

[PRI] Projekt drugi

Adrian Brodzik

October 30, 2018

Zadanie

Napisać program generujący kwadraty magiczne dla $n = 3, 4, 5$. Dla przypadku $n = 3$ wszystkie możliwe, dla przypadków $n = 4$ oraz $n = 5$ po 5 przykładowych.

Kwadrat magiczny to tablica liczb składająca się z n wierszy i n kolumn ($n > 2$), w którą wpisano n^2 różnych liczb naturalnych (tzn. $1, 2, \dots, n^2$) w ten sposób, że suma liczb w każdym wierszu, w każdej kolumnie i w każdej przekątnej jest taka sama (tzw. *suma magiczna*).

Problem

Generować takie macierze kwadratowe o wymiarach n na n zawierające wszystkie elementy ze zbioru $\{1, 2, \dots, n^2\}$, że suma liczb w każdym wierszu, w każdej kolumnie i w każdej przekątnej jest taka sama.

Rozwiązanie

Macierz kwadratową można przedstawić za pomocą tablicy jednowymiarowej o długości n^2 ; rozwiązanie trywialne polega na wygenerowaniu wszystkich możliwych permutacji tablicy i sprawdzeniu odpowiednich sum, przy czym magiczna suma M jest stała i zależna od n , tzn. $M(n) = \frac{n(n^2+1)}{2}$. Takie rozwiązanie jest niewydatne i skuteczne tylko dla $n = 3$.

Dla pozostałych przypadków optymalne będzie wykorzystanie *cyklicznego kwadratu magicznego*.

$$\begin{bmatrix} A+a & B+b & C+c & D+d \\ C+d & D+c & A+b & B+a \\ D+b & C+a & B+d & A+c \\ B+c & A+d & D+a & C+b \end{bmatrix}$$

Cykliczny kwadrat magiczny dla $n = 4$, gdzie $A, B, C, D \in \{0, 4, 8, 12\}$ oraz $a, b, c, d \in \{1, 2, 3, 4\}$

$$\begin{bmatrix} A+a & B+b & C+c & D+d & E+e \\ C+d & D+e & E+a & A+b & B+c \\ E+b & A+c & B+d & C+e & D+a \\ B+e & C+a & D+b & E+c & A+d \\ D+c & E+d & A+e & B+a & C+b \end{bmatrix}$$

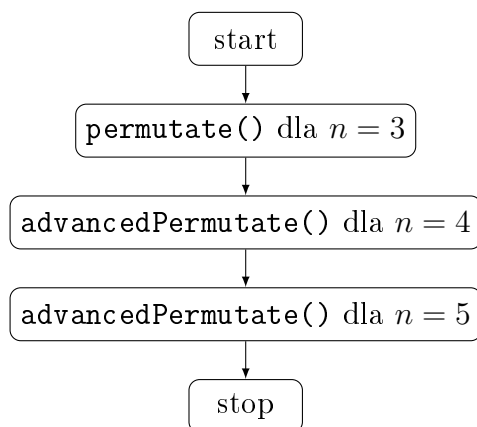
Cykliczny kwadrat magiczny dla $n = 5$, gdzie $A, B, C, D, E \in \{0, 5, 10, 15, 20\}$ oraz $a, b, c, d, e \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

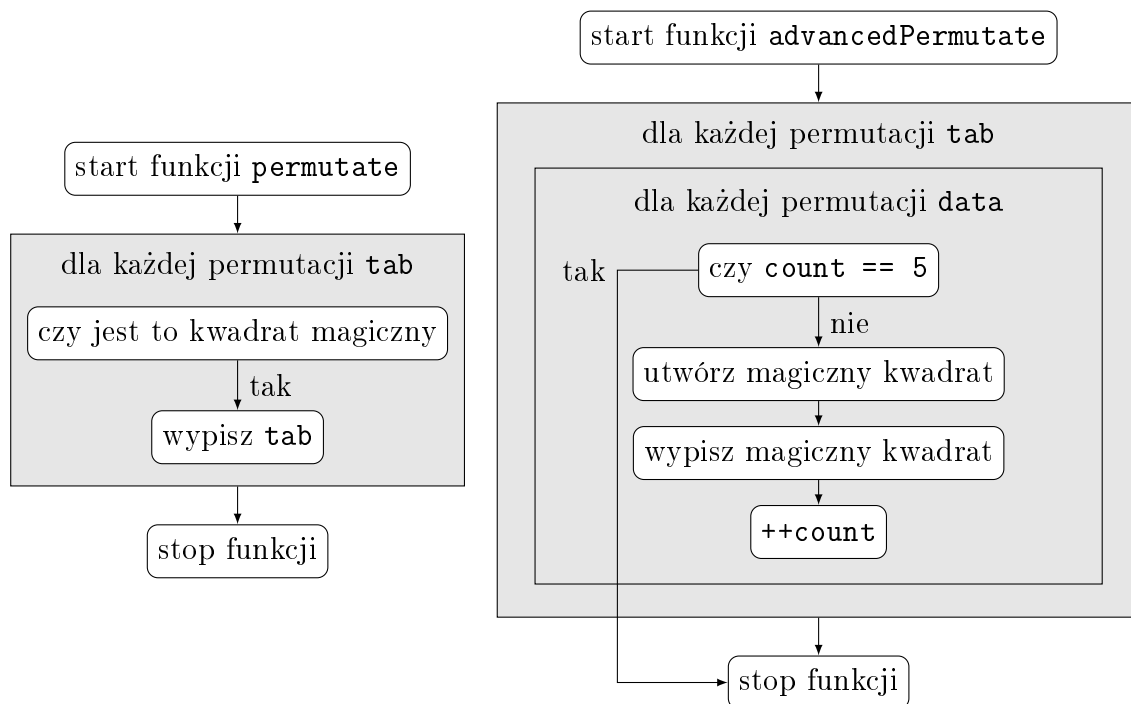
Wtedy dla dowolnej permutacji tablic $[A, B, C, D]$ i $[a, b, c, d]$ oraz $[A, B, C, D, E]$ i $[a, b, c, d, e]$ otrzymamy magiczne kwadraty.

Biblioteka standardowa

Użyto funkcję `printf` ze standardowej biblioteki `stdio.h` do wyświetlania komunikatów dla użytkownika oraz do wypisywania wyjścia programu. Załączono bibliotekę standardową `stdbool.h`, aby móc korzystać ze zmiennych typu logicznego `bool`. Użyto również funkcję `exit` z biblioteki standardowej `stdlib.h`, żeby przerwać program w razie wystąpienia błędów.

Schemat działania





Testowanie

Program nie przyjmuje wejścia danych od użytkownika; wystarczy zweryfikować rozwiązania dla $n = 3, 4, 5$, tzn. poprawność funkcji sprawdzającej magiczne sumy oraz funkcje tworzące magiczne kwadraty z wykorzystaniem cyklicznych kwadratów magicznych.

Podsumowanie

Zarówno rozwiązanie wolne, jak i szybkie, wykorzystuje funkcje rekurencyjne do tworzenia permutacji tablic. Dla przypadku $n = 3$ zastosowano rozwiązanie *brute-force* sprawdzające wszystkie możliwe permutacje. Natomiast dla $n = 4, 5$ wykorzystano pewne heurystyki umożliwiające znaczne przyspieszenie tworzenia magicznych kwadratów.

Bibliografia

- https://en.wikipedia.org/wiki/Magic_constant

- <https://www.geeksforgeeks.org/write-a-c-program-to-print-all-permutations-of-a-given-string>
- <http://www.magic-squares.net/pandiag5.htm>