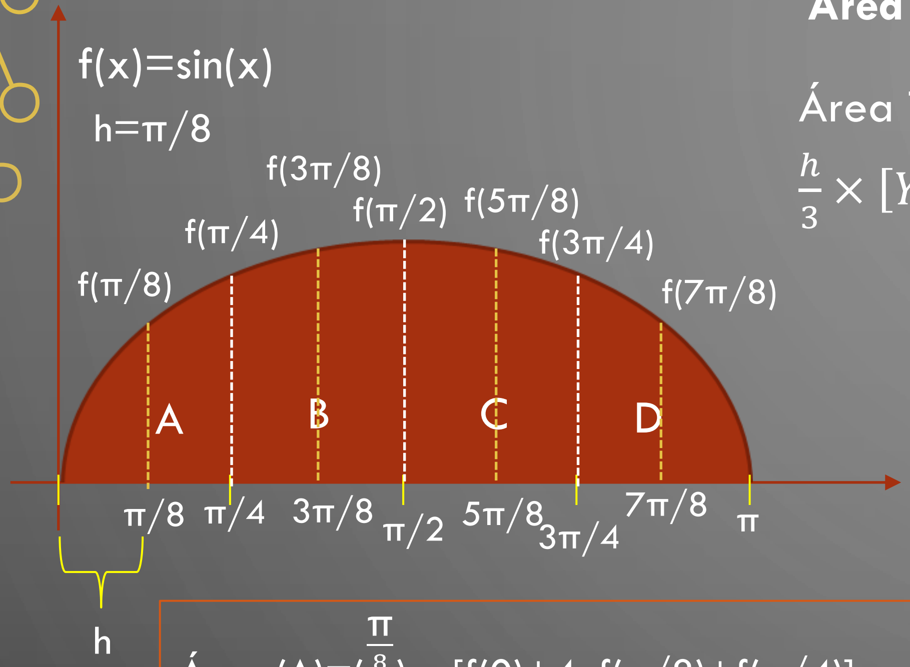
Área Total= $\frac{h}{2} \times [Y_0 + 2 \times [Y_1 + Y_2 + Y_3] + Y_4]$

Área (A)= $\left(\frac{\frac{\pi}{4}}{2}\right)$ x [f(0)+f (π/4)]	Área (B)= $\left(\frac{\frac{\pi}{4}}{2}\right)$ x [f (π/4)+f (π/2)]
Área (C)= $\left(\frac{\frac{\pi}{4}}{2}\right)$ x [f (π/2)+f (3π/4)]	Área (D)= $\left(\frac{\frac{\pi}{4}}{2}\right)$ x [f (3π/4)+f (π)]

Área Total= $\frac{\frac{\pi}{4}}{2} \times [f(0) + 2 \times [f(\pi/4) + f(\pi/2) + f(3\pi/4)] + f(\pi)\ ]$

$$\int_{x_0}^{x_n} y.dx = \frac{h}{2} \times \left[y_0 + y_n + 2 \times \sum_{\substack{i=1 \\ i=i+2}}^{n-1} y_i \right]$$

REGRA DE SIMPSON



Área $=\frac{h}{3}\times(Y_0+4\times Y_1+Y_2)$

Área Total= $\frac{h}{3}\times[Y_0+4Y_1+Y_2]+\frac{h}{3}\times[Y_2+4Y_3+Y_4]+\frac{h}{3}\times[Y_4+4Y_5+Y_6]+\frac{h}{3}\times[Y_6+4Y_7+Y_8]$

Área Total= $\frac{h}{3}\times[Y_0+4\times[Y_1+Y_3+Y_5+Y_7]+2\times[Y_2+Y_4+Y_6]+Y_8]$

Área (A)= $\left(\frac{\frac{\pi}{8}}{3}\right)$ x [f(0)+4xf(π/8)+f(π/4)]

Área (B)= $\left(\frac{\frac{\pi}{8}}{3}\right)$ x [f(π/4)+4xf(3π/8)+f(π/2)]

Área (C)= $\left(\frac{\frac{\pi}{8}}{3}\right)$ x [f(π/2)+4xf(5π/8)+f(3π/4)]

Área (D)= $\left(\frac{\frac{\pi}{8}}{3}\right)$ x [f(3π/4)+4xf(7π/8)+f(π)]

Área Total= $\frac{\frac{\pi}{8}}{3}\times[f(0)+4\times[f(\pi/8)+f(3\pi/8)+f(5\pi/8)+f(7\pi/8)]+2\times[f(\pi/4)+f(\pi/2)+f(3\pi/4)]+(f(\pi))]$

$$\int_{x_0}^{x_{2n}} y.dx=\frac{h}{3}\cdot\left[y_0+y_{2n}+4\times\sum_{\substack{i=1\\ i=i+2}}^{2n-1} y_i+2\times\sum_{\substack{i=2\\ i=i+2}}^{2n-2}\right]$$

