MÉTODOS NÚMERICOS

INTEGRAÇÃO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

INTEGRAÇÃO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

EULER

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + h \\ y_{n+1} = y_n + y'(x_n, y_n) \times h \end{cases}$$

QC = 2

RK2

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + h \\ y_{n+1} = y_n + h \times y'\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2} \times y'(x_n, y_n)\right) \end{cases}$$

QC = 4

RK4

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + h \\ y_{n+1} = y_n + (\frac{\delta_1}{6} + \frac{\delta_2}{3} + \frac{\delta_3}{3} + \frac{\delta_4}{6}) \end{cases}$$

$$\delta_1 = h \times y'(x_n, y_n)$$

$$\delta_2 = h \times y'\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{\delta_1}{2}\right)$$

$$\delta_3 = h \times y'\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{\delta_2}{2}\right)$$

$$\delta_4 = h \times y'(x_n + h, y_n + \delta_3)$$

QC = 16

INTEGRAÇÃO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DE ORDEM SUPERIOR

$$\frac{\partial^2 y}{\partial^2 x} + 3\frac{\partial_y}{\partial_x} - 2y = x$$

Fazer mudança de variável de forma a transformar a equação diferencial de segunda ordem num sistema de equações de 1ª ordem

Se $\frac{\partial y}{\partial x} = z, então\ derivando\ z\ em\ ordem\ a\ x, obtemos\ \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial^2 y}{\partial^2 x}$

Logo podemos escrever o nosso sistema:

$$\begin{cases} \frac{\partial z}{\partial x} + 3z - 2y = x \\ \frac{dy}{dz} = z \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{\partial z}{\partial x} = x - 3z + 2y \\ \frac{dy}{dz} = z \end{cases}$$

z'=x-3z+2y

y'=z

EULER

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + h \\ y_{n+1} = y_n + y'(x_n, y_n, z_n) \times h \\ z_{n+1} = z_n + z'(x_n, y_n, z_n) \times h \end{cases}$$

INTEGRAÇÃO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DE ORDEM SUPERIOR

RK4

$$
\begin{cases}
x_{n+1} = x_n + h \\
y_{n+1} = y_n + (\frac{\delta y_1}{6} + \frac{\delta y_2}{3} + \frac{\delta y_3}{3} + \frac{\delta y_4}{6}) \\
y_{n+1} = y_n + (\frac{\delta z_1}{6} + \frac{\delta z_2}{3} + \frac{\delta z_3}{3} + \frac{\delta z_4}{6}
\end{cases}
$$

$$\delta y_1 = h \times y'(x_n, y_n, z_n)$$

$$\delta y_2 = h \times y'\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{\delta y_1}{2}, z_n + \frac{\delta z_1}{2}\right)$$

$$\delta y_3 = h \times y'\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{\delta y_2}{2}, z_n + \frac{\delta z_2}{2}\right)$$

$$\delta y_4 = h \times y'(x_n + h, y_n + \delta y_3, z_n + \delta z_3)$$

$$\delta z_1 = h \times z'(x_n, y_n, z_n)$$

$$\delta z_2 = h \times z'\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{\delta y_1}{2}, z_n + \frac{\delta z_1}{2}\right)$$

$$\delta z_3 = h \times z'\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{\delta y_2}{2}, z_n + \frac{\delta z_2}{2}\right)$$

$$\delta z_4 = h \times z'(x_n + h, y_n + \delta y_3, z_n + \delta z_3)$$

QUOCIENTE DE CONVERGÊNCIA

$$QC = \frac{S' - S}{S'' - S'}$$

S – Solução com h=h

S' – Solução com h'=h/2

S'' – Solução com h''=h'/2=h/4

$$\varepsilon = \frac{S'' - S'}{2^{\wedge}ordem\ do\ método - 1}$$