QUOCIENTE DE CONVERGÊNCIA

- Trapézios

$$QC = \frac{S' - S}{S'' - S'} = 4$$

- Simpson

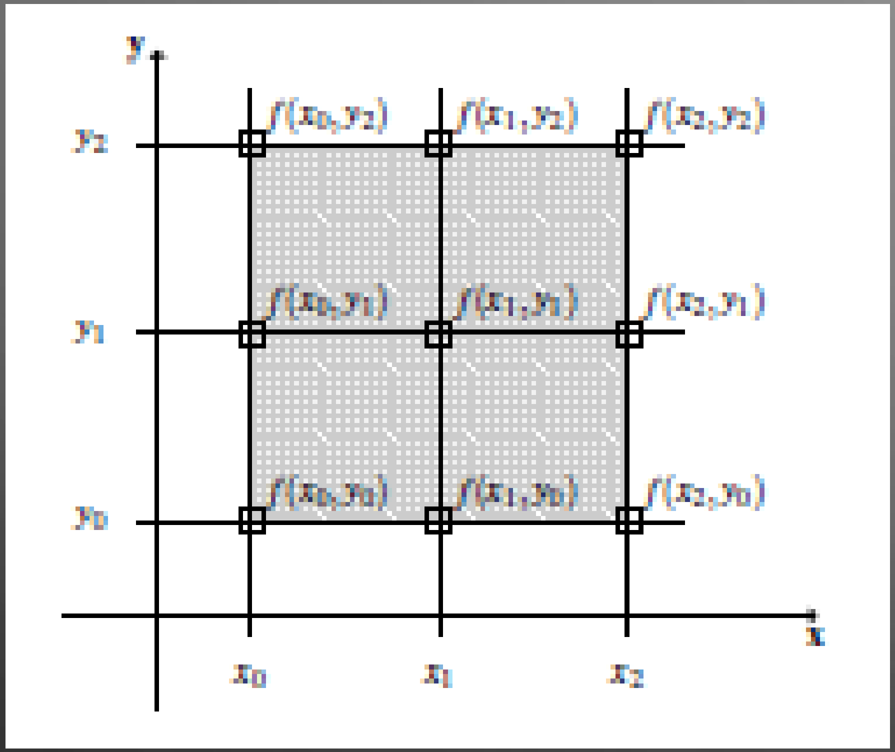
$$QC = \frac{S' - S}{S'' - S'} = 16$$

S – Solução com h=h

S' – Solução com h'=h/2

S'' – Solução com h''=h'/2=h/4

CUBATURA – INTEGRAIS DUPLOS



$$\int_a^A dx \int_b^B f(x,y)\,dy = \frac{hx \times hy}{4} \times [E_0 + 2 \times E_1 + 4 \times E_2]$$

$$\int_a^A dx \int_b^B f(x,y)\,dy = \frac{hx \times hy}{9} \times [E_0 + 4 \times E_1 + 16 \times E_2]$$

E_0- soma dos valores de f nos vértices
E_1- soma dos valores de f nos pontos médios do lado da malha
E_2- soma dos valores de f no centro da malha

EXERCÍCIO 1

Resolver $\int_0^{\pi} \sin(x)\, dx$

REGRA DOS TRAPÉZIOS

n	4	8	16	64
h				
S				
Erro abs				

REGRA DE SIMPSON

n	4	8	16	64
h				
S				
Erro abs				

CALCULAR O QC PARA N=4,8,16

EXERCÍCIO 2

$$\int_0^4 (1 - e^{-2x})\, dx$$

- Resolver o integral para n=4, 8, 16, 32, 64
- Calcular QC_1, QC_2, QC_3
- Utilizando a)trapézios e b) simpson

- Soluções
  a) QC(1)=3,774; QC(2)=3,9391; QC(3)=3,9845)
  b) QC(1)=14,639; QC(2)=15,634; QC(3)=15,907

EXERCÍCIO 3

- Considera os seguintes dados:

x	-2	0	2	4	6	8	10
f(x)	35	5	-10	2	5	3	20

- Calcule o integral entre -2 e 10 recorrendo aos métodos dos trapézios e simpson

EXERCÍCIO 4

- Aplique os métodos de trápézio e simpson para resolver o seguinte integral: $\int_{-1}^{1}\int_{0}^{2} x^2 - 2y^2 + xy^3 \; dxdy$, utilizando um retângulo dividido em 4 partes

Soluções

a) 2
b) 2,667